دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

جميع الحقوق محفوظة: لا يجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب، أوتخزينه، أو تسجيله، أو تصويره بأية وسيلة دون موافقة خطية من إدارة المناهج بمركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية بليبيا.

العام الدراسي

1440 - 1441 هـ

2019 - 2020 م

تمهيد

تركز سلسلة رياضيات التعليم الأساسي والثانوي على دمج مهارات التفكير، وتقانة المعلومات، والتربية الوطنية ضمن تعليم وتعلم الرياضيات.

وتتكون السلسلة من ثلاثة كتب للشق الثاني من مرحلة التعليم الأساسي، وثلاثة كتب للصفوف الثلاثة من مرحلة التعليم الثانوي. وقد رتبت المادة ترتيبًا تربويًّا سليمًا يُدعَّم فيه التفكير المجرد بأمثلة ملموسة. تُعرض على سبيل المثال في الفصل الخاص بالمعادلات الآنية، الحلول البيانية للمعادلات الآنية الخطية مع الحلول الجبرية. وتوفر في ذلك المدخل الحلول البيانية الأمثلة التصويرية الملموسة، فتساعد الطلبة على فهم الحلول التي تم التوصل إليها جبريًّا بشكل أفضل.

وقد روعي تقديم المفاهيم الواحد تلو الآخر لكي يستوعبها الطلبة بسهولة. وعُزِّز فهم المفاهيم بالاستخدام الحكيم للأمثلة المحلولة والتدريبات متدرجة الصعوبة.

تُرَكِّز كتب مرحلة التعليم الأساسي على إتقان وتطبيق المهارات الأساسية بحيث، يُكوِّن أساس سليم للدراسات التالية. وتتضمن المهارات الأساسية التقدير، والحسابات الذهنية، ومعالجة البيانات.

وتُستخدم في كل جزء من السلسلة أنشطة لإرشاد الطلبة في كيفية استخدام مهارات التفكير مثل الاستقراء، ولاكتشاف القوانين والنظريات الرياضية بأنفسهم، وليتعرفوا كذلك على كيفية استخدام برامج الحاسوب في عدد من الأنشطة.

ويتم حث الطلبة من خلال نشاطات وأمثلة محلولة مناسبة على استخدام استراتيجيات حل المشكلات، وتشجيع التعلم الذاتي مثل التقدير، وبناء النموذج، وإنشاء الجدول، وإعداد القائمة النظامية، والعمل إلى الخلف، واستخدام المعادلات، وتبسيط المشكلة. وتستخدم حيثما أمكن الأشكال البيانية لتذليل صعوبة المشكلات اللفظية ولجعلها أكثر طواعية للحل.

ولجعل الطلبة يألفون الكتب قبل استخدامها، نورد فيما يلي الملامح المميزة لهذه السلسلة:

* يبدأ كل فصل "بمقدمة" قصيرة عن الموضوع، تليها قائمة بنواتج التعلم يمكن للطلبة استخدامها في تأكيد ما تعلموه بنهاية كل فصل من الكتاب.

* يقدم للطلبة "أمثلة محلولة" لتعزيز فهم المفاهيم ولتعريفهم بأنواع عديدة من المسائل، بما فيها التي تساعدهم على مراقبة تفكيرهم الذاتي.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

* تتضمن "التمرينات متدرجة الصعوبة" أسئلة مناسبة لمدى واسع من القدرات. وصُمِّمَت الأسئلة بشكل يجعل الطلبة يستخدمون التفكير المنطقي الاستدلالي والاستقرائي لحل المشكلات الرياضية. (ويمكن أن يختار المعلمون مسائل مختلفة للطلبة من ذوي القدرات المختلفة).

* إن "الرياضيات الممتعة" أو "استقصاء الرياضيات" والموجودة في نهاية كل فصل من الكتاب (فيما عدا فصول المراجعة) مخصصة لغرس وتنمية مهارات التفكير. وستعرض أيضًا هذه الأنشطة بعض القضايا الوطنية ذات الصلة على الطلبة.

* وتوجد ورقة للمراجعة في نهاية كل فصل من الكتاب (فيما عدا فصول المراجعة) حتى يتمكن الطلبة من قياس مستوى كفايتهم باستمرار. ويجب أن يكون جميع الطلبة قادرين على إجابة الأسئلة في القسم (أ) بينما يستطيع الطلبة متوسطو القدرة من التعامل مع الفقرات في القسم (ب). أما الطلبة ذوي القدرة الأعلى فيوفر لهم القسم (جـ) التحدي المطلوب.

وبالإضافة للملامح الرئيسة لكل فصل، استخدمت امتحانات تقويمية في الكتاب كمادة للمراجعة العامة لتساعد على إعداد الطلبة للامتحانات. وركزت خمسة فصول في كتاب الصف الثاني من مرحلة التعليم الثانوي على المراجعة، بينما يحتوي كتاب الصف الثالث من مرحلة التعليم الثانوي على 15 قسمًا في الفصل الثامن للمراجعة. تتراوح بين الحساب والجبر إلى التحويل وحل المشكلات.

تُعَرَّف في جميع أنحاء هذه السلسلة:

* مهارات وعمليات التفكير
* تقانة المعلومات
* التربية الوطنية

عن طريق الأيقونات التالية:

لتطبيق مهارات التفكير

لتطبيق تقانة المعلومات

لرسائل التربية الوطنية

وُدعِّمَتْ هذه السلسلة من الكتب بمصادر لجميع المعلمين والطلاب، متوافرة ومتاحة لدى الموقع [http//www.teol. com.sg]

وتشير الأيقونة التالية والموجودة في كل جزء من الكتاب إلى وجود مصادر على شبكة الإنترنت لها صلة بالموضوع قيد الدراسة.

مواقع شبكة المعلومات الدولية المتعلقة بالمتن هي أيضًا متوافرة ومتاحة لدى الموقع ويُستدل عليه بالأيقونة التالية

ونأمل أن تساعد المادة المقدمة في السلسلة الطلبة على تقدير أهمية وقدرة الرياضيات في أنشطتهم اليومية، وربما في مهنتهم المستقبلية، وأن يستمتعوا باستخدام سلسلة رياضيات التعليم الأساسي و الثانوي.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

المحتويات

الرموز الرياضية
بعض جداول التحويل

1- المعادلات الجبرية: 9
1-1- المعادلات 10
2-1- المعادلات التي تتضمن الجمع أو الطرح 11
3-1- المعادلات التي تتضمن الضرب أو القسمة 12
4-1- المعادلات التي تتضمن أكثر من عملية 13
5-1- تطبيقات للمعادلات 20
ملخص 23
2- النسبة، والتناسب، والنسب المئوية، والمعاملات المالية البسيطة والصورة المعيارية: 24
1-2- النسبة 25
2-2- كتابة النسبة في صورة كسر عادي 26
3-2- اختصار النسبة 28
4-2- نسب القياسات 30
5-2- مسائل أخرى على النسب 32
6-2- التناسب الطردي 36
7-2- التناسب العكسي 39
8-2- مقياس الرسم ومسائل على الخرائط 41
9-2- كتابة النسب المئوية ككسور عادية وكأعداد عشرية 45
10-2- كتابة الكسر العادي والعدد العشري في صورة نسب مئوية 48
11-2- التعبير عن كمية كنسبة مئوية من أخرى 50
12-2- إيجاد نسبة مئوية معلومة من كمية 52
13-2- المعاملات المالية البسيطة 54
1-13-2- الربح والخسارة 54
2-13-2- الخصم 58
3-13-2- العمولة 60
14-2- الصورة المعيارية 61
ملخص 64
استقصاء الرياضيات (المستطيل الذهبي) 65
3- مبادئ الهندسة: 66
1-3- المستقيمات المتوازية والزوايا 67

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-2- الإنشاءات الهندسية	74
3-2-1- تنصيف زاوية	74
3-2-2- رسم زاوية تساوي أخرى في القياس	74
3-2-3- تنصيف قطعة مستقيمة	75
3-2-4- رسم عمود على مستقيم من نقطة خارجة عنه	75
3-2-5- رسم عمود على مستقيم من نقطة معلومة عليه	75
3-2-6- رسم مستقيمات متوازية	76
ملخص	77
4- المضلعات:	78
4-1- أنواع المثلثات	79
4-2- مجموع قياسات زوايا المثلث	80
4-3- الزاوية الخارجة للمثلث	83
4-4- إنشاء المثلثات	84
4-5- مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي	86
4-6- بعض الأشكال الرباعية	88
4-7- إنشاء الأشكال الرباعية	93
4-8- أنواع المضلعات	95
ملخص	97
رياضيات ممتعة (نشاط يتضمن أشكالاً محذوفة)	99
5- قياس الأشكال المستوية:	100
5-1- المحيط	101
5-2- محيطا المستطيل والمربع	103
5-3- المساحة	105
5-3-1- مساحتا المربع والمستطيل	108
5-3-2- مساحة المثلث	111
5-3-3- مساحة متوازي الأضلاع	115
5-3-4- مساحة شبه المنحرف	116
5-4- الدوائر	118
5-4-1- محيط الدائرة	118
5-4-2- مساحة الدائرة	121
5-5- تحويل الوحدات المربعة	124
ملخص	125
رياضيات ممتعة (الترصيع بالفسيفساء)	126
6- قياس الأشكال المجسمة:	127
6-1- مساحة السطح الكلية	128

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6-2- مساحة السطح الكلية للأسطوانة	129
6-3- الحجم	132
6-3-1- حجما المكعب ومتوازي المستطيلات	133
6-3-2- حجم المنشور	134
6-3-3- حجم الأسطوانة	139
6-4- تحويل الوحدات المكعبة	140
6-5- الكثافة	141
ملخص	142
رياضيات ممتعة (نشاط يتضمن شبكات منشور)	143
7- تمثيل البيانات الإحصائية:	145
7-1- التمثيل البياني بالصور	145
7-2- التمثيل البياني بالأعمدة	149
7-3- التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية	156
7-4- التوزيعات التكرارية للبيانات غير المجمعة	162
7-5- المدرج التكراري	163
7-6- التمثيل البياني بالخط المنكسر	166
7-7- التمثيل البياني بمخطط النقط	168
7-8- التمثيل البياني بمخطط الأصل والفروع	170
ملخص	173
التقويم (1)	174
التقويم (2)	176
الإجابات	178

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الرموز الرياضية
Mathematical Notation

1- رموز المجموعة

W	ك	: مجموعة الأعداد الكلية {0، 1، 2، 3...}
Z	صـ	: مجموعة الأعداد الصحيحة {0، ±1، ±2، ±3..}
Z^+	صـ+	: مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة {1، 2، 3...}
R	ح	: مجموعة الأعداد الحقيقية
Q	قـ	: مجموعة الأعداد النسبية

2- رموز الربط (المقارنة)

=	: تساوي
≠	: لا تساوي
≡	: تكافئ
≈	: تقريبًا:
∝	: يتناسب
>	: أقل من
≥	: أقل من أو يساوي
⊁	: ليست أكبر من
<	: أكبر من
≤	: أكبر من أو يساوي
⊀	: ليست أقل من
∞	: ما لا نهاية

يتم عرض القيم العددية في النظام الدولي للوحدات كما يلي:

1,000	تكتب 1000
12,005	تكتب 12005
1,000,500	تكتب 1000500
0.00394	تكتب 0.00394

3- العمليات

أ +ب	: أ زائد ب
أ -ب	: أ ناقص ب
أ ×ب، أ.ب، أب	: تعني أ مضروب في ب
$\frac{أ}{ب}$ ، أ ÷ ب، أ/ب	: أ مقسوم على ب
أ : ب	: نسبة أ إلى ب
$\sqrt{أ}$	: الجذر التربيعي الموجب للعدد الحقيقي أ حيث أ > 0

4- نظام الوحدات العالمية SI Units

يستخدم نظام الوحدات العالمية سبع وحدات أساسية، وتُشتق جميع الوحدات الأخرى من هذه الوحدات الأساسية بضرب أو قسمة وحدة في وحدة أخرى.

الكمية الفيزيائية	اسم الوحدة الأساسية	رمز الوحدة
طول	متر	م
كتلة	كيلو جرام	كجم
زمن	الثانية	ث
التيار الكهربائي	أمبير	أ م
درجات حرارة الترمومتر	كيلفين	ك
شدة الإضاءة	شمعة	سـ
كمية المادة	مول	مل

تستخدم الوحدات الثلاث الأخيرة أساسًا في الأعمال العلمية المتخصصة، أما في الأغراض الشائعة فيتم قياس الحرارة على مقياس سلسيوس (المئوي). وتكون فواصل الحرارة على مقياسي كلفين وسلسيوس متشابهة.

بعض جداول التحويل
Some Conversion Tables

الطول

10 ملليمتر (مم)	=	1سم (سم)
10 سنتيمتر	=	1 ديسمتر (دس)
10 ديسمتر	=	1 متر (م)
10 متر	=	1 ديكامتر (dam) (دام)
10 ديكامتر	=	1 هيكتومتر (هكم)
10 هيكتو متر	=	1 كيلومتر (كم)

المساحة

1 هكتار (هك)	=	10000 $م^2$
100 هكتار	=	1 $كم^2$

الكتلة

10 مليجرام (ملجم)	=	سنتيجرام (س. ج)
10 سنتيجرام	=	1 ديسجرام (د ج)
10 ديسيجرام	=	1 جرام (جم)
10 جرام	=	1 ديكاجرام
10 ديكاجرام	=	1 هيكتو جرام (هـ ج)
10 هكتوجرام	=	1 كيلو جرام (كجم)
1000 كيلو جرام	=	1 طن (ط)

الحجم والسعة

1000 $سم^3$	=	1 لتر (ل)

الزمن

الدقيقة (د)	=	60 ثانية (ث)
الساعة (س)	=	60 دقيقة
1 يوم	=	24 ساعة
1 أسبوع	=	7 أيام
1 عام	=	365 يوم
1 سنة كبيسة	=	366 يوم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1 المعادلات الجبرية

Algebraic Equations

سُمِّي "ديوفانتوس" عالم الرياضيات الإغريقي الذي ولد في مدينة بيزا عام 1170م، وتوفي عام 1250م مؤسس علم الجبر، والذي يتقاسم هذا اللقب مع العالم العربي محمد بن موسى الخوارزمي حيث:

(أ) كتب أفكاره بطريقة نظامية مستخدماً رموزاً من عنده.

(ب) حل المعادلات غير المحددة - المعادلات التي لا تتضمن معلومات كافية حتى يعبر عن الإجابات بأرقام محددة ولكنها معلومات تكفي ليعبر عن الإجابات بصورة معينة.

* اعتبر عمر ديوفانتوس يساوى س

$\frac{س}{6}$ شباب "ديوفانتوس" استمر $\frac{1}{6}$ حياته

$+\frac{س}{12}$ ونمت لحيته بعد مضى $\frac{1}{12}$ أخرى.

$+\frac{س}{7}$ بعد مضى $\frac{1}{7}$ أخرى من عمره تزوج "ديوفانتوس"

$+5$ بعد ذلك بخمس سنوات أنجب طفلًا

$+\frac{س}{2}$ عاش الابن $\frac{1}{2}$ عمر أبيه تمامًا

$+4$ مات ديوفانتوس بعد 4 سنوات من موت ابنه

$= س$

مجموع كل ما سبق يساوي عدد السنوات التي عاشها "ديوفانتوس". المعادلة الكاملة لعمر "ديوفانتوس" هي

$$س = \frac{س}{6} + \frac{س}{12} + \frac{س}{7} + 5 + \frac{س}{2} + 4$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على

- حل المعادلات التي تتضمن عمليات الجمع أو الطرح.
- حل المعادلات التي تتضمن عمليات الضرب أو القسمة.
- حل المعادلات التي تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- حل مشكلات تتضمن استخدام المعادلات.

1-1 المعادلات Equations

تأمل العبارات الرياضية الآتية:

$7 + 5 = 12$

$5 - 3 = 2$

كل ما سبق يسمى معادلة لأنها صحيحة وتحتوي على طرفين (الطرف الأيمن، الطرف الأيسر) يرتبطان بعلامة (=). والطرف الأيمن = الطرف الأيسر .

$7 + 5 = 12$

$5 - 3 = 2$

وبما أن المجهول يحل محل الأعداد، فإن المعادلة يمكن أن تتضمن أكثر من مجهول بالإضافة إلى الأعداد، على سبيل المثال.

$أ + 5 = 8$

المعادلة لم تحدد لنا قيمة (أ) وسوف نستقصى ما يحدث عند محاولة (تخمين) قيمة أ.

دعنا نعوض عن قيمة $أ = 1$

فإن $أ + 5$ يصبح $1 + 5 = 6 \neq 8$ (من الطرف الأيسر)

$\therefore أ = 1$ ليست الإجابة الصواب لجعل المعادلة صحيحة.

دعنا نحاول القيمة الثانية $أ = 2$

الطرف الأيمن $أ + 5$ يصبح $2 + 5 = 7 \neq 8$ (من الطرف الأيسر)

مرة أخرى $أ = 2$ ليست القيمة الصحيحة.

حاول مرة أخرى بفرض $أ = 3$

الطرف الأيمن $أ + 5$ يصبح $3 + 5 = 8$ التي تساوى **الطرف الأيسر**.

$\therefore أ = 3$ تحقق المعادلة.

بعبارة أخرى $أ = 3$ هي **الحل** الصحيح للمعادلة $أ + 5 = 8$

إيجاد قيمة المجهول فى **معادلة** يسمى **حل المعادلة**.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

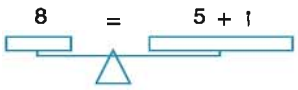
2-1 المعادلات التى تتضمن الجمع أوالطرح Equations Involving Addition or Subtraction

يمكن إيجاد حل المعادلة أ + 5 = 8 بطريقة أكثر منهجية من مجرد التخمين، عند محاولة حل المعادلة فإننا نحاول حقيقة إيجاد قيمة (أ). نحتاج الحصول على (أ) وحده في الطرف الأيمن.

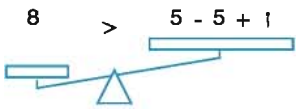
أ + 5 = 8
أ = ؟

ولعمل ذلك سوف نطرح 5 من أ + 5

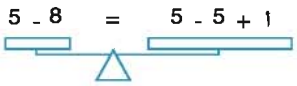
المعادلة أ + 5 = 8 يمكن تمثيلها على ميزان متعادل



عندما نطرح "+5" من الطرف الأيمن فإن الميزان سوف يختل.



ولعودة الميزان إلى حالته المتوازنة علينا طرح 5 من الطرف الأيسر كذلك.



ولذلك سوف نلخص هذه الخطوات فيمايلي:

أ + 5 = 8 — نحتاج حذف (+ 5)
أ + 5 - 5 = 8 - 5 — بطرح 5 من الطرفين.
∴ أ = 3

وبالمثل لحل ب - 2 = 7 سوف نعمل الآتي.

ب - 2 = 7 — نحتاج التخلص من (-2)
ب - 2 + 2 = 7 + 2 — بإضافة 2 إلى الطرفين
∴ ب = 9

يتضح لنا من المثالين السابقين أن (-) هي العملية العكسية لـ (+)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-1 المعادلات التى تتضمن الضرب أو القسمة

Equations Involving Multiplication or Division

تذكر أن 3أ تعني 3 × أ أو أ × 3 وعندما يكون لدينا المعادلة 3أ = 12 سوف نحتاج لحل المعادلة بوضع (أ) بمفردها في الطرف الأيمن.

$3أ = 12$

$3 \div 3أ = 12 \div 3$

$\frac{3أ}{3} = \frac{12}{3}$

$أ = 4$

ملحوظة

3أ تعنى 3× أ أو أ ×3

اقسم الطرفين على 3

وبالمثل لحل المعادلة $\frac{أ}{5} = 6$ سوف نضع (أ) بمفردها في الطرف الأيمن.

$\frac{أ}{5} = 6$

$5 \times \frac{أ}{5} = 5 \times 6$

$أ = 5 \times 6$

$أ = 30$

ملحوظة

$\frac{أ}{5}$ تعنى أ ÷ 5

اضرب الطرفين فى 5

مثال 1:

حل:

(أ) $أ + 9 = 13$ (ب) $ب - 7 = 10$

(جـ) $4حـ = 6$ (د) $\frac{ك}{4} = \frac{1}{2}$

الحل

(أ) $أ + 9 = 13$ (نحتاج لحذف 9)

$أ + 9 - 9 = 13 - 9$ (نقوم بطرح 9 من كلا الطرفين)

$\therefore أ = 4$

(ب) $ب - 7 = 10$ (نحتاج لحذف -7)

$ب - 7 + 7 = 10 + 7$ (نقوم بجمع 7 على كلا الطرفين)

$\therefore ب = 17$

(جـ) $4حـ = 6$ (نحتاج لحذف 4)

$\frac{4حـ}{4} = \frac{6}{4}$ (نقوم بقسمة 4 في كلا الطرفين)

$\therefore حـ = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

(د) $\frac{ك}{4} = 2\frac{1}{2}$ (نحتاج لحذف 4)

$4 \times \frac{ك}{4} = 4 \times 2\frac{1}{2}$ (نقوم بضرب 4 في كلا الطرفين)

$\frac{4}{1} \times \frac{ك}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{2}$

$\therefore ك = 10$

راجع بالتعويض في المعادلة:

الطرف الأيمن $أ + 9 = 4 + 9$

= 13 = الطرف الأيسر

$\therefore أ = 4$ هي الحل

الطرف الأيمن $ب - 7 = 17 - 7$

= 10 = الطرف الأيسر

$\therefore ب = 17$ هي الحل

الطرف الأيمن $4حـ = 4 \times \frac{3}{2}$

= 6 = الطرف الأيسر

$\therefore حـ = 1\frac{1}{2}$ هي الحل

الطرف الأيمن $= \frac{ك}{4}$

$\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$

$= 2\frac{1}{2}$ = الطرف الأيسر

$\therefore ك = 10$ هي الحل

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

من الأمثلة السابقة، يتضح لنا أنه

- عندما يكون لدينا حاصل الضرب في الطرف الأيمن، نقسم الطرفين على المعامل للحصول على صيغة "المجهول = ...".
- عندما يكون لدينا حاصل القسمة في الطرف الأيمن، نضرب الطرفين في المقام للحصول على صيغة "المجهول = ..."

ولذلك، (÷) هي العملية العكسية ل (×).

ملحوظة

عدد ملحق بمجهول يسمى المعامل. مثلاً

2ب

معامل ← 2 ، مجهول ← ب

تمرين 1-أ

1- حل كلًّا من المعادلات الآتية:

(أ) ب + 3 = 9 (ب) ك + 8 = 5

(جـ) ف + 2 = 4 (د) هـ + 0.9 = 3.9

(هـ) ص + $\frac{1}{8}$ = $\frac{5}{8}$ (و) س + $\frac{1}{5}$ = $-\frac{4}{5}$

2- حل كلًّا من المعادلات الآتية:

(أ) أ − 2 = 3 (ب) حـ − 4 = − 1

(جـ) ف − 0.6 = 0.3 (د) س − 0.7 = − 0.3

(هـ) ك − 0.3 = − 0.7 (و) م − $\frac{1}{4}$ = $\frac{1}{4}$

(ز) ى − $\frac{3}{7}$ = $-\frac{2}{7}$

3- حل كلًّا من المعادلات الآتية:

(أ) 2أ = 6 (ب) 2حـ = − 10

(جـ) −3ب = 12 (د) −4ف = − 24

(هـ) 6س = 2 (و) 10حـ = − 2

4- حل المعادلات:

(أ) $\frac{ب}{5}$ = 7 (ب) $\frac{ك}{3}$ = − 6

(جـ) $\frac{ف}{7}$ − = 4 (د) $-\frac{هـ}{9}$ = − 8

(هـ) $\frac{ص}{5}$ = $\frac{1}{8}$ (و) $\frac{س}{2}$ = $2\frac{1}{2}$

5- حل:

(أ) 3ب = 4 (ب) ف − 7 = 8

(جـ) $\frac{هـ}{9}$ = 10 (د) ص − 11 = − 12

(هـ) 16 ن = − 4 (و) $\frac{ن}{18}$ − = $\frac{1}{3}$

4-1 المعادلات التي تتضمن أكثر من عملية

Equations Involving More Than One Operation

أحيانًا يكون من الضروري استخدام أكثر من عملية عكسية للحصول على المجهول وحيدًا في الطرف الأيمن من المعادلة.

تأمل المقدار 2 × 4 + 5 لتقييم هذه العملية نضرب أولًا.

$\underbrace{2 \times 4 + 5}$

= 5 + 8

= 13

ملحوظة

ترتيب العمليات

في المقدار الرياضي المعطى بالعمل من اليمين إلى اليسار ننهي الضرب والقسمة قبل الجمع والطرح.

وبالمثل في المقادير الجبرية 2ص + 5، نضرب أولًا المجهول ص في 2 ثم بعد ذلك نضيف العدد 5 إليه.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تأمل الآن المعادلة 2 ص + 5 = 7 لإيجاد قيمة ص، يجب تجزئة المقدار 2ص + 5 بالترتيب المعاكس الذى تم بناؤه به.

البناء : ص $\xrightarrow{\times 2}$ 2ص $\xrightarrow{+5}$ 2ص + 5

التجزئة: ص $\xrightarrow{\div 2}$ 2ص $\xrightarrow{-5}$ 2ص + 5

والآن سوف نتابع حل المعادلة .

$2ص + 5 = 7$

$2ص + 5 - 5 = 7 - 5$

$2ص = 2$

$\frac{2ص}{2} = \frac{2}{2}$

$ص = 1$

∴ ص = 1 هو الحل

للتحقق إذا ص = 1،

الطرف الأيمن = 2ص + 5

= 2 × 1 + 5

= 7

= الطرف الأيسر

ملحوظة

× ثم +

÷ ثم -

نقوم بطرح (5) من الطرفين للتخلص من +5

نقسم طرفي المعادلة على 2 2ص تصبح ص.

مثال 2:

حل المعادلات الآتية:

(أ) $4س + 3 = 19$ (ب) $4 - 3ص = 19$

(جـ) $\frac{1}{5} + ك3 = \frac{7}{5}$ (د) $2د - 0.6 = 4.2$

الحل

(أ) $4س + 3 = 19$

$4س + 3 - 3 = 19 - 3$

$4س = 16$

$\frac{4س}{4} = \frac{16}{4}$

∴ س = 4

(ب) $4 - 3ص = 19$

$4 - 4 - 3ص = 19 - 4$

$-3ص = 15$

$\frac{-3ص}{-3} = \frac{15}{-3}$

∴ ص = -5

(جـ) $\frac{1}{5} + ك3 = \frac{7}{5}$

$\frac{1}{5} - \frac{1}{5} + ك3 = \frac{7}{5} - \frac{1}{5}$

$ك3 = \frac{6}{5}$

$\frac{ك3}{3} = \frac{6}{5} \div 3$

$\frac{ك3}{3} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{3}$

∴ ك = $\frac{2}{5}$

(د) $2د - 0.6 = 4.2$

$2د - 0.6 + 0.6 = 4.2 + 0.6$

$2د = 4.8$

$\frac{2د}{2} = \frac{4.8}{2}$

∴ د = 2.4

(د) للتحقق

الطرف الأيمن = 2د - 0.6

= 2 × 2.4 - 0.6

= 4.8 - 0.6

= 4.2

= الطرف الأيسر

للتحقق بالتعويض:

(أ) الطرف الأيمن = 4س + 3

= 4 × 4 + 3 = 16 + 3

= 19 = الطرف الأيسر

(ب) الطرف الأيمن = 4 - 3ص

= 4 - 3 × (-5)

= 4 + 15 = 19

= الطرف الأيسر

(جـ) الطرف الأيمن = $\frac{1}{5}$ + 3ك

= $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times 3$

= $\frac{1}{5} + \frac{6}{5}$

= $\frac{7}{5}$

= الطرف الأيسر

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 3:

حل كلًّا من المعادلات الآتية:

(أ) $4(2س + 5) = 4$

(ب) $2(3م - 4) = 5$

(جـ) $2(3 - أ) = 7$

الحل

(أ) $4(2س + 5) = 4$

$8س + 20 = 4$

$8س + 20 - 20 = 4 - 20$

$8س = -16$

$\frac{8س}{8} = \frac{-16}{8}$

$\therefore$ $س = -2$

(ب) $2(3م - 4) = 5$

$6م - 8 = 5$

$6م - 8 + 8 = 5 + 8$

$6م = 13$

$\frac{6م}{6} = \frac{13}{6}$

$\therefore$ $م = 2\frac{1}{6}$

(جـ) $2(3 - أ) = 7$

$6 - 2أ = 7$

$6 - 6 - 2أ = 7 - 6$

$-2أ = 1$

$\frac{-2أ}{-2} = \frac{1}{-2}$

$\therefore$ $أ = -\frac{1}{2}$

ملحوظة

عادة ما يكون أسهل فك الأقواس في الطرف الأيمن قبل محاولة حل س، م أو أ.

(أ) استخدم قانون التوزيع

لحذف 20 من الطرف الأيمن نطرح 20 من الطرفين

نقسم على 8 طرفي المعادلة لكي نحصل على قيمة س.

(ب) استخدم قانون التوزيع

نضيف 8 إلى طرفي المعادلة

نقسم طرفي المعادلة على 6 لماذا؟

(جـ) استخدم قانون التوزيع

نحذف 6 من طرفي المعادلة

نقسم طرفي المعادلة على -2 لماذا؟

(أ) للتحقق

الطرف الأيمن $= 4(2س + 5)$

$= 4(2 \times -2 + 5)$

$= 4(-4 + 5)$

$= 4$

= الطرف الأيسر

(ب) للتحقق

الطرف الأيمن $= 2(3م - 4)$

$= 2(3 \times \frac{13}{6} - 4)$

$= 2(\frac{13}{2} - 4)$

$= 2(\frac{13 - 8}{2})$

$= 2 \times \frac{5}{2} = 5$

= الطرف الأيسر

(جـ) للتحقق

الطرف الأيمن $= 2(3 - أ)$

$= 2(3 - (-\frac{1}{2}))$

$= 2(3 + \frac{1}{2})$

$= 2 \times 3\frac{1}{2} = 7$

= الطرف الأيسر

تمرين 1-ب

1- حل كلًّا من المعادلات الآتية:

(أ) $7ب + 4 = 25$

(ب) $7ف - 5 = 9$

(جـ) $5ف - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

(د) $3ص + 0.5 = 1.7$

2- حل:

(أ) $2(أ + 4) = 16$

(ب) $7(ح - 3) = 14$

(جـ) $3(3س - 4) = 7$

(د) $8(2ك - 1) = -12$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

مثال 4:

حل المعادلات الآتية:

(أ) $3أ + 5 = 2أ + 4$ (ب) $5ب + 9 = 7ب - 3$

الحل

في المعادلات المعطاة نجد لدينا حدودًا غير معلومة ومماثلة في الطرفين، ولذلك نتخلص من الحد المجهول في الطرف الأيسر.

(أ) $3أ + 5 = 2أ + 4$

$3أ - 2أ + 5 = 2أ - 2أ + 4$

$أ + 5 = 4$

$أ + 5 - 5 = 4 - 5$

$\therefore أ = -1$

ملحوظة

نحذف $2أ$

نحذف 5

للتحقق: الطرف الأيمن $= 3أ + 5 = 3 \times (-1) + 5 = -3 + 5 = 2$

الطرف الأيسر $= 2أ + 4 = 2 \times (-1) + 4 = -2 + 4 = 2$

$\therefore$ طرفا المعادلة متساويان وعليه فإن $أ = -1$ هو الحل.

(ب) $5ب + 9 = 7ب - 3$

$5ب + 9 - 7ب = 7ب - 3 - 7ب$

$9 - 2ب = -3$

$9 - 9 - 2ب = -3 - 9$

$-2ب = -12$

$\frac{-2ب}{-2} = \frac{-12}{-2}$

$\therefore ب = 6$

ملحوظة

نحذف $7ب$

نحذف 9

نحذف -2

للتحقق: الطرف الأيمن $= 5ب + 9 = 5 \times 6 + 9 = 30 + 9 = 39$

الطرف الأيسر $= 7ب - 3 = 7 \times 6 - 3 = 42 - 3 = 39$

$\therefore$ طرفا المعادلة متساويان وعليه فإن $ب = 6$ هو الحل.

مثال 5:

حل المعادلة $3(أ - 2) = 4(2أ + 1)$

الحل

$3(أ - 2) = 4(2أ + 1)$

$3أ - 6 = 8أ + 4$

$3أ - 8أ - 6 = 8أ - 8أ + 4$

$-5أ - 6 = 4$

$-5أ - 6 + 6 = 4 + 6$

$-5أ = 10$

$\frac{-5أ}{-5} = \frac{10}{-5}$

$\therefore أ = -2$

ملحوظة

نحذف الأقواس

نطرح $8أ$ من طرفي المعادلة

نضيف $(+6)$ لطرفي المعادلة

نقسم على -5 طرفي المعادلة.

للتحقق:

الطرف الأيمن $= 3(أ - 2) = 3(-2 - 2) = 3 \times (-4) = -12$

الطرف الأيسر $= 4(2أ + 1) = 4(2 \times (-2) + 1) = 4 \times (-3) = -12$

$\therefore$ الطرفان متساويان وعليه فإن

$أ = -2$ هو الحل.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 1-جـ

1- حل كلًّا من المعادلات الآتية:

(أ) $2أ = أ + 5$
(ب) $5حـ = 3حـ + 4$
(جـ) $8ك = 4ك + 12$
(د) $6ح = 4ح - 8$
(هـ) $2ف = 3 - ف$
(و) $3س = 7 - 4س$
(ز) $ص = 4 - ص$

2- حل المعادلات الآتية:

(أ) $7أ + 5 = 3أ + 9$
(ب) $3حـ + 4 = 5حـ - 5$
(جـ) $5ف + 2 = 10 - 3ف$
(د) $7ك - 3 = 3ك + 5$
(هـ) $2ط - 3 = 7 - 3ط$
(و) $9س - 3 = 16س + 11$
(ز) $2ص - 4 = 5ص - 1$

3- حل المعادلة :

(أ) $2(2أ + 1) = 3(أ + 4)$
(ب) $5(2 + 2حـ) = 6(3حـ - 2)$
(جـ) $5(3ف - 4) = 2(6ف + 5)$
(د) $6(2ف - 3) = 3(ف - 2)$
(هـ) $3(3هـ - 5) = 4(2 - هـ)$
(و) $3(ص + 5) = 4(2ص + 7)$

مثال 6:

حل $\frac{س}{3} + 1 = 4$

الحل

$\frac{س}{3} + 1 = 4$

$\frac{س}{3} + 1 - 1 = 4 - 1$

$\frac{س}{3} = 3$

$\frac{س}{3} \times 3 = 3 \times 3$

$\therefore$ س = 9

للتحقق:

الطرف الأيمن $= \frac{س}{3} + 1 = \frac{9}{3} + 1$

$= 3 + 1 = 4$ = الطرف الأيسر

ملحوظة

تم تكوين المقدار $\frac{س}{3} + 1$ بقسمة س على 3 ثم إضافة 1
وللحصول على س وحيدة نعمل بالترتيب العكسي أي نطرح 1 ثم نضرب في 3
اطرح 1 من الطرفين
اضرب في 3 لحذف من المقام.

مثال 7:

حل :

(أ) $\frac{2س}{3} = 4$
(ب) $\frac{2س}{3} = \frac{1}{4}$

الحل

(أ) $\frac{2س}{3} = 4$

$\frac{2س}{3} \times 3 = 4 \times 3$

$2س = 12$

$\frac{2س}{2} = \frac{12}{2}$

$\therefore$ س = 6

للتحقق:

الطرف الأيمن $= \frac{2س}{3} = \frac{2 \times 6}{3}$

$= \frac{12}{3} = 4$

= الطرف الأيسر

ملحوظة

نتخلص من 3 في المقام بضرب طرفي المعادلة × 3

نقسم طرفي المعادلة على 2 للحصول على قيمة س في الطرف الأيسر.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

نتخلص من 3 في المقام بضرب طرفي المعادلة × 3

نقسم على 2 طرفي المعادلة للحصول على قيمة س في الطرف الأيسر.

(ب) $\frac{2س}{3} = \frac{1}{4}$

$3 \times \frac{2س}{3} = 3 \times \frac{1}{4}$

$2س = \frac{3}{4}$

$\frac{2س}{2} = \frac{3}{4} \div 2$

$س = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

$\therefore س = \frac{3}{8}$

للتحقق:

الطرف الأيمن = $\frac{2س}{3} = \frac{2 \times \frac{3}{8}}{3}$

$= \frac{3}{4} \div 3$

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

= الطرف الأيسر

مثال 8:

حل :

(أ) $\frac{س+1}{3} = 2$

(ب) $\frac{2س}{3} + 1 = 3$

(جـ) $\frac{3س}{2} - 2 = 4$

الحل

تكوّن الطرف الأيمن في المعادلة بإضافة 1 إلى س وقسمة الناتج على 3. سوف نقوم بعكس ذلك الترتيب للحصول على (س = ...).

(أ) $\frac{س+1}{3} = 2$

$3 \times \frac{س+1}{3} = 2 \times 3$

$س + 1 = 6$

$س + 1 - 1 = 6 - 1$

$\therefore س = 5$

(أ) للتحقق:

الطرف الأيمن = $\frac{س+1}{3} = \frac{1+5}{3}$

$= \frac{6}{3} = 2$

= الطرف الأيسر

(ب) $\frac{2س}{3} + 1 = 3$

$\frac{2س}{3} + 1 - 1 = 3 - 1$

$\frac{2س}{3} = 2$

$\frac{2س}{3} \times 3 = 2 \times 3$

$2س = 6$

$\frac{2س}{2} = \frac{6}{2}$

$\therefore س = 3$

(ب) للتحقق:

الطرف الأيمن = $\frac{2س}{3} + 1$

$= \frac{2 \times 3}{3} + 1$

$= 2 + 1 = 3$

= الطرف الأيسر

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

نطرح 2 من طرفي المعادلة لحذف 2 من الطرف الأيمن.

(جـ) $\frac{3س}{2} - 2 = 4$

$\frac{3س}{2} - 2 - 2 = 2 - 4$

$\frac{3س}{2} - = 2$

$\frac{3س}{2} \times 2 = 2 \times -$

$3س - = 4$

$\frac{3-س3}{3-} = \frac{4}{3-}$

$\therefore$ س $= \frac{4}{3-} = - = 1\frac{1}{3}$

للتحقق:

$\frac{3س}{2} - 2 = \frac{(\frac{4-}{3})\times 3}{2} - 2$

$= 2 - \frac{4-}{2}$

$= 2 - (2-) = 4$

= الطرف الأيسر

مثال 9:

حل المعادلة $2س = 1.5س + 1$

الحل

ملحوظة

نطرح 1.5س من الطرفين لحذف 1.5 س من الطرف الأيسر.

$2س = 1.5س + 1$

$2س - 1.5 س = 1.5 س + 1 - 1.5س$

$0.5 س = 1$

$\frac{0.5س}{0.5} = \frac{1}{0.5}$

$\therefore$ س $= \frac{1}{0.5} = \frac{10 \times 1}{10 \times 0.5} = \frac{10}{5} = 2$

للتحقق:

الطرف الأيمن $= 2س = 2 \times 2$

$= 4$

الطرف الأيسر $= 1.5س + 1$

$= 1.5 \times 2 + 1$

$= 3 + 1 = 4$

الطرفان متساويان

تمرين 1-د

1- حل المعادلات الآتية:

(أ) $\frac{أ}{2} + 3 = 4$

(ب) $\frac{حـ}{4} + 2 = 5 -$

(جـ) $\frac{ح}{7} - 1 = 3$

(د) $\frac{و}{7} - 5 = 2$

(هـ) $\frac{هـ}{2} - 4 = 3-$

2- حل المعادلات الآتية:

(أ) $\frac{4ب}{5} = 8$

(ب) $\frac{5ك}{6} = 1 -$

(جـ) $\frac{هـ + 5}{2} = 4$

(د) $\frac{ص + 4}{3} = 2 -$

(هـ) $\frac{ن - 4}{6} = 2 -$

3- حل:

(أ) $\frac{2ب + 3}{5} = 3$

(ب) $\frac{6 + 3ك}{6} = 2$

(جـ) $\frac{3ف - 2}{2} = 5$

(د) $\frac{2ص}{5} + 2 = 6$

(هـ) $\frac{3س}{7} - 1 = 4 -$

(و) $\frac{5ن}{2} - 4 = 8$

4- حل:

(أ) $0.3أ = 6$

(ب) $ب = 0.75 ب + 5$

(جـ) $0.2 - 2 = 0.3$ س

(د) $0.5 (ص - 2) = ص$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

5-1 تطبيقات للمعادلات Applications of Equations

تساعدنا المعادلات في حل مشكلات معينة كما هو موضح في الأمثلة التالية:

مثال 10:

ماذا تضيف للعدد 5 ليعطي العدد 11 ؟

الحل

نفترض أن العدد = أ.

ماذا نضيف إلى 5 ليعطي 11 ؟

أ + 5 = 11

∴ المعادلة هي أ + 5 = 11

لحل المعادلة أ + 5 − 5 = 11 − 5

أ = 6

∴ العدد هو 6

ملحوظة

حول الكلمات إلى أرقام ورموز لتكوين معادلة رياضية.

مثال 11:

إذا طرح 5 من ب يكون الناتج 9، **ما** قيمة ب؟

الحل

المعادلة هي: ب − 5 = 9 (خمسة من ب هو 9)

لحل المعادلة: ب − 5 + 5 = 9 + 5

ب = 14

∴ قيمة ب هى 14

ملحوظة

5 أقل من ب تعني طرح 5 من ب أي ب − 5

مثال 12:

ما العدد الذي إذا ضوعف وطرح منه 7 يكون الناتج 9؟

الحل

نفرض أن العدد هو ٢.

نضاعف العدد ونطرح 7 النتيجة تكون 9

2 × ٢ − 7 = 9

∴ المعادلة هي 2٢ − 7 = 9

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

نحل المعادلة: $2م - 7 + 7 = 9 + 7$

$2م = 16$

$\frac{2م}{2} = \frac{16}{2}$

$م = 8$

∴ العدد هو 8

مثال 13:

إذا كان عمر امرأة أربعة أضعاف عمر ابنتها. وكان الفرق بين عمريهما 21 عامًا، أوجد عمريهما؟

الحل

نفرض أن عمر البنت = س.

∴ عمر الأم = 4س.

فارق السن = 21 سنة

∴ 4 س − س = 21

3 س = 21

$\frac{3س}{3} = \frac{21}{3}$

∴ س = 7 كما أن 4س = 4 × 7 = 28

∴ عمر الابنة = 7 سنوات، عمر الأم = 28 سنة.

ملحوظة

إجعل دائمًا المجهول عددًا (لا وحدات).

مثال 14:

إذا كان لدينا عددان فرديان متتاليان مجموعهما = 40، فما هما العددان؟

الحل

نفرض أن العدد الفردي الأصغر = ن.

نفرض أن العدد الفردي الأكبر = ن + 2

∴ ن + (ن + 2) = 40

2ن + 2 = 40

2ن + 2 − 2 = 40 − 2

2ن = 38

$\frac{2ن}{2} = \frac{38}{2}$

∴ ن = 19 ، كما أن ن + 2 = 19 + 2 = 21

∴ العددان هما 19، 21

ملحوظة

الفارق بين عددين فرديين متتاليين هو 2.

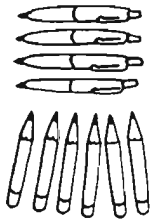
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 15:

ثمن شراء 4 أقلام جافة، و6 أقلام رصاص هو 2.300 دينار. فإذا كان ثمن شراء القلم الجاف يزيد 200 درهمًا عن ثمن شراء القلم الرصاص، أوجد ثمن شراء القلم الجاف.

ملحوظة

تأكد من صياغة الطرفين الأيمن والأيسر بنفس الوحدات.



الحل

نفرض أن ثمن شراء القلم الرصاص = حـ درهمًا.

فإن ثمن شراء كل قلم من الأقلام الجافة يكون (حـ + 200) درهمًا

ثمن 4 أقلام جافة = 4 × (حـ + 200) درهمًا.

∴ ثمن شراء 6 أقلام رصاص = 6حـ درهمًا.

∴ الثمن الإجمالي لشراء الأقلام = 2.300 دينار = 2300 درهمًا

∴ 4(حـ + 200) + 6حـ = 2300

4حـ + 800 + 6حـ = 2300

10حـ + 800 = 2300

10حـ + 800 − 800 = 2300 − 800

10حـ = 1500

$\frac{10حـ}{10} = \frac{1500}{10}$

∴ حـ = 150 ، حـ + 200 = 150 + 200 = 350

∴ ثمن شراء القلم الجاف = 350 درهمًا.

تمرين 1-هـ

1- اجعل العدد المجهول (س) واكتب كلًّا مما يأتي كمعادلة ثم أوجد قيمة هذا العدد:

(أ) ما العدد الذي يضاف إلى 4 ليعطي 7؟

(ب) ما العدد الذي إذا طرح منه 23 يعطي 12؟

(جـ) ما العدد الذي ثلاثة أمثاله 15؟

(د) ما العدد الذي إذا ضرب في 8 يعطي 32؟

(هـ) ما العدد الذي إذا قسم على 3 يعطي 4؟

(و) ما العدد الذي إذا قسم على −4 يعطي −12؟

2- اكتب المعادلة ثم حلها. لكل مما يأتي.

(أ) العدد أ الذي إذا زيد بمقدار 3 يعطي 5

(ب) العدد د الذي إذا زيد بمقدار 10 يعطي 3

(جـ) العدد ح الذي إذا نقص بمقدار 2 يعطي 8

3- العدد (س) أضيف إلى 5. إذا كان الناتج 12،

(أ) كون معادلة في س.

(ب) ما هو العدد س؟

4- ما العدد الذي إذا طرح منه 5 كان الناتج (−2)؟

5- ما العدد الذي ضعفه 22؟

6- ما العدد الذي إذا أضيف إلى ضعفه العدد 5 كان الناتج يساوي 11؟

7- ما العدد الذي إذا ضرب في 3 وأضيف إليه 6، كان الناتج 18؟

8- إذا طرح 8 من ضعف عدد معين كان الناتج يساوي 10 فما هو العدد؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

9- عدد يساوي ثلاثة أمثال عدد آخر فإذا كان مجموعهما 20 . فما هما العددان ؟

10- عمر فتاة س من السنوات وعمر أبيها ثلاثة أمثال عمرها، فإذا كان الفرق بين عمريهما 30 سنة.

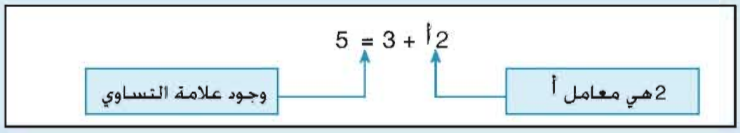
(أ) كون معادلة في س.

(ب) حل المعادلة لتجد عمر الفتاة.

11- إذا كان عمر أب خمسة أمثال عمر ابنه وإذا كان الفرق بين عمريهما 32 سنة. أوجد عمر كل منهما.

ملخص

1- مثال لمعادلة:



2- قواعد حل المعادلات.

- لحذف العدد الموجب من طرف، أضف المكافئ السالب له (أي اطرح العدد) من كلا الطرفين.
- لحذف العدد السالب من طرف، أضف المكافئ الموجب له (أي اجمع العدد) لكلا الطرفين.
- لحذف المعامل من طرف، اقسم كلا الطرفين على المعامل.
- لحذف المقام من طرف، اضرب كلا الطرفين في المقام.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2

النسبة،والتناسب، والنسب المئوية، والمعاملات المالية البسيطة، والصورة المعيارية
Ratio, Proportion, Percentages, Simple Financial Transactions and Standard Form

ذهبت هيام إلى أحد الأسواق، كانت تقارن بين نوعين من مسحوق الصابون لتقرر أى النوعين أرخص، وفيما يلي كيفية حلها للمشكلة.

100جم =
40 جم =

سعة الغسلة	كمية الصابون لكل غسلة	
	النوع (أ) (ثمن 3كجم 10.500دينار)	النوع (ب) (ثمن الكيلوجرام 4دنانير)
2 - 3 كجم		
4 - 5 كجم		

(1) النوع (ا) أرخص بمبلغ 500هـ لكل كجم أى بنسبة 12.5%

(2) النوع ب أرخص لأنه يعطى نسبه 25 : 10 غسلات لكل 1 كجم بالمقارنة بالنوع أ

(3) هيا نحسب للتأكد. النوع (أ) يعطى ≈ 3 غسلات بمبلغ 1 دينار، النوع (ب) يعطى ≈ 6 غسلات بمبلغ 1دينار. ∴ النوع (ب) ارخص.

طريقة التفكير:

1- ثمن 1 كجم من النوع (أ) 10.500دنانير ÷ 3 =3.500دنانير
وثمن 1 كجم من النوع ب 4.00دنانير
∴ النوع (أ) أرخص من النوع (ب) بمبلغ500درهم
أو (500÷4000)× 100 % = 12.5%

2- 1كجم من النوع (أ) يعطى 1000 ÷ 100 = 10 غسلات،
1كجم من النوع (ب) يعطى 1000 ÷ 40 = 25 غسلة.

3- النوع(أ) 3 كجم تعطى 3000 ÷ 100 = 30 غسلة أى أن بمبلغ 10.500دنانير تحصل على 30 غسلة. أى أن بكل 1دينار تحصل على 30÷10.50 ≈ 3 غسلات.
النوع (ب): 1كجم يعطى 1000 ÷ 40=25 غسلة أى أن بمبلغ4.000 دنانير تحصل على 25 غسلة أى أن1 دينار يعطى25 ÷ 4≈6غسلات.

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

- تستخدم النسبة للمقارنة بين كميتين.
- تكتب النسبة ككسر عادي فى أبسط صورة.
- تكتب النسبة بين قياسين.
- حل مسائل تتضمن النسبة، والتناسب الطردي، والتناسب العكسي.
- تعطى المسافة الفعلية بين مكانين على الخريطة.
- تعبر عن النسبة المئوية ككسر أو كعدد عشري.
- تعبر عن كمية كنسبة مئوية من كمية أخرى .
- حل مسائل تتضمن نسبة مئوية.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1-2 النسبة Ratio

نحتاج في أحيان كثيرة إلى المقارنة بين عددين أو كميتين.
بالنظر للصور التالية نجد أنه من الممكن إجـراء المقارنات الآتية:

ملحوظة

معنا هنا 3 قطط وعصفور واحد

نقول أن عدد القطط إلى عدد العصافير هو 3 إلى 1 والتي تسمى **نسبة** ويمكن كتابتها على الصورة 3 : 1 حيث الرمز ":" يعنى "إلى". **النسبة** 3 : 1 تدلنا على أن هناك 3 قطط لكل عصفور . **الترتيب** الذي يعبر عن المقارنة أو النسبة مهم، الكمية التي تذكر أولاً في المقارنة يجب كتابتها أولًا في النسبة.

ملحوظة

معنا هنا سيارتان ودراجة

نسبة عدد السيارات إلى عدد الدراجات 2 : 1 إلا أن نسبة عدد الدراجات إلى عدد السيارات 1 : 2، تدلنا كلتا النسبتين على أن هناك سيارتين لكل دراجة.

النسبة هي مقارنة بين كميتين، نفرض أ، ب أعطيا بترتيب معين، فإن النسبة تكتب على الصورة أ : ب حيث الرمز ":" يعني "إلى".

مثال 1 :

(أ) اكتب الآتي كنسبة بالترتيب "أكواب : فناجين".

(ب) طبق فاكهة به خمس برتقالات وتسع تفاحات، اكتب النسبة بالترتيب "برتقال : تفاح".

الحل

(أ) يوجد **4 أكواب**، 3 فناجين.
∴ نسبة عدد **الأكواب** إلى عدد الفناجين تساوي 4 : 3

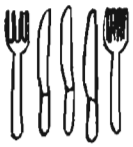
(ب) يوجد 5 **برتقالات**، 9 تفاحات.
∴ نسبة عدد **البرتقال** إلى عدد التفاح تساوي 5 : 9

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 2-أ

1- عبر عن كل مما يأتي كنسبة بالترتيب المعطى:

(أ) سكاكين إلى شوك



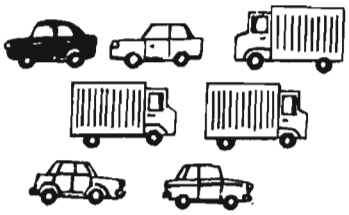
(ب) فئران إلى جبن

(جـ) ملابس إلى مشابك

(د) عصافير إلى أشجار

(هـ) طبول إلى صفارات

(و) سيارات إلى عربات نقل



2-2 كتابة النسبة في صورة كسر عادي

Writing Ratios as Fractions

ملحوظة

طريقة أخرى لكتابة النسبة هي في صورة الكسر العادي.

لدينا 3 شمعات وخمسة أعواد ثقاب.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

نسبة عدد الشمعات إلى عدد أعواد الثقاب تساوي 3 : 5 وتكتب في صورة كسر عادي، نسبة عدد الشمعات إلى عدد أعواد الثقاب

$$= \frac{\text{عدد الشمعات}}{\text{عدد ثقاب الكبريت}} = \frac{3}{5}$$

وعلى ذلك $3 : 5 = \frac{3}{5}$

ملحوظة

لايعدل هذا إلى عدد كسري

تذكر أن الترتيب الذي يعبر به عن النسبة مهم، الكمية التي ذكرت أولاً في النسبة يجب كتابتها في بسط الكسر، وعليه فإن نسبة عدد أعواد الثقاب إلى عدد الشمعات تساوي $\frac{5}{3}$.

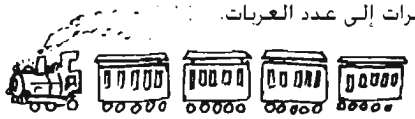
النسبة أ : ب يمكن كتابتها على صورة الكسر العادي $\frac{أ}{ب}$

مثال 2:

اكتب المقارنات الآتية (i) كنسبة (ii) ككسر عادي

وذلك بالترتيب المعطى.

(أ) عدد القاطرات إلى عدد العربات.



(ب) تحتوي حديقة لزراعة الخضراوات على 11 خسة، 6 كرنبات (عبر عن عدد الخسات إلى عدد الكرنبات).

الحل

(أ) توجد قاطرة واحدة، 4 عربات .

(i) نسبة عدد القاطرات إلى عدد العربات تساوي 1 : 4

(ii) تكتب ككسر عادي $1 : 4 = \frac{1}{4}$

(ب) يوجد 11 خسة، 6 كرنبات.

(i) نسبة عدد الخسات إلى عدد الكرنبات تساوي 11 : 6

(ii) تكتب ككسر عادي $11 : 6 = \frac{11}{6}$

تمرين 2- ب

1- اكتب النسب الآتية على صورة كسور عادية:

(أ) 1 : 4 (ب) 1 : 3

(جـ) 3 : 4 (د) 6 : 7

(هـ) 4 : 3 (و) 2 : 5

(ز) 5 : 1 (ح) 7 : 2

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

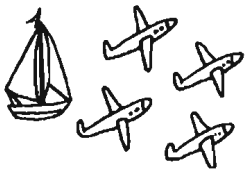
2- اكتب كلًّا مما يأتي في صورة:

(i) نسبة.

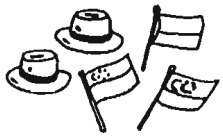
(ii) كسر عادي بالترتيب المعطى.

(أ) دبابيس الرسم إلى مشابك الورق

(ب) الطائرات إلى القوارب



(جـ) الأعلام إلى القبعات



(د) العلامة "✓" إلى العلامة (×)

✓ × × × × ×

× ✓ ✓ × ✓

3-2 اختصار النسبة Simplifying Ratios

انظر إلى الصور التي على اليمين، عندنا مطرقتان، 8 مسامير.

∴ نسبة عدد المطارق إلى عدد المسامير تساوي

2 : 8 أو $\frac{2}{8}$

نعلم أنه عند استخدامنا للكسور العادية يجب التعبير عن الإجابة في أبسط صورة.

∴ $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ في أبسط صورة.

2 : 8 = 1 : 4 في أبسط صورة أي أن أبسط نسبة لعدد المطارق إلى عدد المسامير تساوي 1 : 4، النسبة 1 : 4 تعني أن لكل مطرقة يوجد أربعة مسامير، وعلى ذلك يمكن ترتيب المطرقتين، 8 مسامير لتوضح نسبة 1 مطرقة لكل أربعة مسامير.

لتبسيط الكسر فإننا نقسم كلًّا من البسط والمقام على ع.م.أ. فمثلًا.

$\frac{4}{5} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}_{5}}$ (بقسمة كل من البسط والمقام على 3)

بالمثل لكي نختصر النسبة يجب قسمة الأعداد على ع.م.أ. فمثلًا.

15 : 12 ÷ 3 (اقسم على 3) ÷ 3 → 5 : 4

ملحوظة

ع.م.أ. للعددين 15,12 هو 3.

للتعبير عن النسبة في أبسط صورة، اقسم الكميتين على ع.م.أ.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 3:

اكتب كلًّا مما يأتي كنسبة في أبسط صورة:

(أ) 3 : 9 (ب) 24 : 36

الحل

(أ)

3 : 9

÷ 3 = ÷ 3 اقسم العددين على 3

1 : 3

(ب)

24 : 36

÷ 12 = ÷ 12 اقسم العددين على 12

2 : 3

ملحوظة

(ب) $24 = \textcircled{3} \times 2 \times \textcircled{2} \times \textcircled{2}$

$36 = 3 \times \textcircled{3} \times \textcircled{2} \times \textcircled{2}$

∴ ع.م.أ. للعددين 24، 36

$= 2 \times 2 \times 3 = 12$

تمرين 2- جـ

1- ضع كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة:

(أ) 3 : 3 (ب) 5 : 5 (جـ) 2 : 6

(د) 5 : 10 (هـ) 4 : 24 (و) 7 : 70

(ز) 5 : 90 (ح) 4 : 100 (ط) 6 : 96

2- يبيع بائع 60 فطيرة بالجبنة، 45 فطيرة باللحم، 80 قطعة مرطبات. اكتب كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة:

(أ) عدد قطع المرطبات إلى عدد فطائر اللحم.

(ب) عدد فطائر الجبنة إلى عدد قطع المرطبات.

(جـ) عدد فطائر الجبنة إلى عدد فطائر اللحم.

3- إذا أكملت بنجاح 64 سيارة من 80 سيارة سباقًا للسيارات، اكتب كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة.

(أ) عدد السيارات الناجحة إلى العدد الكلي الذي شارك في السباق

(ب) عدد السيارات غير الناجحة إلى العدد الكلي الذي شارك في السباق

(جـ) عدد السيارات الناجحة في السباق إلى عدد السيارات غير الناجحة.

4- في أحد فصول الصف الثامن يوجد 36 تلميذًا، 20 منهم أعمارهم أقل من 13 سنة. اكتب كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة:

(أ) عدد التلاميذ الذين تقل أعمارهم عن 13 سنة إلى العدد الكلي للتلاميذ.

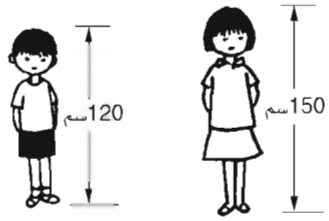
(ب) عدد التلاميذ الذين تزيد أعمارهم عن 13 سنة إلى العدد الكلي للتلاميذ.

(جـ) عدد التلاميذ الذين تقل أعمارهم عن 13 سنة إلى عدد التلاميذ الذين تزيد أعمارهم عن 13 سنة.

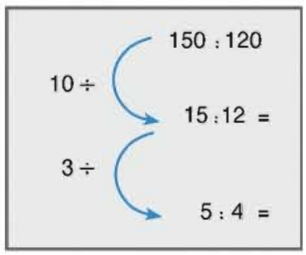
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

4-2 نسب القياسات Ratios in Measurement

يمكن استخدام النسبة في المقارنة بين القياسات. تأمل طول الطفلين جهة اليسار.



نسبة طول الطفل الأقصر إلى طول الطفلة الأطول تساوي 120 : 150

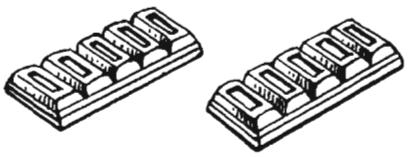


ملحوظة

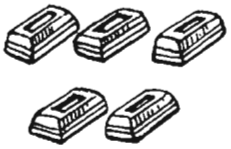
النسبة ليس لها وحدة

النسبة بين الطولي في أبسط صورة تساوي 4 : 5 ، لاحظ أنه رغم أن الأطوال لها وحدة قياس، فإن النسبة **ليس لها وحدة**.

إلا أنه عند مقارنة كميتين، يجب التأكد أولًا أنهما من نفس الوحدة. اعتبر المثال الآتي:



شيكولاتة سماح



شيكولاتة جمال

مع سماح 2 قالب شيكولاتة ، ومع جمال 5 قطع من الشيكولاتة . من الخطأ القول بأن نسبة كمية الشيكولاتة مع سماح إلى كمية الشيكولاتة مع جمال تساوي 2 : 5 حيث أن هذه النسبة توضح خطأ أن سماح معها شيكولاتة أقل من جمال، لذا يجب التعبير عن الكميتين بنفس الوحدة.

سماح معها 2 قالب شيكولاتة أو 10 قطع شيكولاتة جمال معه 5 قطع شكولاتة

نسبة كمية الشيكولاتة (بالقطعة) التي مع سماح إلى كمية الشيكولاتة مع جمال تساوي 10 : 5

= 2 : 1

ملحوظة

"القالب"، "القطعة" وحدتان مختلفتان.

يقابل كل قطعة مع جمال قطعتين مع سماح.

لمقارنة كميتين يجب أن تكون لهما نفس الوحدة.
النسبة ليس لها وحدة .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 4:

إذا كان الكعك يتطلب ساعة طهى واحدة لتسويته بالمقارنة ببعض المخبوزات التى تتطلب 15 دقيقة لتسويتها. اكتب النسبة بين زمن تسوية الكعك إلى زمن تسوية المخبوزات.

الحل

الكعك يحتاج ساعة أو 60 دقيقة لتسويته.

والمخبوزات تحتاج 15 دقيقة لتسويتها.

نسبة زمن تسوية الكعك إلى زمن تسوية المخبوزات (بالدقائق)

تساوى 60 : 15

لكن 60 : 15

= 60 : 15

÷ 5

= 12 : 3

÷ 3

= 4 : 1

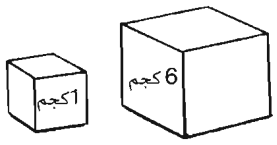
نسبة زمن تسوية الكعك إلى زمن تسوية المخبوزات فى أبسط صورة

تساوى 4 : 1

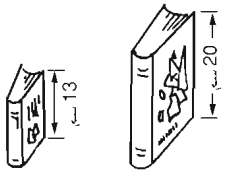
تمرين 2- د

1- اكتب لكل مما يأتى النسبة المطلوبة بالترتيب من اليمين إلى اليسار فى أبسط صورة:

(أ) النسبة بين كتلتي القالبين.

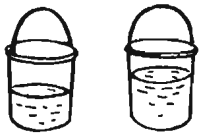


(ب) النسبة بين طولى الكتابين.

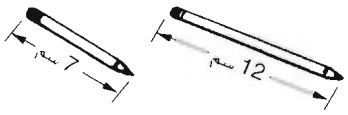


(جـ) النسبة بين ثمنى اللعبتين.

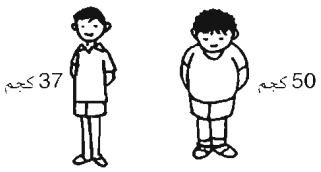
(د) النسبة بين كميتى الماء.



(هـ) النسبة بين طولى القلمين.



(و) النسبة بين كتلتي الولدين.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

(ز) النسبة بين كميتى اللبن

(ح) النسبة بين ثمنى اللعبتين

2- اكتب كلًّا من النسب الآتية فى أبسط صورة حسب الترتيب المعطى:

(أ) 5 دقائق إلى 10 دقائق
(ب) 8 أيام إلى 4 أيام
(جـ) 15 لترًا إلى 3 لترات
(د) 25° س إلى 50° س
(هـ) 36 درهمًا إلى 24 درهمًا
(و) 40° س إلى 28° س
(ز) 16 سنة إلى 18 سنة
(ح) 48 ثانية إلى 32 ثانية

3- اكتب كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة حسب الترتيب المعطى:

(أ) 12د إلى 1 س
(ب) 21 يومًا إلى أسبوع واحد
(جـ) 8 شهور إلى سنتين
(د) 20 ث إلى 2 د
(هـ) 600درهم إلى 5 دنانير
(و) 6 أشهر إلى 4 سنوات
(ز) 40 ث إلى 3 دقائق
(ح) 30 د إلى 5 س

4- ضع المقارنات الآتية كنسبة في أبسط صورة:

(أ) 40 سم إلى 2 م
(ب) 20 جم إلى 2 كجم
(جـ) 6 كم إلى 400 م
(د) 360 م إلى 6 كم
(هـ) 5.2 سم إلى 80 مم
(و) 3.2 ل إلى 80 مل
(ز) 7200 مم إلى 8 م
(ح) 1.5 م إلى 4500 مم
(ط) 7800 سم إلى 8 م
(ى) 0.6 م إلى 300 سم
(ك) 1 س إلى 30د
(ل) 45 د إلى 1 س

5- صورة عرضها 10 سم وطولها 12 سم. اكتب النسب الآتية فى أبسط صورة:

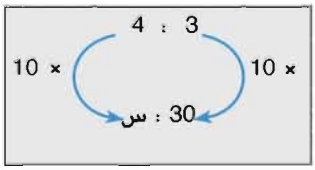
(أ) الطول إلى العرض
(ب) المحيط إلى الطول

6- صفيحة على شكل مستطيل مساحتها 48 سم^2، وكتلتها 26 جم، وصفيحة على شكل دائرة مساحتها 36 سم^2، وكتلتها 20 جم. اكتب النسب الآتية في أبسط صورة حسب الترتيب المعطى:

(أ) مساحة الصفيحة المستديرة إلى مساحة القطعة المستطيلة.
(ب) كتلة القطعة المستطيلة إلى كتلة الصفيحة المستديرة.

5-2 مسائل أخرى على النسب — More Problems on Ratios

كثيرًا ما نحتاج إيجاد حجم أو قيمة مجموعات مختلفة أعطيت النسبة بينها. نفرض أن لدينا لوحًا من الخشب قسم إلى قطعتين بنسبة 3 : 4، إذا علم أن طول القطعة الصغرى 30 سم، فإنه يمكن إيجاد طول القطعة الأخرى كالآتي:



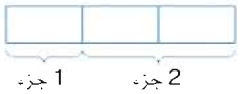
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

∴ طول القطعة الأخرى 40 كم، ويكون طول لوح الخشب 70 كم.

استخدام النموذج

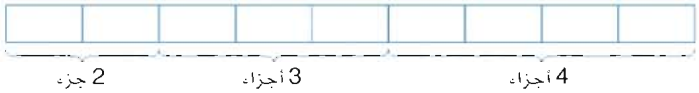
قسم الطول الكلي للوح الخشب إلى 7 أجزاء متساوية في الطول، وتتكون القطعتان من 3 أجزاء، 4 أجزاء على التوالي.

بالمثل إذا كانت النسبة 2 : 1 فإن الطول الكلي يكون قد قسم إلى 3 أجزاء متساوية كمايلي:



لنفرض أن لوح الخشب قسم إلى 3 أجزاء بالنسبة 3 : 2 : 1 حينئذ يكون لدينا 6 أجزاء متساوية:

بالمثل النسبة 4 : 3 : 2 تحتاج إلى 9 أجزاء متساوية.



مثال 5:

خيط طوله 30 كم قسم إلى جزأين بنسبة 2 : 3 أوجد طول كل جزء.

الحل

النسبة 2 : 3

∴ عدد الأجزاء = 5

الطول الكلي = 30 كم

الطول الكلي = 30 كم

∴ طول كل جزء = $\frac{30}{5}$ كم = 6 كم

∴ طول الجزء الأقصر = 2 × 6 = 12 كم

طول الجزء الأطول = 3 × 6 = 18 كم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

طريقة أخرى:

العدد الكلي للأجزاء المتساوية = 2 + 3 = 5

∴ طول الجزء الأقصر = $\frac{2}{5}$ من الطول الكلي للخيط

= $\frac{2}{5}$ × 30 كم = 12 كم

طول الجزء الأطول = $\frac{3}{5}$ من الطول الكلي للخيط.

= $\frac{3}{5}$ × 30 كم = 18 كم

مثال 6:

قسم المتسابقون الجائزة وقدرها 90 دينارًا بنسبة 3 : 2 : 1، أوجد

(أ) النصيب الأكبر (ب) النصيب الأصغر

الحل

مجموع الأجزاء = 3 + 2 + 1

= 6

(أ) النصيب الأكبر = $\frac{3}{6}$ × 90 دينارًا

= 45 دينارًا

(ب) النصيب الأصغر = $\frac{1}{6}$ × 90 دينارًا

= 15 دينارًا

مثال 7:

مسحوق البن من صنف الرائحة الذكية هو مخلوط من مسحوق البن درجة (أ)، درجة (ب) بنسبة 2 : 3 إذا كان ثمن كيلوجرام واحد من الدرجة (أ) 12 دينارًا ، ومن الدرجة (ب) 8 دنانير ، ما ثمن كيلوجرام واحد من المخلوط؟

الحل

الدرجة أ : الدرجة ب = 2 : 3

∴ 5 كجم من المخلوط يحتوى 2 كجم من الدرجة (أ)، 3 كجم من الدرجة (ب)

∴ ثمن 2 كجم من الدرجة (أ) = 2 × 12 دينارًا

= 24 دينارًا

∴ ثمن 3 كجم من الدرجة (ب) = 3 × 8 دنانير

= 24 دينارًا

∴ ثمن 5 كجم من المخلوط = 24 دينارًا + 24 دينارًا

= 48 دينارًا

∴ ثمن 1 كجم من المخلوط = $\frac{48}{5}$

= 9.60 دنانير

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 2- هـ

1- قطع من الخيط، طول كل منها 60 سم، كل قطعة مقسمة بإحدى النسب الآتية، أوجد طولى الجزأين في كل حالة :

(أ) 1 : 1 (ب) 2 : 1

(جـ) 3 : 1 (د) **1 : 4**

(هـ) 5 : 1 (و) 2 : 3

(ز) 3 : 2 (ح) 7 : 3

2- يتم تقليم إحدى الأشجار بحيث تكون النسبة بين طول جزء الفرع المقطوع إلى الجزء الباقى منه 1 : 2. إذا كان طول الفرع 6م.

(أ) أوجد طول الجزء المقطوع.

(ب) أوجد طول الجزء الباقي.

3- النسبة بين عدد الرجال إلى عدد النساء في رحلة هي 3 : 2 إذا كانت الطائرة عليها 300 مسافر أوجد عدد كل من الرجال والنساء على الطائرة.

4- إذا لعب فريق الهوكي 27 مباراة، وكانت نسبة عدد مرات الفوز إلى عدد مرات الخسارة تساوي 7 : 2 أوجد عدد مرات الفوز وعدد مرات الخسارة لهذا الفريق.

5- الوزن الكلي لسيارة نقل محملة كاملًا بالفحم هو 48 طنًا والنسبة بين كتلة السيارة إلى كتلة الفحم 7 : 5. ما كتلة :

(أ) سيارة النقل؟ (ب) الفحم؟

6- تحمل باخرة عابرة للمحيطات 747 فردًا في الرحلة الواحدة، كانت نسبة عدد الملاحين إلى المسافرين هي 2 : 7 أوجد عدد:

(أ) الملاحين. (ب) المسافرين.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6-2 التناسب الطردي Direct Proportion

ادرس الجدول الآتي:

عدد قطع الدجاج المشتراة	الثمن
1	ديناران
2	4 دنانير
3	6 دنانير
4	8 دنانير
5	10 دنانير

عدد يتزايد ↓ — ثمن يتزايد ↓

تلاحظ زيادة الثمن بمقدار 2 دينار لكل قطعة دجاج إضافية مشتراة، وعلى ذلك فإنه إذا ضاعفنا قطع الدجاج فإن الثمن يتضاعف أيضًا، ونقول أن الثمن يزيد بالتناسب مع عدد قطع الدجاج، فمثلًا ثمن قطعتي دجاج 4 دنانير وثمن 4 قطع يساوي 8 دنانير.

لاحظ أن:

4 قطع دجاج : 2 قطع دجاج = 4 : 2 = 2 : 1

ثمن 4 قطع: ثمن 2 قطعة = 8 دنانير : 4 دنانير = 2 : 1 بالمثل

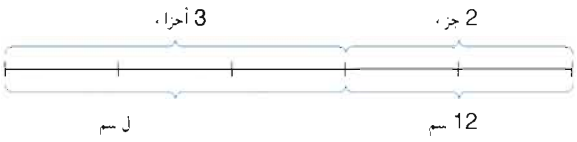
ثمن 3 قطع: ثمن قطعة واحدة = 6 د : 2 د = 3 : 1 وعلى ذلك فإننا نقول

أن الكميات التي تزيد بنفس المعدل تكون في تناسب طردي.

مثال 6

قطعة خيط قسمت إلى جزأين بنسبة 2 : 3، إذا كان طول الجزء الأقصر 12 سم، أوجد طول الجزء الأطول.

الحل



افرض طول الجزء الأطول ل سم

∴ ل : 12 = 3 : 2

أي أن $\frac{ل}{12} = \frac{3}{2}$

$= \frac{6 \times 3}{6 \times 2} = \frac{18}{12}$

∴ ل = 18 سم

∴ طول الجزء الأطول = 18 سم

ملحوظة

اكتب دائمًا المجهول أولًا ولاحظ ترتيب النسب.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 9:

إذا كان ثمن 10 مساند للكتابة 11 دينارًا ، فأوجد ثمن مسندين.

الحل

نفرض ثمن مسندين للكتابة س دينار.

∴ س : 11 = 2 : 10

أي أن $\frac{س}{11} = \frac{2}{10}$

∴ $\frac{س}{\cancel{11}_{1}} \times \cancel{11}^{1} = 11 \times \frac{2}{10}$

∴ س = $\frac{22}{10}$ = 2.200 دينارًا

∴ ثمن مسندين يساوي 2.200 دينارًا

ملحوظة

اكتب دائمًا المجهول أولاً ولاحظ ترتيب النسب.

استعمل ثلاثة أرقام عشرية.

طريقة أخرى (طريقة الوحدة):

ثمن 10 مساند للكتابة يساوي 11 دينارًا

∴ ثمن مسند واحد يساوي $\frac{11}{10}$ = 1.100 دينار

∴ ثمن مسندين = 1.100 دينار × 2

= 2.200 ديناران

ملحوظة

اكتب دائمًا المجهول أولًا ولاحظ ترتيب النسب.

مثال 10:

أوجد قيمة س إذا كان 7 : 13 = 21 : س

الحل

أعد كتابة كالآتي:

7 : 13 = 21 : س

س : 21 = 13 : 7

$\frac{13}{7} = \frac{س}{21}$

$= \frac{13 \times 3}{7 \times 3}$

$= \frac{39}{21}$

∴ س = 39

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 11:

تحتاج سيارة 21 لترًا من الوقود لقطع مسافة 320 كم. كم لترًا من الوقود تحتاجها السيارة لقطع مسافة 80 كم؟

ملحوظة

حاول استخدام طريقة الوحدة لحل هذه المسألة.

الحل

نفرض كمية الوقود التي تحتاجها السيارة ب لترًا.

∴ ب : 21 = 80 : 320

أي أن : $\frac{ب}{21} = \frac{80}{320}$

∴ $\frac{ب}{\cancel{21}_{1}} \times \cancel{21}_{1} = \frac{\cancel{80}^{1}}{\cancel{320}_{4}} \times 21$

∴ ب = $\frac{21}{4}$ = 5.25 = عدد لترات الوقود التي تحتاجها السيارة لقطع 80 كم.

تمرين 2- و

1- أوجد قيمة س في كل مما يلي:

(أ) س : 2 = 3 : 1 (ب) س : 6 = 2 : 3

(جـ) 5 : 4 = س : 12 (د) 7 : 4 = س : 28

(هـ) 15 : 4 = 45 : س (و) 11 : 18 = 55 : س

(ز) 36 : س = 2 : 9 (ح) 15 : س = 3 : 14

2- النسبة بين ارتفاعي عمارتين هي 6 : 19، إذا كان ارتفاع العمارة الأطول 114م أوجد ارتفاع العمارة الأخرى.

3- النسبة بين ثمني سيارتين تساوي 7 : 11، وثمن السيارة الأغلى 6600 دينار. ما ثمن السيارة الأرخص؟

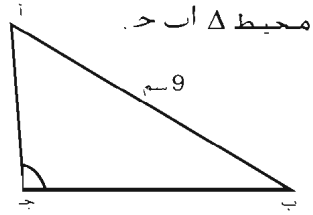
4- نسبة كتلة أرنب إلى كتلة فأر تساوي 14 : 3، إذا كانت كتلة الأرنب تساوي 3.5 كجم فما كتلة الفأر؟

5- إذا كانت نسبة سرعة دراجة بخارية إلى سرعة دراجة عادية تساوي 8 : 3، وإذا كانت الدراجة البخارية تتحرك بسرعة 60 كم/س فما سرعة الدراجة العادية؟

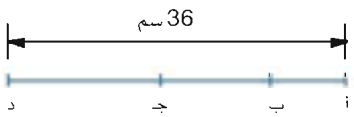
6- نسبة ثمن كتاب بغلاف ورق إلى ثمن كتاب بغلاف مقوى تساوي 1 : 3، فإذا كان ثمن الكتاب الثاني 18 دينارًا فما ثمن الكتاب الأول؟

7- إذا قسمت قطعة أرض مساحتها 14000م^2 إلى ثلاث قطع للبناء بنسبة 3 : 2 : 2 فأوجد مساحة القطعة الأكبر.

8- إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع Δ أ ب حـ كالآتي: أ ب : ب حـ : حـ أ = 6 : 5 : 3 وإذا كان أ ب = 9 سم احسب محيط Δ أ ب حـ.



9- (أ) طول القطعة المستقيمة $\overline{أ د}$ يساوي 36 سم، فإذا كان أ ب : ب حـ : حـ د = 2 : 3 : 4 احسب طول $\overline{ب حـ}$.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

(ب) تقطع سيارة 6كم في 8 دقائق، فما المسافة التي تقطعها هذه السيارة خلال 20 دقيقة إذا تحركت بنفس السرعة؟

10- ثمن أربعة كتب من نفس النوع هو13.200 دينارًا ، ما ثمن 12 كتابًا من هذا النوع؟

11- إذا كان ثمن 10 قطع من الحلوى هو 7.5 دنانير فأوجد ثمن 4 قطع.

12- إذا كان ثمن 12كجم من الموز هو 16.00 دينارًا احسب
(أ) ثمن 18كجم من الموز .
(ب) كم كيلو جرامًا من الموز يمكن شراؤها بمبلغ 20.00 دينارًا ؟

7-2 التناسب العكسي Inverse Proportion

افرض أن رجلًا عليه دفع ضريبة دخل قدرها 1200 دينار . يوضح الجدول الآتي البدائل التي يمكنه اختيارها لكي يدفع ضريبة الدخل بالتقسيط.

القسط الشهري	عدد الشهور
100 دينار	12
200 دينار	6
300 دينار	4
400 دينار	3
600 دينار	2

المبلغ يزداد ↓ — عدد الشهور يتناقص ↓

تلاحظ من الجدول أن عدد شهور التقسيط يتناقص كلما زاد القسط الشهري، وبناءً عليه إذا ضوعف القسط الشهري فإن الزمن المستغرق في السداد ينقص إلى النصف، فمثلاً :

القسط الشهري	الزمن المستغرق بالشهور
200 دينار ← 400 دينار (ضوعف)	6 ← 3 (نقص إلى النصف)

بالمثل إذا زاد القسط ثلاثة أمثال فإن الزمن المستغرق يساوي $\frac{1}{3}$ الزمن الأصلي فمثلًا:

القسط الشهري	الزمن المستغرق بالشهور
200 دينار ← 600 دينار (ثلاثة أمثال (أي × 3))	6 ← 2 ($\frac{1}{3}$ ×)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

وعلى ذلك نستطيع أن نقول:

إذا زادت كمية بنفس معدل نقص كمية أخرى فإنه يوجد تناسب عكسي بينهما.

مثال 12:

إذا أمكن لـ 10 رجال الانتهاء من تعبئة طعام محفوظ خلال 6 أيام ففي كم يوم يمكن انتهاء التعبئة إذا كان عدد الرجال 15؟

الحل

ملحوظة

في التناسب العكسي، تذكر أن تعكس ترتيب نسبة الكمية الثانية.

تنتهي التعبئة في زمن أقل كلما زاد عدد الرجال، مما يدل ضمنًا على التناسب العكسي .

افرض عدد الأيام س .

الكمية الأولى	الكمية الثانية
س أيام	15 رجلًا
6 أيام	10 رجال

∴ س : 6 = 10 : 15

∴ $\frac{2}{3} = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \frac{س}{6}$

$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{س}{6}$

∴ س = 4

∴ يمكن تعبئة الطعام خلال 4 أيام عندما يكون عدد الرجال 15 .

حل آخر

$\frac{10}{15} = \frac{س}{6}$

∴ $\cancel{6}^{2} \times \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \cancel{6}^{1} \times \frac{س}{\cancel{6}_{1}}$

∴ س = 4

طريقة الوحدة:

يمكن أن ينهي 10 رجال التعبئة خلال 6 أيام.

∴ رجل واحد ينهي التعبئة في 10 × 6 = 60 يومًا.

∴ 15 رجلًا يمكنهم الانتهاء من التبعئة في $\frac{1}{15}$ × 60 = 4 أيام.

مثال 13:

إذا تحركت سيارة بسرعة 60 كم/ س فإنها تستغرق 20 دقيقة لقطع مسافة معينة. ما السرعة التي يجب أن تتحرك بها السيارة لتقطع هذه المسافة خلال 15 دقيقة فقط ؟

الحل

لكي تقطع السيارة المسافة في زمن أقل، يجب زيادة سرعة السيارة مما يدل ضمنًا على التناسب العكسي.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

نفرض أن السرعة المطلوبة ع كم/س
إذا كانت السرعة ع كم/س فإن الزمن اللازم 15 دقيقة
إذا كانت السرعة 60 كم/س فإن الزمن اللازم 20 دقيقة
∴ ع : 60 = 20 : 15

ملاحظة

تذكـــر أن تعـكس ترتيب نسبة الكمية الثانية.

$$\frac{80}{60} = \frac{4 \times 20}{4 \times 15} =$$

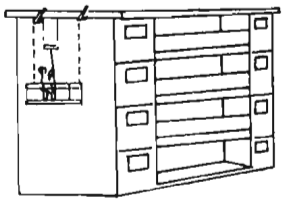
∴ ع = 80

∴ السرعة المطلوبة = 80 كم/س

تمرين 2- ز

1- يستطيع 30 رجـلًا إنجـاز عـمـل خـلال 32 يـومًا. فـي كم يومًا يستطيع 40 رجلًا إنجـاز نفس العمل؟

2- يحـتاج طلاء جـانب إحدى العـمارات 6 عمـال لإنجازه خلال 4 أيام، كم عاملاً يلزم لإنجاز نفس العمل خلال 3 أيام؟



3- يستطيع 9 عمـال إقامة حائط خلال 10 أيام. إذا كان عدد العمـال 6 ففي كم يومًا يتم إقامة هذا الحائط؟

4- يستطيع 8 عمـال حفر خندق خلال 5 أيام . كم عاملاً يلزم لحفر هذا الخندق خلال 4 أيام؟

5- عند فـلاح كمية من العلف تكفي 60 يومًـا لإطعام 90 من الخـراف،كم خروفًـا يجب بيـعهـا حـتى يكفي العلف لمدة 100 يوم؟

6- إذا كان 6 عمـال يستطيعون تنظيف شـبابيك مبنى خـلال 10 سـاعـات،كـم عاملاً يـلزم لكـى ينتـهي التنظيف خلال 4 ساعات؟

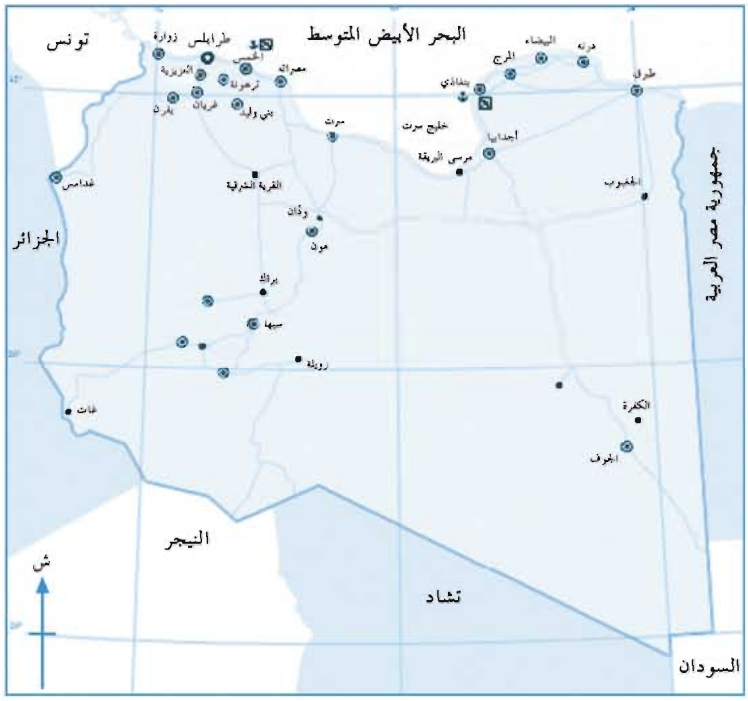
7- 7 رجال يستطيعون إقـامة سور خلال 8 ساعات. فإذا مـرض أحـد الرجال فـمـا هو الوقت الإضـافي لـبـاقي الرجال حتى يقيموا نفس السور؟

8-2 مقياس الرسم ومسائل على الخرائط Scales and Map Problems

الشكل فى الصـفـحـة التالية هو خريطة ليـبـيـا وهـي تمـثل مـراحل تنفـيـذ مشروع النهر الصناعي . وبالطبع فإن الخريطة ليس لها نفس مساحة المناطق التى تمثلها. وعليه فلكي تمثل مساحة أو مواقع هذه الأماكن بدقة فإن القياسات يجب أن تكون بمقياس رسم يمثل هذه الأبعاد حتى تكون مساحة الخريطة ملائمة .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

يعطى مقياس الرسم المبين أسفل الخريطة نسبة المسافة على الخريطة إلى المسافة الفعلية.



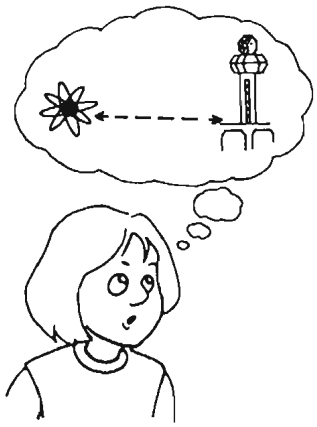
في هذه الحالة 1 سم يمثل 200 كم. بما أن مقياس الرسم نسبة فيمكن كتابته كما يلي:

1 سم : 200 كم = 1 سم : 200000 م
= 1 : 20000000

∴ يُعبر أحيانًا عن مقياس الرسم على الخريطة على الصورة 1 : ن حيث ن عدد كلي. مقياس الرسم السابق 1 :20000000 يعني أن كل 1 سم على الخريطة يمثل 20000000 سم على الأرض.

ملحوظة

يجب أن تكون كميتا النسبة من نفس الوحدة.



مثال 14:

مستخدمًا الخريطة السابقة أوجد المسافة على الخريطة بين طرابلس وغريان برسم خط مستقيم بينهما، ثم أوجد المسافة الفعلية بينهما (على الأرض).

الحل

المسافة على الخريطة بين طرابلس وغريان =0.45 سم.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

نفرض أن المسافة الفعلية على الأرض = س كم.
∴ س كم يمثلها 0.45 م.

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول على الخريطة}}{\text{الطول الفعلي}}$$

$$\frac{0.45}{\text{س}} = \frac{1}{20000000}$$

$$\text{س} = 0.45 \times 20000000 \text{ م}$$

$$= \frac{20000000 \times 0.45}{100 \times 1000} = 90 \text{ كم}$$

∴ المسافة الفعلية بين طرابلس وغريان تساوي 90 كم.

مثال 15:

إذا كانت المسافة على الخريطة 5 سم تمثل 2 كم، ما الطول على الخريطة الذي يمثل مسافة 800 م؟

الحل

نفرض أن س سم تمثل 800 م
ولدينا أن 5 سم تمثل 2000 م

$$\therefore \frac{\text{س}}{5} = \frac{800}{2000} = \frac{2}{5}$$

∴ س = 2
∴ 2 سم على الخريطة تمثل 800 م.

مثال 16:

إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 5000، وكان موقف سيارات مستطيل الشكل بعداه 8 سم، 4.5 سم على الخريطة، أوجد الأبعاد الفعلية لموقف السيارات بالمتر. ما المساحة الفعلية لموقف السيارات بالهكتار؟ (1 هكتار = 10000 م^2)

الحل

مقياس الرسم 1 : 5000 أي كل 1 سم إلى 5000 سم

= 1 سم إلى $\frac{5000}{100}$ م
= 1 سم إلى 50 م
الطول الفعلي للموقف = 8 × 50 م = 400 م
العرض الفعلي للموقف = 4.5 × 50 م = 225 م
مساحة الموقف = 400 م × 225 م
= 90000 م^2
= $\frac{90000}{10000}$ هكتار
= 9 هكتار

ملحوظة

اقسم للتحويل إلى وحدة أكبر.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

حول كم إلى سم

مثال 17:

اكتب مقياس الرسم الذي فيه 1 سم يمثل 0.5 كم في الصورة 1 : ن

الحل

0.5 كم = 0.5 × 1000 سم

= 500 سم

= 500 × 100 سم = 50000 سم

∴ نجد ان 1 سم : 50000 سم = 1 : 50000

تمرين 2- ح

1- إذا كان 2 سم يمثل 5 كم على الخريطة، ما المسافة على الخريطة التي تمثل 1800 م ؟

2- إذا كان مقياس رسم الخريطة هو 1 : 25000 وكان بعدا قطعة أرض مستطيلة على الخريطة 6 سم، 4 سم:
(أ) أوجد البعدين الفعليين لقطعة الأرض بالأمتار.
(ب) ما المساحة الفعلية لقطعة الأرض بالهكتار؟
(1 هكتار = 10000 $م^2$).

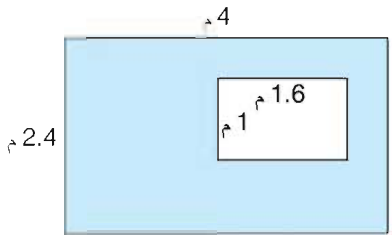
3- إذا كان مقياس الرسم لخريطة هو 1 : 50000 ما الطول على الخريطة الذى يمثل طريقًا طوله 10 كم؟

4- اكتب مقاييس الرسم الآتية على الصورة 1 : ن
(أ) 1 سم يمثل 10 م
(ب) 1 سم يمثل 1 كم
(جـ) 2 سم تمثل 5 كم
(د) 2 سم تمثل 5 م
(هـ) 5 سم تمثل 2 م
(و) 5 سم تمثل 2 كم

5- رسمت خريطة بمقياس رسم 1 سم لكل 6 سم، ما هو طول الخط على الخريطة التى تمثل مسافة 72 سم؟

6- مسافة على خريطة 2 سم تمثل 1 كم:
(أ) ما المسافة التى يمثلها 11 سم على الخريطة؟
(ب) ما المسافة على الخريطة التى تمثل 800 م؟

7- يمثل الشكلان الآتيان حائطين من حجرة.



شكل (1)

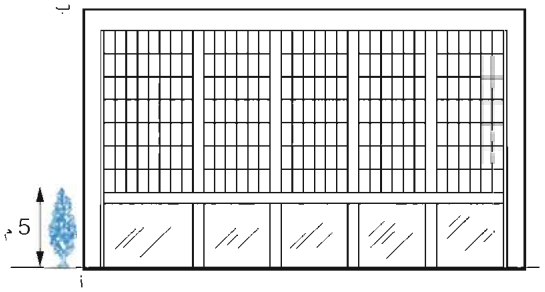
شكل (2)

(أ) مستخدمًا الأبعاد المعطاة في شكل (1) أوجد مساحة المنطقة المظللة.

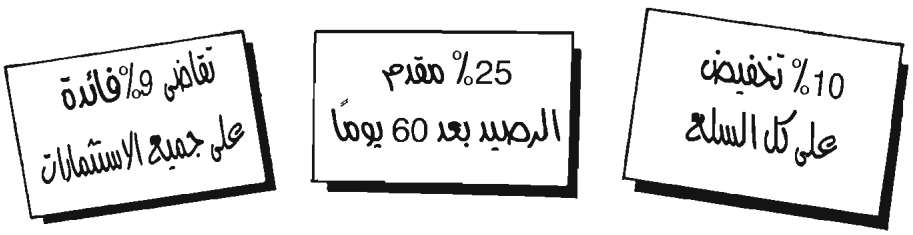
(ب) بفرض أن الشكلين رسما بمقياس رسم دقيق وأن العرض الفعلي للحائط المظلل هو 4 م، أوجد العرض الفعلي للحائط الممثل في شكل (2).

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

8- يوضح الشكل المرسوم بمقياس رسم شجرة ومبنى. الارتفاع الفعلي للشجرة يساوي 5 م. استخدم مسطرتك لتقدر الارتفاع الفعلي أ ب للمبنى لأقرب متر.



9-2 كتابة النسب المئوية ككسور عادية وكأعداد عشرية
Writing Percentages as Fractions and Decimals



نرى مثل هذه الإعلانات يوميًّا في الصحف، والإذاعة ونستعملها دائمًا في حواراتنا، كلمة "**في المائة**" تعني "**من كل مائة واحدة**" والرمز (%) يستخدم ليدل على "**النسبة المئوية**". ربما يذكرك هذا الرمز بالأرقام في العدد 100 وظهر من تكرار كتابة 100% والتي أصبحت %، وعلى ذلك 9% تقرأ 9 في المائة وتعني "9 من مائة واحدة".

بما أن 9% تعني 9 أجزاء من 100 جزء، فإن 9% يمكن كتابتها على الصورة $\frac{9}{100}$، أو 0.09

وبالمثل 10% تعني 10 من 100، ويمكن كتابتها على صورة الكسر العادي $\frac{10}{100}$، والكسر $\frac{10}{100}$ يمكن اختصاره إلى $\frac{1}{10}$

$\therefore$ 10% = $\frac{1}{10}$ أو 0.1

ملحوظة

اقسم كلًّا من البسط والمقام على 10

النسبة المئوية يرمز لها بالرمز "%" وتعني كسر من مائة واحدة.

فمثلًا: $11\% = \frac{11}{100}$

ويجب أن يكتب الكسر العادي في أبسط صورة.

فمثلًا $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 18:

عبر عن النسب المئوية الآتية ككسور عادية في أبسط صورة:

(أ) 17% (ب) 60%

(جـ) 37.5% (د) $7\frac{1}{2}\%$

الحل

(أ) $17\% = \frac{17}{100}$ (17 من مائة)

(ب) $60\% = \frac{60}{100}$ (60 من مائة)

$= \frac{3}{5}$

(جـ) $37.5\% = \frac{37.5}{100}$

$= \frac{10 \times 37.5}{10 \times 100}$

$= \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$

(د) $7\frac{1}{2}\% = \frac{7\frac{1}{2}}{100}$

$= \frac{2 \times 7\frac{1}{2}}{2 \times 100}$

$= \frac{15}{200} = \frac{3}{40}$

مثال 19:

ضع النسب المئوية الآتية في صورة كسور عادية.

(أ) 110% (ب) 250%

الحل

(أ) $110\% = \frac{110}{100}$

$= \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$

(ب) $250\% = \frac{250}{100}$

$= \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

عند كتابة النسبة المئوية الأكبر من 100% في صورة كسر عادي يكون البسط أكبر من المقام، وعلى ذلك فإنها تمثل عددًا أكبر من واحد.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 20:

ضع النسب المئوية الآتية في صورة أعداد عشرية.

(أ) 30% (ب) 130%

الحل

(أ) $30\% = \frac{30}{100} = 0.3$ (ب) $130\% = \frac{130}{100} = 1.3$

مثال 21:

ضع النسب المئوية الآتية في صورة أعداد عشرية.

(أ) $3\frac{1}{2}\%$ (ب) $12\frac{1}{5}\%$

الحل

(أ) $3\frac{1}{2}\% = 3.5\%$

$= \frac{3.5}{100}$

$= 0.035$

(ب) $12\frac{1}{5}\% = 12.2\%$

$= \frac{12.2}{100}$

$= 0.122$

تمرين 2-ط

1- عبر عن النسب المئوية الآتية ككسور عادية في أبسط صورة:

(أ) 20% (ب) 25% (جـ) 75%

(د) 12.5% (هـ) $87\frac{1}{2}\%$ (و) $66\frac{2}{3}\%$

لاحظ أن:

$20\% = \frac{1}{5}$ ، $25\% = \frac{1}{4}$ ، $50\% = \frac{1}{2}$ ، $75\% = \frac{3}{4}$ ،

$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$ ، $66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$

2- ضع النسب المئوية الآتية في صورة أعداد عشرية.

(أ) 50% (ب) 40% (جـ) 24%

(د) 42% (هـ) 42.5% (و) $2\frac{1}{2}\%$

(ز) $16\frac{2}{5}\%$

3- ضع النسب المئوية الآتية في صورة:

(i) كسور عادية (ii) أعداد عشرية.

(أ) 120% (ب) 180%

(جـ) 125% (د) 175%

(هـ) 104% (و) 128%

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

10-2 كتابة الكسر العادي والعدد العشري في صورة نسب مئوية

Writing Fractions and Decimals as Percentages

درست فيما سبق أن النسبة المئوية يمكن كتابتها في صورة كسر عادي مقامه 100

مثلاً $\frac{7}{100} = \%7$

وبالعكس، فإن أي كسر عادي مقامه 100 يمكن كتابته في صورة نسبة مئوية.

مثلاً $\%7 = \frac{7}{100}$

تمكننا **الكسور العادية المتكافئة** من كتابة الكسور العادية بمقام معين. للتحويل إلى نسبة مئوية يلزم كتابة الكسر العادي بحيث يكون المقام 100 فمثلاً.

ملحوظة

$\frac{100}{100} = \%100$

$1 =$

إذا ضرب الكسر العادي في 100%، فإنه يمكن أيضًا إيجاد النسبة المئوية.

$\frac{\square}{100} = \frac{9}{10}$ (10 ×)

$\%10 \times 9 = \%\overset{10}{\cancel{100}} \times \frac{9}{\cancel{10}_{1}}$

$\%90 =$

(10 ×) $\%90 = \frac{\square}{100} = \frac{9}{10}$ (10 ×)

بالمثل. فقد درست أن أي نسبة مئوية يمكن التعبير عنها في صورة عدد عشري.

فمثلًا $\%5 = \frac{5}{100} = 0.05$

وعلى ذلك فإن أي عدد عشري يمكن كتابته في صورة نسبة مئوية.

فمثلًا $0.05 = \frac{5}{100} = \%5$

لاحظ أنه إذا ضرب العدد العشري في 100% فإنه يمكننا أيضًا إيجاد النسبة المئوية :

$0.05 = 0.05 \times \%100 = \%5$

لتحويل كسر عادي أو عدد عشري إلى نسبة مئوية اضربه في 100%.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 22:

ضع الكسور العادية الآتية في صورة نسبة مئوية:

(أ) $\frac{3}{20}$ (ب) $\frac{11}{300}$ (جـ) $2\frac{1}{4}$

الحل

(أ) $\frac{3}{20} = \frac{3}{20} \times \%100^{5} = \%15$

(ب) $\frac{11}{300} = \frac{11}{300} \times \%100^{1} = \%3\frac{2}{3}$

(جـ) $2\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4} \times \%100 = \frac{9}{4} \times \%100 = \%225$

ملحوظة

(أ) اضرب في 100%

(ب) اضرب في 100%، عبر عن الإجابة في صورة عدد كسري

(جـ) حول العدد الكسري إلى كسر غير فعلي. اضرب في 100%

مثال 23:

ضع الأعداد العشرية الآتية في صورة نسب مئوية:

(أ) 0.3 (ب) 0.04 (جـ) 1.5

الحل

(أ) $0.3 = 0.3 \times \%100$

$= \%30$

(ب) $0.04 = 0.04 \times \%100$

$= \%4$

(جـ) $1.5 = 1.5 \times \%100$

$= \%150$

تمرين 2- ى

1- ضع الكسور العادية الآتية في صورة نسب مئوية:

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $1\frac{1}{4}$ (جـ) $1\frac{3}{10}$

(د) $1\frac{2}{5}$ (هـ) $1\frac{3}{8}$ (و) $1\frac{5}{8}$

(ز) $\frac{11}{20}$ (ح) $\frac{6}{25}$ (ط) $\frac{19}{50}$

(ى) $\frac{2}{3}$

2- ضع الأعداد العشرية الآتية في صورة نسب مئوية:

(أ) 0.1 (ب) 0.2

(جـ) 0.34 (د) 0.45

(هـ) 0.678 (و) 2.34

(ز) 5.67 (ح) 8.9

(ط) 1.2 (ى) 3

3- عبر عن 0.6

(أ) كنسبة مئوية.

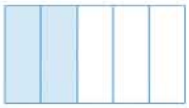
(ب) ككسر عادى في أبسط صورة.

4- لكل من الأشكال الآتية.

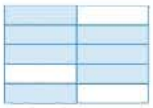
(i) ضع الكسر المظلل في صورة نسبة مئوية.

(ii) أوجد النسبة المئوية للجزء غير المظلل.

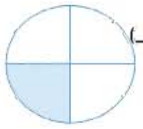
(أ)



(ب)



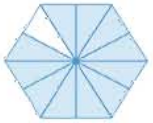
(جـ)



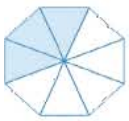
(د)

(هـ)

(و)



(ز)



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

11-2 التعبير عن كمية كنسبة مئوية من أخرى

Expressing One Quantity as a Percentage of Another

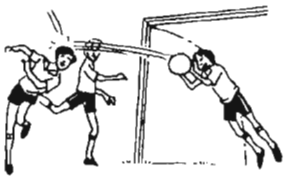
يمكن استخدام النسبة المئوية **للمقارنة** بين كميتين. لنفرض أن ناديًا للسباحة به 60 عضوًا، منهم 15 بنتًا. يمكننا التعبير عن عدد البنات كنسبة مئوية من جميع أعضاء النادي. يجب أولاً التعبير عن عدد البنات في صورة كسر عادي بالنسبة لجميع الأعضاء.

الكسر الذي يعبر عن الأعضاء من البنات = $\frac{\text{عدد البنات}}{\text{عدد الأعضاء}} = \frac{15}{60}$

لتحويل الكسر إلى نسبة مئوية نضرب في 100%

$\therefore$ النسبة المئوية للبنات من الأعضاء = $\frac{\overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{60}}} \times \overset{5}{\cancel{100}}\% = 25\%$

$\therefore$ 25% من الأعضاء بنات.



للتعبير عن كمية كنسبة مئوية من أخرى، تأكد أن لهما نفس الوحدة ثم:

1- اكتب الكمية ككسر من الأخرى ثم،

2- اضرب في 100%

فمثلاً 40 من 50 = $\frac{40}{50} = \frac{40}{\underset{1}{\cancel{50}}} \times \overset{2}{\cancel{100}}\% = 80\%$

مثال 24:

ما النسبة المئوية 24 من 40؟

الحل

نكتب 24 من 40 ككسر = $\frac{24}{40}$

وفي صورة نسبة مئوية، $\frac{24}{40} = \frac{\overset{6}{\cancel{24}}}{\underset{10}{\cancel{40}}} \times \overset{10}{\cancel{100}}\% = 60\%$

$\therefore$ 24 تساوي 60% من 40

مثال 25:

إذا كان عدد تلاميذ أحد الفصول 40 تلميذًا، 12 منهم في فريق كرة القدم. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين ليسوا في فريق كرة القدم؟

الحل

النسبة المئوية للتلاميذ في فريق كرة القدم = $\frac{12}{40} \times 100\%$

$= 30\%$

$\therefore$ النسبة المئوية **لغير** أعضاء فريق كرة القدم = $100\% - 30\%$

$= 70\%$

أو

عدد التلاميذ **غير** أعضاء فريق كرة القدم = $40 - 12 = 28$

$\therefore$ النسبة المئوية **لغير** أعضاء فريق كرة القدم = $\frac{28}{40} \times 100\%$

$= 70\%$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 26:

ضع 20 جم في صورة نسبة مئوية من 80 جم.

الحل

$$\frac{\text{20 جم}}{\text{80 جم}} = \frac{20}{80} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

مثال 27:

ضع 12 دقيقة في صورة نسبة مئوية من ساعة واحدة.

الحل

$$\frac{\text{12 د}}{\text{1 س}} = \frac{\text{12 د}}{\text{60 د}}$$

$$= \frac{12}{60} \times 100\% = 20\%$$

ملحوظة

عبر بنفس الوحدات، وللتسهيل فنحن نغير عادة الوحدة الكبرى إلى الصغرى

تمرين 2 - ك

1- أوجد النسبة المئوية للكمية الأولى بالنسبة للكمية الثانية.

(أ) 24 ، 60 (ب) 39 ، 75

(جـ) 21سم، 30 سم (د) 20كجم، 80 كجم

(هـ) 15د ، 1 س (و) 300 جم، 1 كجم

(ز) 120سم، 2 م (ح) 500 درهم ، 2 دينار

(ط) 36°، 48° (ى) 10° س، 50°س

(ك) 32م^2 ، 40 سم^2 (ل) 100مل، 0.4 ل.

2- حصل كريم على النتائج الآتية في امتحاناته. أوجد النسبة المئوية لدرجاته في كل مادة.

(أ) اللغة الإنجليزية : 90 من 100

(ب) الرياضيات : 64 من 80

(جـ) الجغرافيا : 60 من 75

(د) العلوم : 78 من 120

(هـ) التاريخ : 77 من 140

3- في أحد سباقات العدو بالمدرسة أكمل 72 من 80 تلميذًا السباق، ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين أكملوا السباق؟ ما النسبة المئوية لمن لم يكملوا السباق؟

4- يعمل سامي بأعمال عرضية مؤقتة ويتقاضى 25 دينارًا يوميًّا، منها 20 دينارًا لتسليم الأوراق، 5 دنانير لحصد عشب الحديقة:

(أ) ما النسبة المئوية من إيراده التي مصدرها تسليم الأوراق؟

(ب) ما النسبة المئوية من إيراده التي مصدرها حصد عشب الحديقة؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

12-2 إيجاد نسبة مئوية معلومة من كمية Finding a Given Percentage of an Amount

تقدم لأحد الامتحانات 50 شخصًا للتعيين في بعض الوظائف. 8% منهم لم يعينوا. لإيجاد عدد الذين لم يعينوا فإننا نوجد 8% من 50 وبما أن 8% يمكن كتابتها في صورة الكسر العادي $\frac{8}{100}$

8% من 50 = $\frac{8}{100}$ من 50 = $\frac{{}^{4}8}{100_{2}} \times {}^{1}50 = 4$

∴ 4 أشخاص لم يعينوا.

ملحوظة

لاحظ أن "من" تعني "ضرب".

لإيجاد قيمة نسبة مئوية معلومة من كمية ما:

1- اكتب النسبة المئوية في صورة كسر عادي ثم،

2- اضرب في هذا الكسر.

فمثلاً 25% من 80 = $\frac{{}^{5}25}{100_{20}} \times {}^{4}80 = 20$

ملحوظة

$\frac{1}{4} = 25\%$

مثال 28:

أوجد 12% من 250 دينارًا.

الحل

12% من 250 د = $\frac{12}{100}$ من 250 د

= $\left(250 \times \frac{12}{100}\right)$ د

= $\left({}^{5}25 \times \frac{12}{10_{2}}\right)$ د

= $\left({}^{6}5 \times \frac{12}{2_{1}}\right)$ د = 30 د.

مثال 29:

فصل دراسي به 40 تلميذًا فإذا كان 45% منهم أولاد فكم بنتًا في الفصل؟

الحل

عـــــدد الأولاد = 45% من 40

= $40 \times \frac{45}{100}$

= 18

∴ عدد البنات = 40 − 18

= 22

مثال 30:

يسلم رجل البريد 475 خطابًا في اليوم. فإذا زادت هذه الكمية بنسبة 8% قبل عيد الأضحى مباشرة، فكم خطابًا يسلمها يوميًا قبل عيد الأضحى مباشرة؟

الحل

الزيادة في عدد الخطابات = 8% من 475

= $475 \times \frac{8}{100} = 38$

∴ عدد الخطابات التي تسلم يوميًا قبل عيد الأضحى

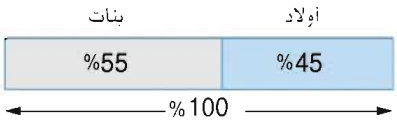
= 475 + 38 = 513

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 31:

يمثل البنات في أحد الفصول الدراسية 55% من طلاب الفصل. أوجد عدد الطلاب في الفصل إذا كان عدد البنات 22

الحل



55% من الطلاب = 22

∴ 100% من الطلاب = $\frac{100}{55} \times 22 = 40$

∴ يوجد 40 طالبًا في الفصل.

تمرين 2-ل

1- احسب ما يأتي:

(أ) 10% من 200 (ب) 40% من 500

(جـ) 25% من 80 (د) 50% من 144 سم

(هـ) 5% من 640 مل (و) 37.5% من 960 د

(ز) $66\frac{2}{3}$% من 120 (ح) 180% من 2500

2- أوجد 30% من 1170

3- مدرسة بها 500 طالب، 45% منهم أولاد:

(أ) ما النسبة المئوية للبنات؟

(ب) كم عدد الأولاد بالمدرسة؟

4- إذا كان 4% من عدد أكياس صنف من الحبوب أقل من الوزن المطلوب، وكان 450 من الأكياس قد اختبرت، فكم كيسًا كانت أقل من الوزن المطلوب؟

5- يسع خزان مياه 5800 لتر. فإذا كان الخزان به 55% من سعته، فكم لترًا من الماء في الخزان؟

6- الراتب الشهري لموظف 760 دينارًا. إذا زاد مرتبه الشهري 5%. احسب راتبه الشهري الجديد.

7- عند دراسة صخرة معينة كتلتها 150جم. وجد عالم أن $37\frac{1}{2}$% منها نحاس. ما هي كتلة النحاس في هذه الصخرة؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

13-2 المعاملات المالية البسيطة Simple Financial Transactions

1-13-2 الربح والخسارة Profit and Loss

يحقق البائع الذي يبيع البضائع بأكثر من ثمن شرائها **ربحًا** في الصفقة، ومن ناحية أخرى إذا باع البضائع بأقل من ثمن شرائها فإنه يحقق **خسارة** في الصفقة. الربح (أو الخسارة) في الصفقة عادة ما يعبر عنه كنسبة **مئوية من ثمن الشراء** (أو التكلفة) (بمعنى السعر الذى دفعه التاجر في البضاعة).

الربح = ثمن البيع − ثمن الشراء

الخسارة = ثمن الشراء − ثمن البيع

$$\text{النسبة المئوية للربح} = \frac{\text{الربح}}{\text{ثمن الشراء}} \times 100\%$$

$$\text{النسبة المئوية للخسارة} = \frac{\text{الخسارة}}{\text{ثمن الشراء}} \times 100\%$$

مثال 32:

اشترى بائع كتابًا بمبلغ 8 دنانير وباعه بمبلغ 10 دنانير.

(أ) أوجد مقدار الربح.

(ب) ما هى النسبة المئوية للربح من ثمن الشراء؟

الحل

ثمن الشراء = 8 دنانير

ثمن البيع = 10 دنانير

(أ) الربح = ثمن البيع − ثمن الشراء

= 10 دنانير − 8 دنانير

= ديناران

(ب) النسبة المئوية للربح = $\frac{\text{الربح}}{\text{التكلفة}} \times 100\%$

$= \frac{2}{8} \times 100\%$

$= 25\%$

مثال 33:

في أثناء فترة كساد باع أحد المحلات جهاز تسجيل مرئي بمبلغ 160 دينارًا. فإذا كان البائع قد اشتراه بمبلغ 200 دينار أوجد.

(أ) مقدار الخسارة (ب) النسبة المئوية للخسارة

الحل

ثمن الشراء = 200 دينار

ثمن البيع = 160 دينارًا

(أ) الخسارة = ثمن الشراء − ثمن البيع

= 200 دينار − 160 دينارًا

= 40 دينارًا

(ب) النسبة المئوية للخسارة = $\frac{\text{الخسارة}}{\text{ثمن الشراء}} \times 100\%$

$= \frac{40}{200} \times 100\%$

$= 20\%$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 2-م

1- أوجد فى كل ما يأتي
(i) الربح
(ii) النسبة المئوية للربح.
(أ) ثمن الشراء 4 دنانير وثمن البيع 5 دنانير.
(ب) ثمن الشراء 40 دينارًا وثمن البيع 45 دينارًا.
(جـ) ثمن الشراء 60 دينارًا وثمن البيع 66 دينارًا.
(د) ثمن الشراء 25 دينارًا وثمن البيع 27.50 دينارًا.
(هـ) ثمن الشراء 18 دينارًا وثمن البيع 19.80 دينارًا.

2- أوجد فى كل ما يأتي
(i) الخسارة
(ii) النسبة المئوية للخسارة.
(أ) ثمن الشراء 20 دينارًا وثمن البيع 18 دينارًا.
(ب) ثمن الشراء 50 دينارًا وثمن البيع 48 دينارًا.
(جـ) ثمن الشراء 12 دينارًا وثمن البيع 9 دنانير.
(د) ثمن الشراء 20 دينارًا وثمن البيع 17.50 دينارًا.

3- اشترى بائع كتب كتابًا بمبلغ 10 دنانير وباعه بمبلغ 14 دينارًا.
(أ) ما مقدار ربحه؟
(ب) عبر عن الربح كنسبة مئوية من ثمن الشراء.

4- اشترى بائع شريط كاسيت بمبلغ 4 دنانير وباعه بمبلغ 5.5 دنانير.
(أ) أوجد ربحه.
(ب) عبر عن الربح كنسبة مئوية من ثمن الشراء.

5- اشترى بائع مضرب تنس بمبلغ 40 دينارًا وباعه بمبلغ 65 دينارًا ما مقدار الربح الذى حققه؟ عبر عن هذا الربح فى صورة نسبة مئوية من ثمن الشراء.

6- اشترى بائع معطفًا بمبلغ 60 دينارًا فوجد به عيبًا فباعه بمبلغ 40 دينارًا. فما هي خسارته ؟ عبر عن الخسارة فى صورة نسبة مئوية من ثمن الشراء.

7- اشترى بائع سيارة بمبلغ 80000 دينار وباعها بمبلغ 70000 دينار . أوجد مقدار الخسارة؟ عبر عن الخسارة كنسبة مئوية من ثمن الشراء.

مثال 34:
أراد بائع ربح 20% من بضاعة اشتراها بمبلغ 15 دينارًا.
(أ) أوجد مقدار الربح
(ب) أوجد ثمن البيع.
(جـ) ما هى النسبة المئوية لثمن البيع بالنسبة لثمن الشراء؟

الحل

التكلفة = 15 دينارًا الربح = 20%

(أ) الربح = 20% من 15 دينارًا
$= \frac{20}{100} \times 15 = 3$ دنانير.

(ب) ثمن البيع = ثمن الشراء + الربح
= 15 دينارًا + 3 دنانير
= 18 دينارًا

(جـ) النسبة المئوية للبيع من ثمن الشراء = $\frac{18}{15} \times 100\%$
= 120% من ثمن الشراء
(100% + الربح %)
∴ كان يمكن فى هذه الحالة إيجاد ثمن البيع بحساب 120% من ثمن الشراء.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

عند تحديد رجال الأعمال لثمن البيع لابد أولاً من تحديد النسبة المئوية للربح (أو الخسارة) التى يرغبون في تحقيقها.

مثال 35:

اشترى بائع بضائع بمبلغ 25 دينارًا ثم باعها بخساره 15% أوجد ثمن بيع البضائع.

الحل

ثمن البيع = ثمن الشراء - الخسارة

= 25 دينارًا - 15% من 25 دينارًا.

= 25 - $\frac{15}{100}$ × 25 دينارًا.

= 25 - 3.75 دنانير.

= 21.25 دينارًا.

طريقة أخرى للحل

ثمن البيع = (100% - 15%) من 25 دينارًا.

= 85% من 25 دينارًا

= $\frac{85}{100}$ × 25 دينار = 21.25 دينارًا

مثال 36:

باع رجل محفظة بمبلغ 24 دينارًا بربح 20%. أوجد ثمن تكلفة المحفظة.

الحل

ملحوظة

ثمن البيع كنسبة من التكلفة.

= (100% + % الربح) من التكلفة.

= (100% + 20%) من التكلفة.

= 120% من التكلفة.

نسبة الربح = 20%.

∴ 120% من التكلفة = ثمن البيع.

$\frac{120}{100}$ × التكلفة = 24 دينارًا.

التكلفة = 24 دينارًا × $\frac{100}{120}$ = 20 دينارًا.

طريقة أخرى للحل

120% من التكلفة = 24 دينارًا.

100% من التكلفة = $\frac{100}{120}$ × 24 دينارًا.

= 20 دينارًا.

∴ التكلفة = 20 دينارًا

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 37:

بيع فستان بمبلغ 24 دينارًا بخسارة 20%. أوجد تكلفة الفستان.

الحل

النسبة المئوية للخسارة = 20%

∴ 80% من التكلفة = ثمن البيع.

$\frac{80}{100}$ × التكلفة = 24

التكلفة = 24 دينارًا × $\frac{100}{80}$

= 30 دينارًا.

ملحوظة

ثمن البيع كنسبة من التكلفة
= (100% – % الخسارة) من التكلفة.
= (100% – 20%) من التكلفة.
= 80% من التكلفة.

تمرين 2-ن

1- أوجد الربح المحقق وثمن البيع في كل حالة.

	ثمن الشراء	النسبة المئوية للربح
(أ)	20 دينارًا	10%
(ب)	25 دينارًا	20%
(جـ)	88 دينارًا	12.5%
(د)	96 دينارًا	24%
(هـ)	145 دينارًا	5%

2- أوجد ثمن البيع والخسارة المحققة في كل حالة.

	ثمن الشراء	النسبة المئوية للخسارة
(أ)	40 دينارًا	10%
(ب)	81 دينارًا	25%
(جـ)	70 دينارًا	15%
(د)	115 دينارًا	5%
(هـ)	36 دينارًا	12.5%

3- ما هي النسبة المئوية لثمن البيع من ثمن الشراء في السؤال رقم 2؟

4- اشترى بائع سيارة مستعملة بمبلغ 11000 دينار. فبكم يبيعها ليحقق ربحًا قدره 30%؟

5- باع بائع بضاعة اشتراها بمبلغ 560 دينارًا بخسارة 12.5% فما الثمن الذي باعها به؟

6- باع مصنع آلة بمبلغ 420 دينارًا إلى بائع جملة. فبكم يبيعها بائع الجملة ليربح $\frac{2}{3}$ 16%؟

7- حقق بائع ربحًا 25% في كل آلة باعها.

(أ) إذا كان اشتراها بمبلغ 30 دينارًا. فبكم يبيعها؟

(ب) إذا باع آلة بمبلغ 15 دينارًا. فما ثمن الشراء.

(جـ) إذا حقق ربحًا 9 دنانير في آلة. فما ثمن بيعها؟

8- يبين الجدول الآتي بعض المعلومات عن ثلاث سلع في محل. احسب الآتي وأكمل الجدول:

(أ) النسبة المئوية للربح في السلعة الأولى،

(ب) ثمن بيع السلعة الثانية.

(جـ) ثمن شراء السلعة الثالثة.

	ثمن الشراء	ثمن البيع	الربح %
(أ)	40 دينارًا	46 دينارًا	
(ب)	24 دينارًا		12.5%
(جـ)		90 دينارًا	20%

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2-13-2 الخصم Discount

يمنح كثير من البائعين **خصمًا** أي تخفيضًا في أسعار السلع لزبائنهم الدائمين ويقدم أيضًا كثير من التجار تخفيضات في أوقات معينة من العام للتخلص من مخزونهم القديم. والخصم يحسب عادة كنسبة مئوية من السعر المعلن على البضائع.

الخصم = تخفيض في صورة نسبة مئوية من السعر المعلن.

مثال 38:

لعبة أطفال ثمنها المعلن 15 دينارًا. عرضت بخصم 10% من هذا السعر، فما مقدار الخصم الفعلي؟

الحل

السعر المعلن = 15 دينارًا

∴ الخصم = 10% من السعر المعلن

$= \frac{10}{100} \times 15 = \frac{150}{100} = 1.5$ دينار

مثال 39:

ما مقدار ما يجب دفعه إذا حصلت على خصم 5% على سلعة سعرها المعلن 65 دينارًا.

الحل

الخصم = 5% من السعر المعلن

$= \frac{5}{100}$ دينار × 65

$= \frac{325}{100}$ دينار = 3.25 دنانير

السعر بعد الخصم = السعر المعلن - الخصم

= 65 - 3.25 دنانير

= 61.75 دينارًا.

ملحوظة

الحذف غير مطلوب حيث القسمة على 1000 يجعل من السهل التعبير عن النقود مقرب لثلاثة أرقام عشرية

طريقة أخرى للحل

السعر بعد الخصم = (100% - 5%) من السعر المعلن.

= 95% من 65 دينارًا

$= \frac{95}{100} \times 65$ دينارًا

= 61.75 دينارًا

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 40:

إذا دفعت 45 دينارًا لشراء قميص بعد تخفيض 10%. فما هو السعر المعلن للقميص؟

الحل

الخصم = 10%

∴ 90% من السعر المعلن = 45 دينارًا.

$\frac{90}{100}$ × السعر المعلن = 45 دينارًا.

السعر المعلن = 45 دينارًا × $\frac{100}{90}$ = 50 دينارًا.

تمرين 2-س

1- أوجد مقدار الخصم الفعلى وسعر البيع لكل مما يأتي:

	الخصم	السعر المعلن
(أ)	10%	30 دينارًا
(ب)	20%	7 دنانير
(جـ)	12.5%	72 دينارًا

2- لجذب العملاء، أعلن بائع عن خصم 20% على جميع البضائع فى المحل. فما هو الآن سعر سلعة ثمنها المعلن 25 دينارًا.

3- مساهم فى إحدى الشركات أُعطِى خصمًا 12.5% على البضائع التى يشتريها من الشركة. فإذا كان سعر التلفاز 360 دينارًا. فكم يدفع المساهم فيه؟

4- عضو فى نادى الكتاب أُعطى خصمًا 5% على الكتب. فإذا كان السعر المعلن لكتاب 15 دينارًا. فكم يدفع العضو فيه؟

5- يعطى بائع خصمًا على الشراء بالجملة. فإذا كان سعر عبوة القمح 900 درهم وسعر 10 عبوات بالجملة 8 دنانير.

(أ) كم يكون سعر 10 عبوات بيعت بالقطعة.

(ب) ما مقدار الوفر الناتج عن شراء 10 عبوات جملة؟

(جـ) ما مقدار الخصم على مثل هذا الشراء بالجملة كنسبة مئوية من السعر العادى؟

6- يبيع بائع جملة قماشًا معينًا بمبلغ 80 دينارًا للّفة التى طولها 20 مترًا. فإذا باع محل نفس القماش بسعر المتر 6 دنانير.

(أ) كم يتكلف شراء 20 مترًا من المحل؟

(ب) ما مقدار التوفير الناتج من شراء 20 مترًا من تاجر الجملة؟

(جـ) ما النسبة المئوية للخصم عند تاجر الجملة من سعر المحل؟

7- احسب السعر المعلن إذا كان:

(أ) بعد خصم 10% يصبح سعر السلعة 360 دينارًا

(ب) بعد خصم 25% يصبح سعر السلعة 150 دينارًا.

(جـ) بعد خصم 12.5% يصبح سعر السلعة 140 دينارًا.

8- بعد خصم 40% أصبح سعر المذياع 390 دينارًا، احسب السعر الأصلي للمذياع.

9- السعر المعلن لتلفاز 2400 دينار.

(أ) إذا كان الخصم على البيع نقدًا 10.5%. فما مقدار ما يدفعه المشتري؟

(ب) إذا أراد المشترى الدفع على 12 قسط شهري سوف يصبح الخصم 7.5% . فما مقدار القسط الشهري؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-13-2 العمولة Commission

كوسيلة لتحفيز البائعين فإن شركات كثيرة تدفع لهم **عمولة**، أي نسبة مئوية من قيمة مبيعاتهم. لذلك كلما زادت قيمة مبيعاتهم كلما زادت المبالغ التي يحصلون عليها. وبالمثل تتقاضى الشركات التي تُحَصِّل الأموال نيابة عن الآخرين عمولات، أي أنهم يأخذون نسبة مئوية من المال المحصل.

مثال 41:

تتقاضى وكالة تحصيل إيجارات 1.5% عمولة. فإذا كانت قيمة الإيجارات المحصلة 3000 دينار. احسب العمولة التى استلمتها الوكالة.

الحل

المبلغ المحصل = 3000 دينار.

العمولة = 1.5% من المبلغ المحصل

$= \frac{1.5}{100} \times$ 3000 دينار

$= \frac{3}{2}$ دينار $\times$ 30 = 45 دينارًا.

مثال 42:

يحصل بائع على راتب أسبوعي 200 دينار بالإضافة إلى عمولة 1% من قيمة البضاعة المباعة. فإذا باع بضائع بمبلغ 1800 دينار فى أسبوع. فكم دخله فى هذا الأسبوع؟

الحل

العمولة = 1 % من 1800 دينار.

$= \frac{1}{100} \times 1800 = 18$ دينارًا

الدخل = المرتب + العمولة.

= 200 + 18 = 218 دينارًا.

∴ دخل العامل 218 دينارًا فى هذا الأسبوع.

تمرين 2-ع

1- أوجد العمولة عن:

(أ) 4000 دينار إذا كانت العمولة التي تدفع 5%.

(ب) 750 دينارًا إذا كانت العمولة التي تدفع 5%

(جـ) 1200 دينار إذا كانت العمولة التي تدفع 4%

(د) 800 دينار إذا كانت العمولة التي تدفع 4 %

(هـ) 150 دينارًا إذا كانت العمولة التي تدفع 1.5%

(و) 80 دينارًا إذا كانت العمولة التي تدفع 1.5%

2- باع مكتب خدمات منزلًا بمبلغ 150000 دينار. فإذا دفع له عمولة 2%، ما مقدار ما حصل عليه؟

3- تتقاضى وكالة تحصيل إيجارات $12\frac{1}{2}$% عمولة عن الإيجار المحصل. فما مقدار العمولة التي استلمتها الشركة عن تحصيل 750 دينارًا ؟

4- تتقاضى وكالة عقارات 7.5% عمولة لتحصيل الإيجارات من مجمع سكني. فما مقدار العمولة عن تحصيل 4000 دينار إيجارات؟

5- باع بائع فى شركة تأمين وثيقة بمبلغ 20000 دينار. فما هو المبلغ الذى يحصل عليه إذا أُعطي 2.5% عمولة؟

6- باع بائع دراجة نارية بمبلغ 12000 دينار. فإذا كانت العمولة 2%، ما مقدار ما يحصل عليه؟

7- يعمل رجل بالبيع المباشر من الباب للباب، يتقاضى أجرًا أسبوعيًّا 200 دينار وعمولة 2% على البضائع التى يبيعها. فإذا باع بضائع بمبلغ 1500 دينار فى أسبوع، ما مقدار دخله فى هذا الأسبوع؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

14-2 الصورة المعيارية Standard Form

السنة الضوئية (المسافة التى يقطعها الضوء فى سنة) تساوي تقريبًا 9500000000000 كم.

كتلة الأرض 6000000000000000000000 طن.

وزن ذرة الهدروجين 0.00000000000000000000000017 جرام.

العلماء فى مجالات مثل الفيزياء. والكيمياء. وعلم الفلك يستخدمون الأعداد الكبيرة جدًّا والصغيرة جدًّا. أدت الصعوبة في كتابة هذه الأعداد بشكل عادي إلى التعبير عنها في **صورة معيارية**.

العدد 263 يمكن كتابته على صورة 2.63×10^{2}

أي $263 = 2.63 \times 100$

$= 2.63 \times 10^{2}$

2.63×10^{2} يسمى **صورة معيارية** للعدد 263

وبالمثل العدد 6500 يمكن كتابته على صورة:

$6500 = 6.5 \times 1000$

$= 6.5 \times 10^{3}$

حيث 6.5×10^{3} هو الصورة المعيارية للعدد 6500

ملحوظة

$10^{2} = 10 \times 10 = 100$

$10^{3} = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

أى عدد يمكن كتابته فى صورة معيارية بالتعبير عنه

في الصورة $أ \times 10^{ب}$

حيث $1 \leq أ < 10$،

و ب عدد صحيح.

مثال 43:

عبر عن كل مما يأتي في الصورة العادية:

(أ) 6.43×10^{5} (ب) 5×10^{1} (جـ) 7.89×10^{-2}

الحل

(أ) $6.43 \times 10^{5} = 6.43 \times 100000$

$= 643000$

(ب) $5 \times 10^{1} = 5 \times 10$

$= 50$

(جـ) $7.89 \times 10^{-2} = 7.89 \times \frac{1}{10^{2}}$

$= \frac{7.89}{100}$

$= 0.0789$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

نشاطات

مهارة التفكير: الاستقراء

يكون الطلبة في نهاية هذا النشاط قادرين على اقتراح قاعدة عامة لكتابة أس 10 في الصورة المعيارية.

1- (أ) أكمل الجدول التالي:

العدد	الصورة المعيارية	عدد الأرقام الصحيحة قبل العلامة العشرية	أس (القوة10)
12.345			
123.45			
1234.5			

(ب) اذكر العلاقة بين الأعداد في العمودين الأخيرين.

(جـ) املإ المربع التالي لتحويل عدد أكبر من أو يساوي الواحد إلى الصورة المعيارية.

$10 \times 1.234\ldots\ldots\ldots 68 = 1234\ldots\ldots\ldots 68$

عدد صحيح

2- (أ) أكمل الجدول التالي:

العدد	الصورة القياسية	وضع أول عدد غير صفري بعد العلامة العشرية	أس (القوة10)
0.1234			
0.01234			
0.001234			

(ب) اذكر العلاقة بين الأعداد في العمودين الأخيرين.

(جـ) املإ المربع التالي لتحويل عدد أصغر من الواحد إلى الصورة المعيارية.

$10 \times 1.234 = 1234$

عدد صحيح

مثال 44:

ضع كلًّا مما يأتي في الصورة المعيارية:

(أ) 36.2 (ب) 56100 (جـ) 7.3 (د) 5

الحل

(أ) $10 \times 3.62 = 36.2$

$^{1}10 \times 3.62 =$

$^{0}10 \times 7.3 =$

(ب) $10000 \times 5.61 = 56100$

$^{4}10 \times 5.61 =$

(جـ) $1 \times 7.3 = 7.3$

(د) $1 \times 5 = 5$

$^{0}10 \times 5 =$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

(جـ) $10^0 = 1$

مثال 45:

ضع في الصورة المعيارية:

(أ) 0.008 (ب) 0.0000413

الحل

(أ) $0.008 = \frac{8}{1000} = \frac{8}{10^3}$

$= 8 \times 10^{-3}$

(ب) $0.0000413 = \frac{4.13}{100000} = \frac{4.13}{10^5}$

$= 4.13 \times 10^{-5}$

مثال 46:

ضع كلًّا مما يأتي في الصورة المعيارية، أعط إجابتك مقربة لثلاثة أرقام معنوية.

(أ) 112358 (ب) 1321.34

(جـ) 0.05589 (د) 1.44233×10^4

الحل

(أ) $112358 = 112000$

$= 1.12 \times 10^5$ (مقربًا لثلاثة أرقام معنوية)

(ب) $1321.34 = 1320$

$= 1.32 \times 10^3$ (مقربًا لثلاثة أرقام معنوية)

(جـ) $0.05589 = 0.0559$

$= 5.59 \times 10^{-2}$ (مقربًا لثلاثة أرقام معنوية)

(د) $1.44233 \times 10^4 = 1.44 \times 10^4$ (مقربًا لثلاثة أرقام معنوية)

مثال 47:

أي الأعداد الآتية الأكبر وأيها الأصغر 000 000 000 2874، 000 000 200 9، 000 000 600 5، 000 000 000 430؟

الحل

$2874000000000 = 2.874 \times 10^{12}$

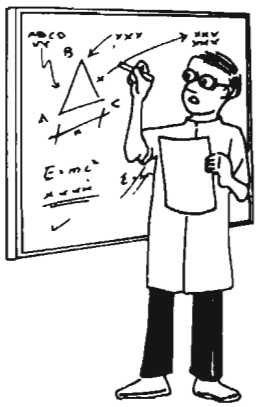
$9200000000 = 9.2 \times 10^9$

$5600000000 = 5.6 \times 10^9$

$430000000000 = 4.3 \times 10^{11}$

أكبر عدد هو صاحب أكبر أس للعشرة عند كتابته في الصورة المعيارية لذلك 2.874×10^{12} هو الأكبر.

أصغر عدد هو صاحب أصغر أس للعشرة عند كتابته في الصورة المعيارية لذلك 5.6×10^9 هو الأصغر.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 2-ف

1- اكتب كلًّا مما يأتي في الصورة العادية:

(أ) 2.8×10^{2} (ب) 9.02×10^{7}

(جـ) 2.331×10^{5} (د) 4.7×10^{1}

(هـ) 2×10^{0} (و) 3.807×10^{-2}

2- ضع كلًّا مما يأتي في الصورة المعيارية.

(أ) 29.2 (ب) 6380

(جـ) 70000 (د) 52

(هـ) 0.6 (و) 0.03

(ز) 0.0041 (ح) 0.07002

(ط) 0.000082 (ى) 0.201

(ك) $\frac{3}{1000}$ (ل) $\frac{18}{1000}$

3- ضع كلًّا مما يأتي في الصورة المعيارية مقربًا الإجابة لثلاثة أرقام معنوية.

(أ) 377610 (ب) 987.1597

(جـ) 0.002584 (د) 4.181×10^{4}

(هـ) 6.77×10^{6} (و) 1.09×10^{5}

ملخص

1- **النسبة** هي مقارنة بين كميتين من نفس الوحدة ونفس النوع مثل النسبة بين 1كجم : 2 كجم هى 1 : 2

2- النسبة أ : ب يمكن كتابتها في صورة كسر $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$.

3- الكميات التى تتزايد بنفس المعدل تكون في **تناسب طردي**.

4- إذا ازدادت كمية بنفس معدل تناقص كمية أخرى تكون الكميتان في **تناسب عكسي**.

5- مقياس رسم لوحة أو خريطة يمكن ذكره في صورتين.

(أ) 1سم إلى 100متر (ب) 1 : 10000

6- **النسبة المئوية** (%) تعني جزءًا من مئة كمثال. 11% = $\frac{11}{100}$.

7- لتحويل كسر أو عدد عشري إلى نسبة مئوية نضربه في 100% .

8- للتعبير عن كمية معينة كنسبة مئوية من أخرى:

(أ) نكتب الكمية المعينة على صورة كسر من الأخرى ثم

(ب) نضربها في 100%.

9- لإيجاد النسبة المئوية من كمية معينة..

(أ) نكتب النسبة المئوية على صورة كسر ثم

(ب) نضرب في تلك الكمية.

10- **الربح** = ثمن البيع - ثمن الشراء.

الخسارة = ثمن الشراء - ثمن البيع.

11- النسبة المئوية للربح = $\frac{\text{الربح}}{\text{ثمن الشراء}} \times 100\%$

النسبة المئوية للخسارة = $\frac{\text{الخسارة}}{\text{ثمن الشراء}} \times 100\%$

12- **خصم** 10% تعني أن سعر السلعة قد خفض بمقدار 10% عن السعر المعلن.

13- **العمولة** هى نسبة مئوية من قيمة المبيعات التى باعها البائع أو نسبة مئوية من الديون التى حصلها وكيل الدائنين نيابة عن الشركة.

14 -يمكن أن يكتب العدد في **الصورة المعيارية** بوضعه على الصورة $\text{أ} \times 10^{\text{ب}}$ حيث $1 \leq \text{أ} < 10$، ب عدد صحيح.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

المستطيل الذهبي

كان العالم "فيبوناتشي" عالمًا وباحثًا متميزًا انصبت اهتماماته على حل المشكلات العملية. تعرضنا في الفصل الثاني من كتاب الصف السابع لمتسلسلات "فيبوناتشي"، هذه المتسلسلات لها عدد من الخواص المثيرة. إذا رمزنا لكل عدد (حد) في المتسلسلة باستخدام $أ_1$، $أ_2$، $أ_3$، . . . نحصل على

(1، 1، 2، 3، 5، 8، . . .)

انقل وأكمل الجدول الآتي:

النسبة	$\frac{أ_2}{أ_1}$	$\frac{أ_3}{أ_2}$	$\frac{أ_4}{أ_3}$	$\frac{أ_5}{أ_4}$	$\frac{أ_6}{أ_5}$	$\frac{أ_7}{أ_6}$	$\frac{أ_8}{أ_7}$	$\frac{أ_9}{أ_8}$	$\frac{أ_{10}}{أ_9}$	$\frac{أ_{11}}{أ_{10}}$	$\frac{أ_{12}}{أ_{11}}$
القيمة	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{21}{13}$	$\frac{34}{21}$	$\frac{55}{34}$	$\frac{89}{55}$	$\frac{144}{89}$

احسب القيمة التقريبية للعدد $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ قارن هذه القيمة بقيمة النسبة في الجدول السابق.

المستطيل الذهبي، تكون نسبة طوله إلى عرضه $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$: 1

يقال أن مثل هذا المستطيل له تناسب مريح (سار) ويوجد في اللوحات الفنية والهندسة المعمارية.

المستطيل الذهبي مرسوم كما هو مبين، وقطع منه مربع طول ضلعه وحدة واحدة.

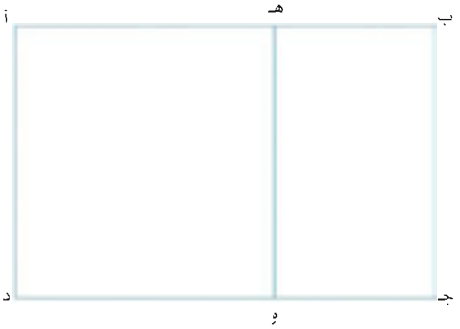
(أ) قس طول وعرض المستطيل الأصلي أ ب حـ د .

(ب) احسب قيمة نسبة طول إلى عرض المستطيل أ ب حـ د.

(جـ) احسب طول وعرض المستطيل الجديد هـ ب حـ و.

(د) أوجد قيمة نسبة طول إلى عرض المستطيل هـ ب حـ و.

(هـ) ماذا تلاحظ عن المستطيلين؟



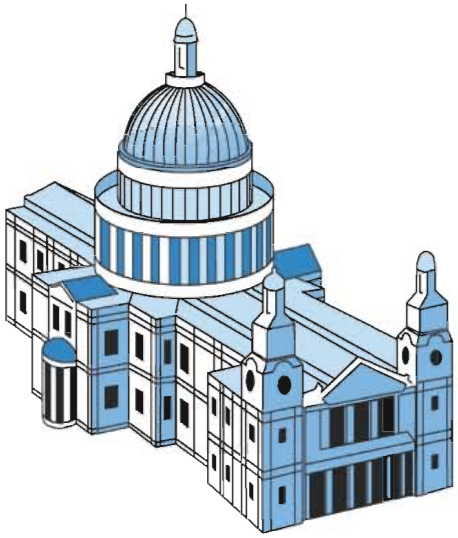
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

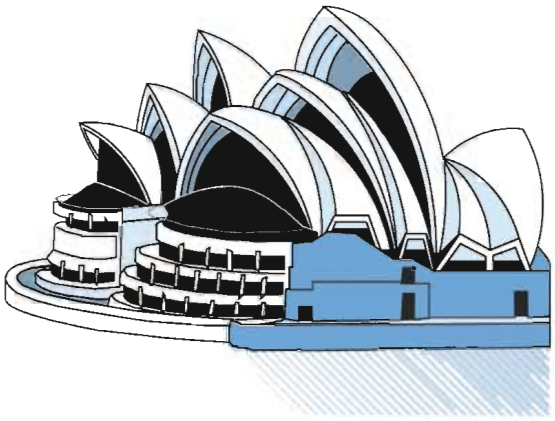
3

مبادئ الهندسة

Basic Geometry

بدأت دراسة الهندسة عند اليونانيين القدماء، وجاء اسمها من كلمتين يونانيتين "geo" وتعني الأرض، "Metreo" وتعني "تقيس".
وعلى ذلك فكلمة "هندسة - Geometry" تعني في الأصل "لكي تقيس الأرض". بتطبيق مبادئ أو قواعد الهندسة، استطاع الإنسان تطوير التقويم، وتعلم كيفية إنشاء المباني الأكثر تعقيدًا، ووضع تصميمات معمارية، وتعلم الإنسان أيضًا أن يجوب العالم والفضاء دون فقدان الطريق، وتعلم كيفية مسح الأرض وتقسيمها إلى أشكال ذات أبعاد وأحجام ومساحات معينة.





في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

- تستخدم خواص زوايا المستقيمات المتوازية (مثل الزوايا المتناظرة، والمتبادلة، والداخلة) لإيجاد قياسات زوايا مجهولة.
- تنشئ منصف زاوية، ومنصف عمودي، ومستقيمات عمودية أو متوازية.

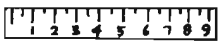
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

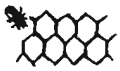
1-3 المستقيمات المتوازية والزوايا Parallel Lines and Angles

المستقيمات المرسومة جنبًا إلى جنب ولكن دون أن تتقاطع هي **مستقيمات متوازية**.

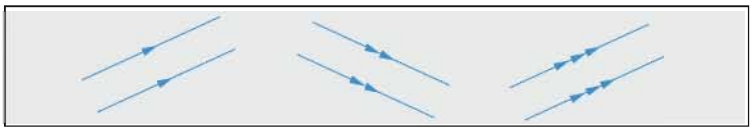
إذا نظرت حولك ستجد أمثلة كثيرة للمستقيمات المتوازية.

قضبان السكة الحديد

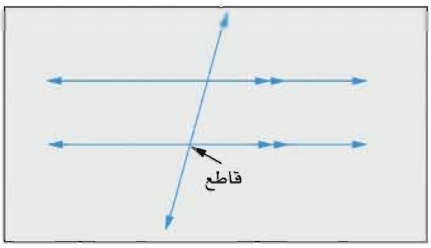

مسطرة


قرص عسل

توضح المستقيمات المتوازية برسم أسهم كالآتي:



المستقيم الذي يقطع مستقيمات متوازية يسمى "**قاطع**".



العلاقات بين الزوايا الناشئة عن قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين باستخدام لوحة جيومتر Geometer's Sketchpad (GSP)

(أ) مستخدمًا لوحة جيومتر (GSP):

خطوات العمل

1- لتشغيل البرنامج. انقر مرتين أيقونة GSP على سطح المكتب.

2- انقر "أداة حرف المستقيم" "Straightedge tool" واجذبها لاختيار أداة القطعة المستقيمة Line Segment tool.

3- ارسم قطعة مستقيمة AB (ثم اكتب عليها الرموز).

4- انقر أداة النقطة "Point tool" ثم عين النقطة C (واكتب الرمز) على بعد قريب من الخط AB .

5- انقر على "Selection Arrow tool" ثم اضغط على مفتاح Shift لأسفل وانقر عند C والمستقيم AB.

6- انقر على"Construct" من "Menu Bar" واختر مستقيمًا موازيًا (سيظهر على الشاشة مستقيم طويل موازي).

ملحوظة

يتم هذا النشاط ببرنامج الهندسة الديناميكية من الكمبيوتر أو مباشرة باستخدام المسطرة.
لوحة جيومتر (GSP) أداة تكنولوجيا المعلومات للإنشاءات الهندسية.

وفيما يلي دليل سريع للأدوات الأساسية في (GSP)

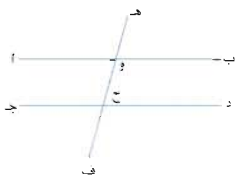
Selection Arrow tool
لاختيار النقطة أو المستقيم

Point tool
لرسم نقطة

Compass tool
لرسم دائرة

Straightedge tool
لرسم خط مستقيم

Text Tool
لكتابة رمز النقطة، الخط المستقيم



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

7- انقر على Point tool وعين النقطة D (ثم اكتب عليها الرمز) على المستقيم الموازي.

8- انقر على "Selection Arrow Tool" ثم وضح المستقيم الموازي العلوي.

9- انقر على "Display" من الـ "Menu Bar" واختر Hide line.

10- انقر على "Straightedge tool" وارسم مستقيمًا من النقطة C إلى النقطة D.

11- ارسم مستقيمًا ثالثًا ليقطع المستقيمين المتوازيين.

12- استعمل الـ "Point Tool" لرسم نقطة على كل من نقط التقاطع.

13- استعمل الـ "Text tool" لتعين النقط A إلى H كما هو مبين بالشكل.

14- استعمل الـ "Selction Arrow Tool" واضغط مفتاح Shift وانقر عند النقط B, G, E بالترتيب قبل أن تطلق مفتاح Shift.

15- انقر "Measure" من الـ "Menu Bar" واختر الزاوية (الزاوية EGB ستظهر على الشاشة بالشكل = ∠ EGB).

16- كرر الخطوات 14, 15 للنقط D, H, G على الترتيب.
ماذا تلاحظ عن ∠ EGB, ∠ GHD؟

17- كرر الخطوات 14, 15 للنقط H, G, B .

18- كرر الخطوات 14, 15 للنقط C, H, G ماذا تلاحظ عن ∠ BGH, ∠ GHC؟
(ملاحظة: يعرفان كزاويتين متبادلتين).

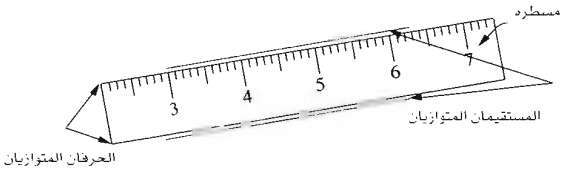
19- انقر "Measure" من "Menu Bar" واختر "Calculate" (ستظهر حاسبة على الشاشة).

20- انقر على m ∠BGH (على الشاشة الرئيسية)، + (على شاشة الحاسبة)، m (∠ GHD) (على الشاشة الرئيسية) OK (على شاشة الحاسبة) ماذا تلاحظ عن ∠ GHD + ∠ BGH؟
(ملاحظة: يعرفان بزاويتين داخلتين)

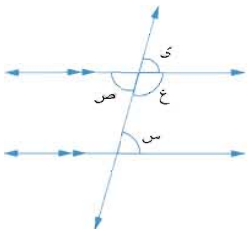
(ب) استخدم المسطرة والمنقلة

خطوات العمل:

1- ارسم مستقيمين متوازيين باستخدام حرفي المسطرة.



2- ارسم مستقيمًا ثالثًا ليقطع المستقيمين المتوازين كما هو مبين وعنون الزوايا كما هو موضح.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3- قس ∠ ى، ∠ س باستخدام المنقلة.
ماذا تلاحظ عن زاويتي ى، س؟
(يسميان زاويتين متناظرتين)

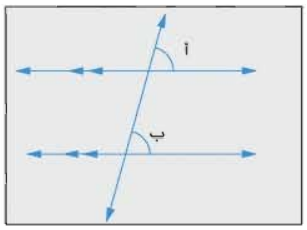
4- ثم قس ∠ ص، ماذا تلاحظ عن ∠ س، ∠ ص؟
(يسميان زاويتين متبادلتين)

5- والآن قس ∠ ع ماذا تلاحظ عن ق(∠ س) + ق(∠ ع)؟
(يعرفان بأنهما زاويتان داخلتان)

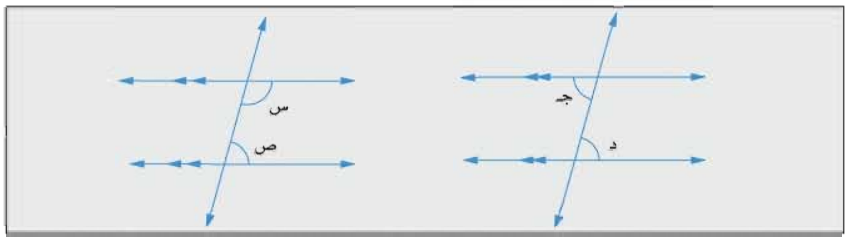
تعميم بالاستقراء

وعلى وجه العموم، إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين:

(أ) ق(∠ أ) = ق(∠ ب) **(زاويتان متناظرتان)**.



(ب) ق(∠ حـ) = ق(∠ د) **(زاويتان متبادلتان)**



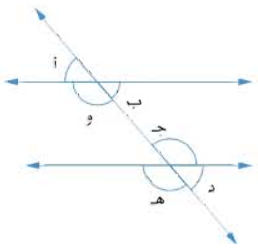
(جـ) ق(∠ س) + ق(∠ ص) = 180° (∠ س، ∠ ص زاويتان متكاملتان ويعرفان بأنهما **زاويتان داخلتان**)

وبالعكس إذا قطع قاطع مستقيمين وكان أي من **(أ) - (حـ)** صحيحًا كان المستقيمان متوازيين.

مثال 1:

اكتب جميع أزواج الزوايا المتناظرة، والمتبادلة، والداخلة المعنونة على الشكل.

الحل



زوجان من الزوايا المتناظرة: ∠ ب ، ∠ د
∠ هـ ، ∠ و

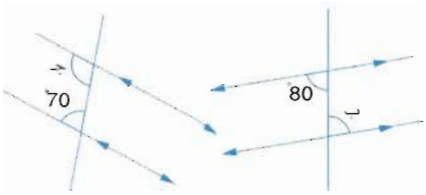
زوج الزوايا المتبادلة: ∠ حـ ، ∠ و

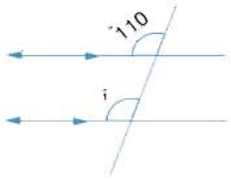
زوج الزوايا الداخلة: ∠ ب ،∠ حـ

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 2:

أوجد ق (∠ أ)، ق (∠ ب)، ق (∠ حـ) فيما يلي:





الحل

(أ) ق (∠ أ) = 110° (مستقيمان متوازيان وزاويتان متناظرتان)

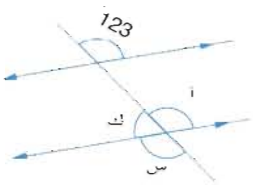
(ب) ق (∠ ب) = 80° (مستقيمان متوازيان وزاويتان متبادلتان)

(جـ) ق (∠ حـ) = 180° − 70° (مستقيمان متوازيان وزاويتان داخلتان)

= 110°

مثال 3 :

أوجد ق (∠ ك)، ق (∠ أ)، ق (∠ س) في الشكل المقابل:



الحل

ق (∠ أ) = 123° (زاويتان متناظرتان ومستقيمان متوازيان)

ق (∠ ك) = 180° − ق (∠ أ) (زاويتان متجاورتان على خط مستقيم)

= 180° − 123°

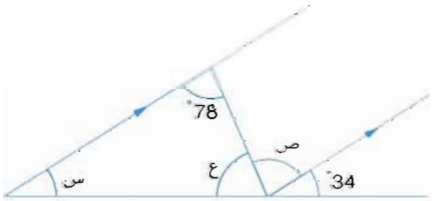
= 57°

ق (∠ س) = ق (∠ أ) (متقابلتان بالرأس)

= 123°

مثال 4 :

أوجد قياس كل من ∠ س، ∠ ص، ∠ ع في الشكل.



زاويتان متبادلتان

الحل

ق (∠ س) = 34° (زاويتان متناظرتان ومستقيمان متوازيان)

ق (∠ ص) = 78° (زاويتان متبادلتان ومستقيمان متوازيان)

ق (∠ ع) = 180° − (34° + ق (∠ ص)) (زوايا متحاورة)

= 180° − (34° + 78°)

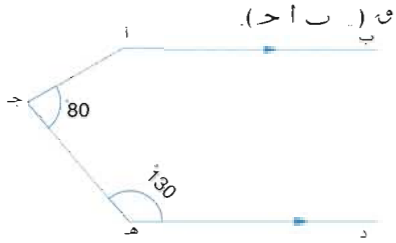
= 180° − 112°

= 68°

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 5 :

الشعاعان $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{هـ د}$ متوازيان. إذا كان ق (∠ هـ دحـ) = 130°،
ق (∠ دحـ ب) = 80° أوجد ق (∠ ب أ حـ).



الحل

ارسم الشعاع $\overleftarrow{حـ و}$ يوازي كلًّا من $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{هـ د}$.

ق (∠ س) = 180° − 130° (زاويتان داخلتان $\overleftarrow{حـ و}$ // $\overleftarrow{هـ د}$)

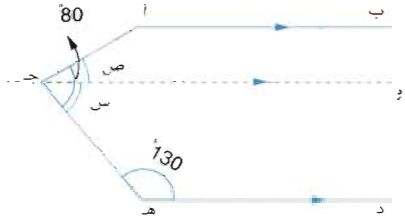
= 50°

ق (∠ ص) = 80° − 50°

= 30°

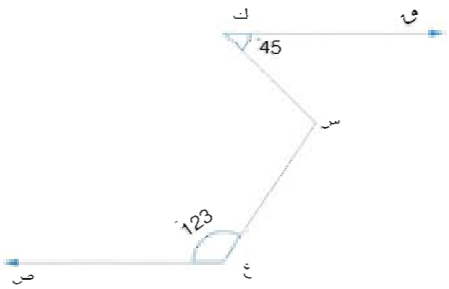
ق (∠ ب أ حـ) = 180° − 30° (زاويتان داخلتان $\overleftarrow{أ ب}$ // $\overleftarrow{حـ و}$)

= 150°



مثال 6 :

الشعاعان ك ق ، ع ص متوازيان. إذا كان ق (∠ ق ك س) = 45°،
ق (∠ س ع ص) = 123°
احسب ق (∠ ك س ع).



الحل

ارسم $\overleftarrow{س ى}$ يوازي $\overleftarrow{ك ق}$ ، $\overleftarrow{ع ص}$

ق (∠ أ) = 45° (زاويتان متبادلتان س ى // ق ك)

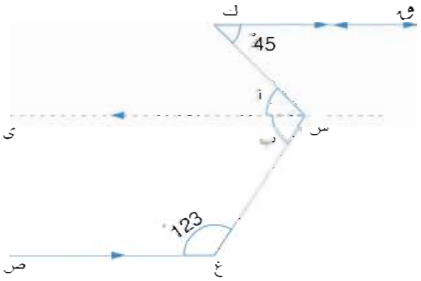
ق (∠ ب) = 180° − 123°

= 57° (زاويتان داخلتان س ى // ع ص)

ق (∠ ك س ع) = ق (∠ أ) + ق (∠ ب)

= 45° + 57°

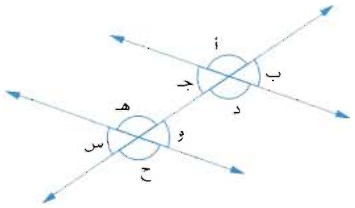
= 102°



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

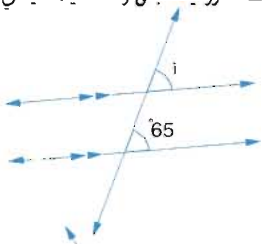
تمرين 3-أ

1- اكتب أزواج الزوايا المتناظرة فيما يلي:

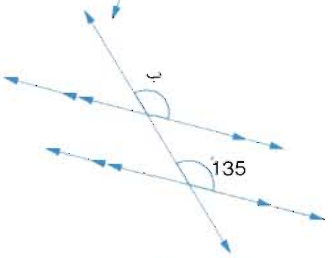


2- أوجد قياسات الزوايا المجهولة فيما يلي:

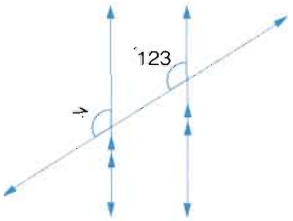
(أ)



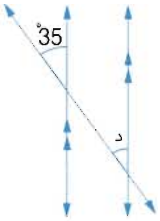
(ب)



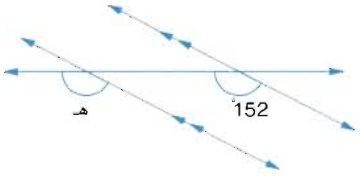
(جـ)



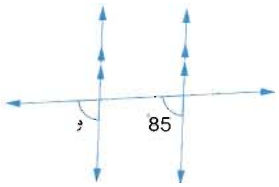
(د)



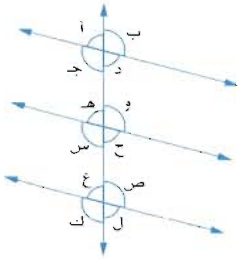
(هـ)



(و)

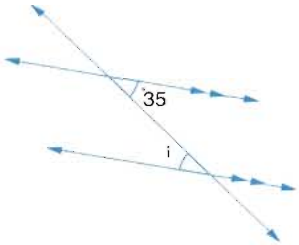


3- اكتب أزواج الزوايا المتبادلة فيما يلي:

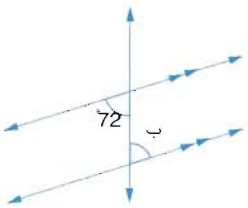


4- أوجد قياسات الزوايا المجهولة والمعنونة فيما يلي:

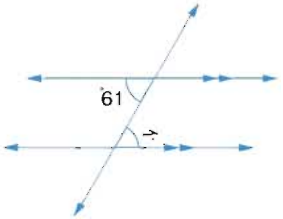
(أ)



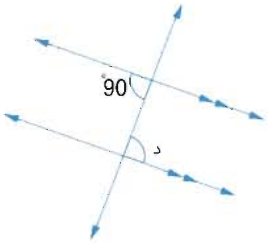
(ب)



(جـ)



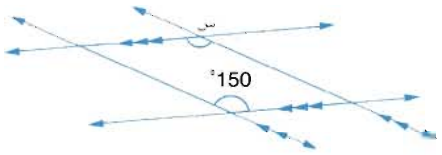
(د)



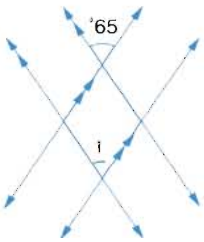
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

5- أوجد الزوايا المجهولة والمعنونة في الأشكال التالية:

(أ)

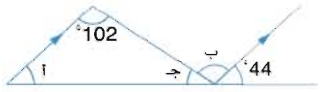


(ب)



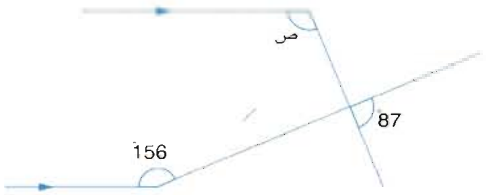
(جـ)

(د)

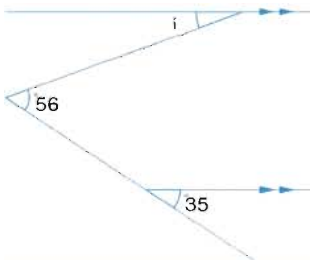


6- (أ) أوجد س في الشكل:

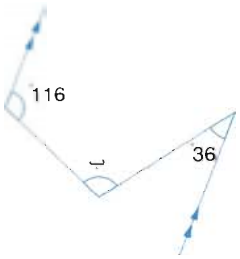
(ب) أوجد ص في الشكل:



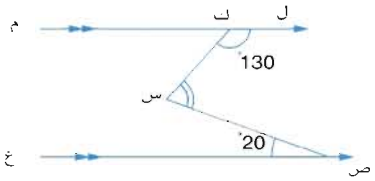
7- (أ) أوجد أ في الشكل:



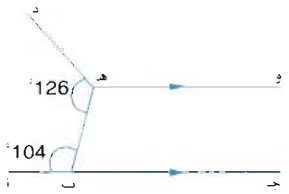
(ب) أوجد ب في الشكل



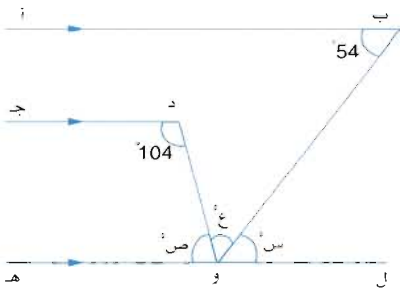
8- في الشكل م ل // ع ص. ق (ع ص س) = 20°
ق (س ك ل) = 130°. احسب ق (ك س ص).



9- في الشكل المستقيمان أ ب ، جـ د متوازيان.
ق (∠ أ ب هـ) = 104°، ق (∠ ب هـ د) = 126° احسب:
(أ) ق (∠ هـ ب جـ)
(ب) ق (∠ د هـ و)



10- في الشكل: المستقيمات أ ب، جـ د، هـ و ل متوازية،
ق (أ ب و) = 54°، ق (جـ د و) = 104° أوجد قيم:
(أ) س
(ب) ص
(جـ) ع



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2-3 الإنشاءات الهندسية Constructions

تتطلب الإنشاءات الهندسية في الهندسة، استخدام الأدوات الهندسية: الفرجار، والمسطرة، ومثلث قائم. يجب أن يكون رسم جميع المستقيمات والأقواس واضحًا ودقيقًا. ويجب أن يكون سن القلم الرصاص مدببًا عند رسم الأشكال الهندسية.

ملحوظة

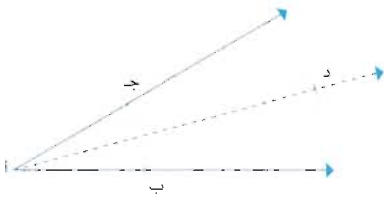
تنصيف تعني تقسيم إلى جزأين متساويين

1-2-3 تنصيف زاوية Bisecting an Angle

تنصيف زاوية يعني تقسيمها إلى زاويتين **متساويتين** في القياس، ولتنصيف زاوية نجري الآتي:

1- اركز سن الفرجار عند الرأس أ وبفتحة مناسبة، ارسم قوسًا يقطع شعاعي الزاوية عند النقطتين ب ، حـ كما هو مبين.
2- اركز في ب وبنفس الفتحة، ارسم قوسًا عند فتحة الزاوية.
3- اركز في حـ وبنفس الفتحة،ارسم قوسًا يقطع القوس السابق عند النقطة د.
4- ارسم $\overleftarrow{أ د}$

سوف نجد أن ق (∠ حـ أ د) = ق (∠ ب أ د)

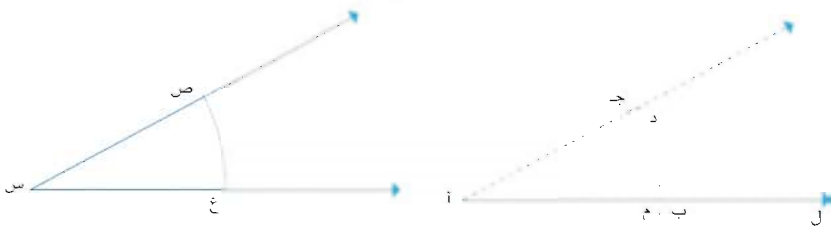


2-2-3 رسم زاوية تساوي أخرى في القياس Copying an Angle

لرسم زاوية تساوي زاوية علم قياسها ولتكن ∠ ص س ع نجري الخطوات الآتية:

1- اركز سن الفرجار عند الرأس س من الزاوية الأصلية وبفتحة مناسبة، ارسم قوسًا يمر بالنقطتين ص، ع كما هو مبين.
2- ثم ارسم الشعاع $\overrightarrow{أ ل}$ واركز بسن الفرجار عند أ وبنفس الفتحة في (1) للفرجار ارسم قوسًا مشابهًا $\overset{\frown}{ص ع}$ يقطع $\overrightarrow{أ ل}$ في ب.
3- افتح الفرجار فتحة تساوي ص ع.
4- اركز عند ب وبنفس فتحة الفرجار ارسم قوسًا يقطع $\overset{\frown}{ب حـ}$ عند د.
5- ارسم $\overleftarrow{أ د}$

سوف نجد أن ق (∠ ب أ د) = ق (∠ ع س ص).

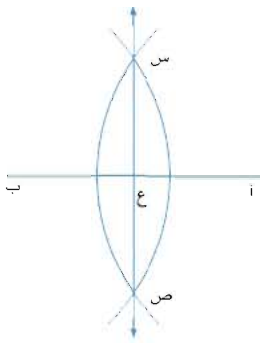


جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-2-3 تنصيف قطعة مستقيمة
Bisecting a Line

لتقسيم قطعة مستقيمة إلى قطعتين مستقيمتين متساويتين في الطول نتبع الخطوات الآتية:

1- اركز سن الفرجار عند أحد طرفي القطعة المستقيمة أب - وبفتحة أكبر قليلاً من نصف طول القطعة أب ارسم قوسًا.
2- وبنفس فتحة الفرجار اركز عند ب (الطرف الآخر للقطعة أب) ارسم قوسًا يقطع القوس الأول عند س ، ص.
3- ارسم $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ليقطع $\overline{\text{أب}}$ في ع (تسمى ع **منتصف القطعة** أب).



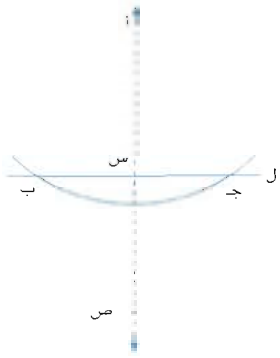
قس طول $\overline{\text{أع}}$ ، طول $\overline{\text{ع ب}}$. ماذا تلاحظ؟

4-2-3 رسم عمود على مستقيم من نقطة خارجة عنه
Dropping a Perpendicular onto a line

العمود هو مستقيم يقطع مستقيمًا آخر بحيث تكون الزاوية بينهما قائمة.

معتبرًا أ نقطة خارجة عن المستقيم. لرسم عمود من أ على المستقيم ل:

1- اركز سن الفرجار عند أ وبفتحة مناسبة (أي بحيث طولها يقطع المستقيم في نقطتين) ارسم قوسًا يقطع المستقيم ل عند النقطتين ب ، حـ.
2- بنفس الفتحة اركز عند ب وارسم قوسًا عند ص.
3- بنفس الفتحة اركز عند حـ وارسم قوسًا يقطع القوس السابق عند ص.
4- ارسم $\overleftrightarrow{\text{أ ص}}$ ليقطع $\overline{\text{ب حـ}}$ في س.

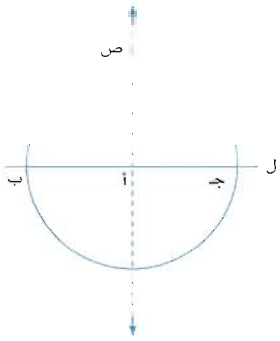


قس ∠ أ س ب أو ∠ أ س حـ سوف تجد أن ق (∠ أ س ب) = ق (∠ أ س حـ) = 90°،
أي أن $\overleftrightarrow{\text{أ ص}}$ عمودي على المستقيم ل.

5-2-3 رسم عمود على مستقيم من نقطة معلومة عليه
Drawing a Perpendicular at a Point on a line

معتبرًا أ النقطة المعلومة على المستقيم ل. لكي ترسم عمودًا على ل من أ:

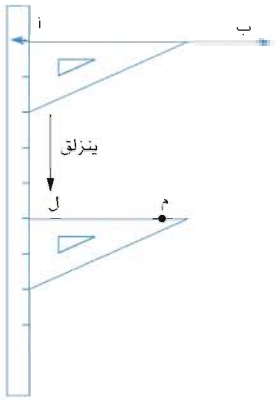
1- اركز بسن الفرجار عند أ وبفتحة مناسبة ارسم قوسًا يقطع المستقيم ل عند النقطتين ب ، حـ.
2- بفتحة أكبر، اركز عند ب وارسم قوسًا عند ص.
3- بنفس الفتحة اركز عند حـ وارسم قوسًا يقطع القوس السابق عند ص.
4- ارسم $\overleftrightarrow{\text{أ ص}}$



قس ∠ ص أ ب أو ∠ ص أ حـ وتحقق أن $\overleftrightarrow{\text{ص أ}}$ عمود على $\overline{\text{ب حـ}}$ ، حيث أن $\overline{\text{ب حـ}}$ ينصف $\overline{\text{ب حـ}}$ لذا يسمى $\overleftrightarrow{\text{ص أ}}$ **المنصف العمودي** للقطعة ب حـ.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6-2-3 رسم مستقيمات متوازية Constructing Parallel Lines

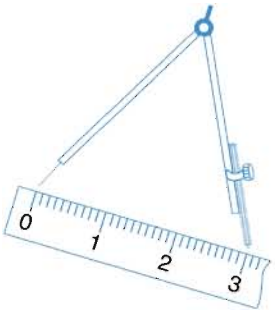


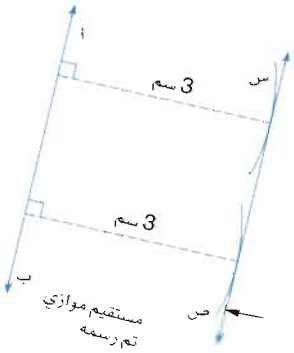
(أ) لكي ترسم مستقيمًا يمر بنقطة معلومة م ويوازي مستقيمًا معلومًا $\overleftrightarrow{أب}$، فإننا نتبع الآتي:

1- ضع أحد ضلعي المثلث قائم الزاوية بطول $\overleftrightarrow{أب}$ وحرف المسطرة على الضلع الآخر للقائمة كما هو مبين.
2- اترك المثلث ينزلق على المسطرة وتوقف عند م.
3- ارسم $\overleftrightarrow{م ل}$.

سوف تجد أن المستقيم $\overleftrightarrow{م ل}$ يوازي $\overleftrightarrow{أب}$.

(ب) لكي ترسم مستقيمًا س ص يوازي مستقيمًا معلومًا أ ب على بعد معلوم (3سم مثلاً) تتبع الآتي :





1- ضع ذراعي الفرجار على المسطرة لقياس البعد المطلوب (أي 3سم) كما هو موضح.
2- اركز سن الفرجار عند أي نقطة على المستقيم المعلوم، ثم ارسم قوسًا بفتحة 3سم.
3- اركز سن الفرجار على نقطة أخرى على المستقيم المعلوم، ثم ارسم قوسًا بنفس الفتحة 3سم.
4- ضع المسطرة بحيث تمس القوسين معًا ثم ارسم المستقيم الموازي المطلوب كما هو مبين وليكن المستقيم $\overleftrightarrow{س ص}$.

سوف تجد أن $\overleftrightarrow{س ص}$ على بعد 3سم من $\overleftrightarrow{أب}$ ويوازيه.

ملحوظة

تستطيع أيضًا استخدام المسطرة والمثلث القائم لإنشاء $\overleftrightarrow{س ص}$. حاول هذا.

تمرين 3-ب

1- استخدم المنقلة في رسم زاوية قياسها 30°، ومستخدمًا الفرجار والمسطرة فقط نصِّف هذه الزاوية. تأكد من سلامة عملك باستخدام المنقلة.

2- استخدم المنقلة في رسم زاوية قياسها 60°، نصِّف هذه الزاوية مستخدمًا الفرجار والمسطرة فقط. تأكد من سلامة عملك باستخدام المنقلة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3- ارسم قطعة مستقيمة طولها 10سم. نصِّف هذه القطعة مستخدمًا الفرجار والمسطرة فقط. تأكد من تساوي النصفين في الطول.

4- ارسم قطعة مستقيمة طولها 12سم، ونصِّفها مستخدمًا الفرجار والمسطرة فقط. تأكد من تساوي طولي النصفين.

5- ارسم قطعة مستقيمة طولها 10سم. حدد نقطة أ خارج القطعة المستقيمة على بعد 5سم تقريبًا فوق المستقيم. ارسم عمودًا على القطعة المستقيمة من أ مستخدمًا المسطرة والفرجار فقط. تأكد أن المستقيم المرسوم عمود على القطعة المستقيمة باستخدام المنقلة.

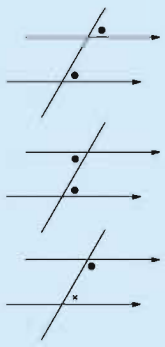
6- ارسم قطعة مستقيمة طولها 10سم. حدد على القطعة النقطة أ والتي تبعد عن طرفها الأيمن حوالى 4سم، انشئ عمودًا عند النقطة أ، واختبر الزاوية بالمنقلة.

7- ارسم المستقيم أب وحدد النقطة حـ فوق أب ، وارسم مستقيمًا يمر بالنقطة حـ ويوازي $\overleftrightarrow{أب}$.

8- ارسم المستقيم س ص وحدد نقطة حـ خارجه، ارسم مستقيمًا يوازي $\overleftrightarrow{س ص}$ ويمر بالنقطة حـ.

ملخص

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن:



(أ) كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس.

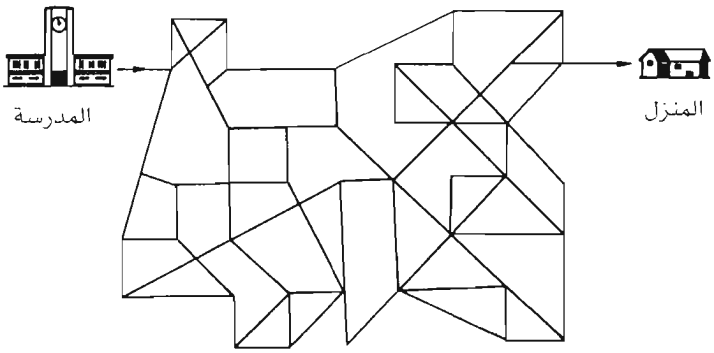
(ب) كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس.

(جـ) كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان

وبالعكس عندما يقطع قاطع مستقيمين، وتحقق أي من (أ) إلى (حـ) يكون المستقيمان متوازيين، بعد تغيير كلمة كل إلى أي.

رياضيات ممتعة

تعلم مصطفى لتوه عن الزوايا في درس الرياضيات بالمدرسة، وتحداه زميل له أن يسلك طريقًا خاصًّا من المدرسة إلى المنزل، وبشرط ألا يستدير يسارًا أو يمينًا إلا من خلال زوايا قائمة فقط. ساعده في رسم طريقه المناسب بتوضيحه بالأسهم.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

4

المضلعات

Polygons

الشكل المستوي المحدد بقطع مستقيمة يسمى "**المضلع**"، المصطلح Polygon كان يعني عند الإغريق القدماء "عدة أركان" حيث (poly تعني عدة وgons تعني أركان). الشكل المستوى ذو الثلاثة أركان (أو ثلاث زوايا) يسمى "**المثلث**" (وأسماه الإغريق القدماء "تريجون Trigon")

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

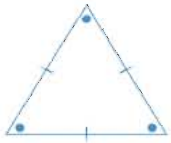
- تسمى أنواع المثلثات.
- توجد قياسات الزوايا المجهولة للمثلث مستخدمًا مجموع قياسات زوايا المثلث وخاصية الزاوية الخارجة للمثلث.
- تنشئ مثلثات.
- توجد قياسات زوايا الشكل الرباعى المجهولة.
- تعرف أنواع الشكل الرباعي المختلفة.
- تنشئ أشكالًا رباعية.
- تسمى أنواع المضلعات حتى 10 أضلاع.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

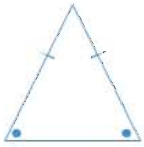
1-4 أنواع المثلثات Types of Triangles

تسمى المثلثات حسب أطوال أضلاعها أو قياسات زواياها.

1-1-4 المثلثات المسماة حسب أطوال الأضلاع Side - Named Triangles



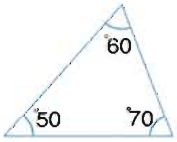
1- المثلث الذي أطوال **أضلاعه متساوية** يسمى **مثلثًا متساوي الأضلاع**. تكون أيضًا قياسات زواياه متساوية.



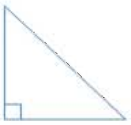
2- المثلث الذي له **ضلعان متساويان** في الطول يسمى **مثلثًا متساوي الساقين**. والزوايا المقابلة للأضلاع المتساوية في الطول تكون أيضًا متساوية في القياس.

3- المثلث الذي **أضلاعه مختلفة** في الطول يسمى **مثلثًا مختلف الأضلاع**. وجميع زواياه مختلفة في القياس.

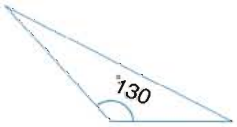
2-1-4 المثلثات المسماة حسب قياسات الزوايا Angle - Named Triangles



1- المثلث الذي قياس كل زاوية من زواياه أقل من 90° يسمى **مثلثًا حاد الزوايا**.



2- المثلث الذي إحدى زواياه 90° **يسمى مثلثًا قائم الزاوية**.



3- المثلث الذي إحدى قياسات زواياه أكبر من 90° يسمى **مثلثًا منفرج الزاوية**.

وعلى ذلك فإننا نستطيع معرفة اسم المثلث بقياس أطوال أضلاعه. وعندما تكون الأضلاع متساوية فإننا نحدد ذلك باستعمال العلامة ـ|ـ أو ـ||ـ أو أحيانًا ـ|||ـ. وبذلك إذا تم استعمال هذه العلامات فلسنا في حاجة إلى قياس أطوال أضلاع المثلث لمعرفة اسمه.

مثلث مختلف الأضلاع

مثلث متساوي الساقين

مثلث متساوي الأضلاع

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 4-أ

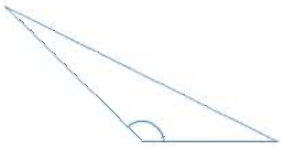
1- أعط اسم المثلث:

(i) من حيث الأضلاع.

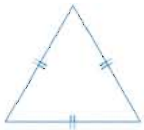
(ii) من حيث الزوايا.

(أ)

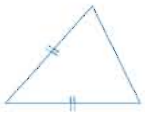
(ب)



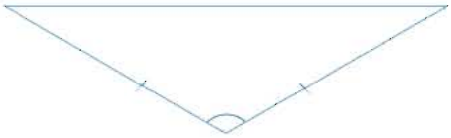
(جـ)



(د)



(هـ)



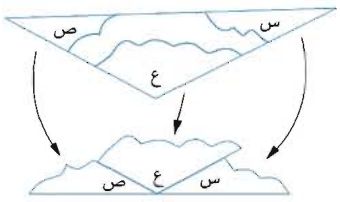
(و)

(ز)

(ح)

2-4 مجموع قياسات زوايا المثلث Sum of the Angles of a Triangle

إذا رسمنا مثلثًا وأعطينا لكل زاوية حرفًا ثم فصلنا أركان المثلث، ووضعنا هذه الأركان بجانب بعضها بحيث تكون رؤوسها متجمعة معًا فسنجد أنها تكون زاوية مستقيمة. ونحن نعلم أن قياس الزاوية المستقيمة 180°، فنستطيع القول بأن مجموع قياسات زوايا المثلث 180°.



مجموع قياسات زوايا المثلث 180°

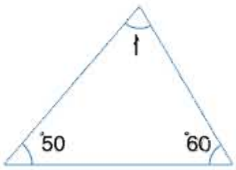
مجموع قياسات زوايا المثلث 180°.

تذكر أن الزوايا المتجاورة التي تكون زاوية مستقيمة تسمى زوايا متكاملة، أى أن قياسات زوايا المثلث **متكاملة**.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 1:

أوجد قيمة أ في الشكل المقابل:



الحل

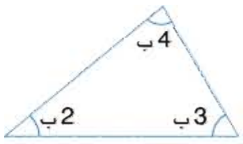
أ = 180° − (50° + 60°) (مجموع قياسات زوايا المثلث)

= 180° − 110°

= 70°

مثال 2:

أوجد قيمة ب في الشكل المقابل:



الحل

2ب + 3ب + 4ب = 180° (مجموع قياسات زوايا المثلث)

9ب = 180°

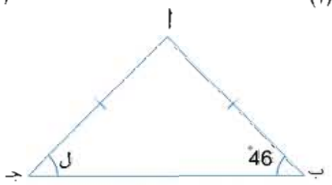
$\frac{9ب}{9} = \frac{180°}{9}$

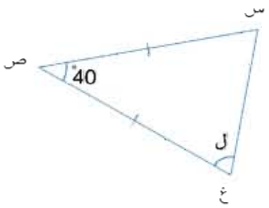
∴ ب = 20°

مثال 3:

أوجد قيمة ل في كل مثلث:

(أ) (ب)





الحل

(أ) Δ أ ب حـ متساوي الساقين

∴ ل = 46° (زوايا القاعدة في المثلث متساوي الساقين)

(ب) Δ س ص ع مثلث متساوي الساقين

$ل = \frac{180° - 40°}{2}$ (زوايا القاعدة في المثلث متساوي الساقين)

$= \frac{140°}{2}$

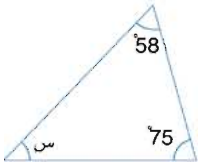
= 70°

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

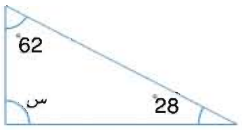
تمرين 4-ب

1- أوجد قياسات الزوايا المحددة بالحروف.

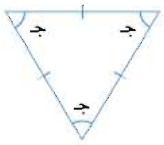
(أ)



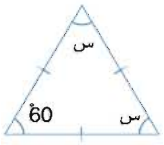
(ب)



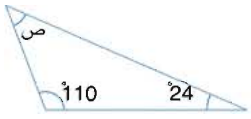
(جـ)



(د)



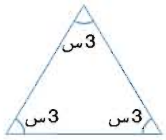
(هـ)



(و)

2- أوجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية:

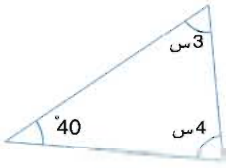
(أ)



(ب)

(جـ)

(د)

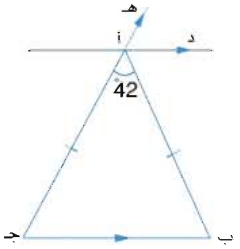


3- أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه أ ب = أ جـ، ق(∠ ب أ جـ) = 42°.

$\overleftarrow{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$، جـ أ هـ مستقيم. احسب:

(أ) ق(∠ب جـ أ)

(ب) ق(∠هـ أ د)



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

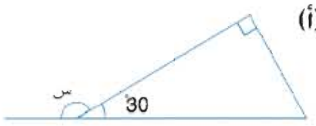
3-4 الزاوية الخارجة للمثلث Exterior Angle of a Triangle

تتكون **الزاوية الخارجة** للمثلث عند مد أحد أضلاعه. فهي الزاوية بين الضلع الممتد والضلع المجاور. الزاوية المحصورة بين الضلع $\overline{أجـ}$ والشعاع $\overrightarrow{جـ د}$ تسمى زاوية خارجة **للمثلث** أ ب جـ أي أن .. أجـ د **تسمى زاوية خارجة للمثلث** أ ب جـ.

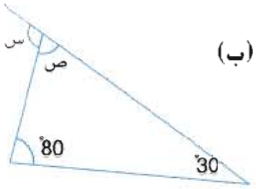
مثال 4:

أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

(أ)



(ب)

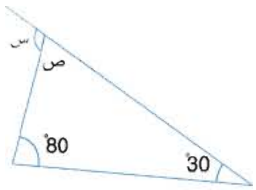


الحل

(أ) ∴ س = 180° − 30° (زوايا متجاورة على خط مستقيم)

= 150°

(ب) معتبرًا الزاوية المجاورة للزاوية س هي ص



∴ ص = 180° − (30° + 80°) (مجموع قياسات زوايا المثلث)

= 180° − 110° = 70°

∵ س = 180° − ص

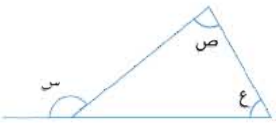
∴ س = 180° − 70° = 110° (زوايا متجاورة على خط مستقيم)

إذا درسنا جيدًا المثلث المجاور نجد أن

30° + 80° = 110°

ونلاحظ أن س = 30° + 80° = 110°

نستنتج من ذلك:



قياس **الزاوية الخارجة** عن المثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها.

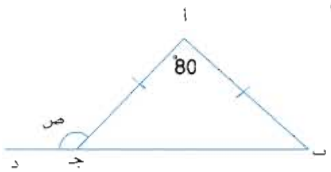
∴ س = ص + ع

وعلى ذلك فإن مثال 4ب يمكن حله بطريقة سريعة كالآتي:

س = 30° + 80° = 110° (زاوية خارجة للمثلث)

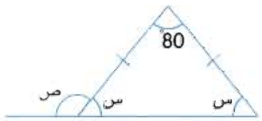
مثال 5:

أوجد قيمة ص في الشكل المقابل:



الحل

نفرض قياس كل من زاويتي القاعدة تساوي س



∴ س = $\frac{180° - 80°}{2}$ = 50° (مجموع قياسات زوايا Δ متساوي الساقين)

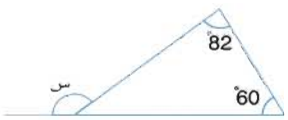
∴ ص = 80° + 50° (زاوية خارجة عن المثلث)

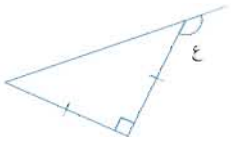
ص = 130°

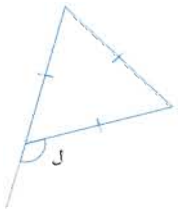
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 4-جـ

في الأسئلة من (1 – 10) أوجد قياسات الزوايا المجهولة:

1- 

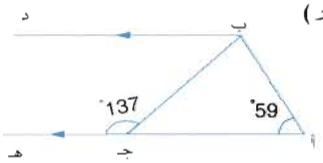
2- 

3- 

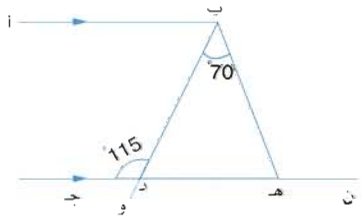
4-

5-

6- في الشكل المقابل ب د // أ حـ، احسب:
(أ) ق (∠ حـ ب د)
(ب) ق (∠ ا ب حـ)



7- في الشكل المقابل أ ب // حـ ن، ق (∠ ب د حـ) = 115°، ق (∠ د ب هـ) = 70°، احسب.
(أ) ق (∠ و د هـ)
(ب) ق (∠ أ ب د)
(جـ) ق (∠ ب هـ ن)



4-4 إنشاء المثلثات

Constructing Triangles

ملحوظة

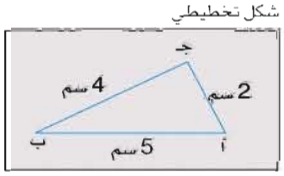
ارسم رسمًا مجملًا واكتب المعلومات المعطاة قبل إنشاء الرسم بدقة.

مثال 6: إنشاء مثلث معطاة أطوال أضلاعه الثلاثة

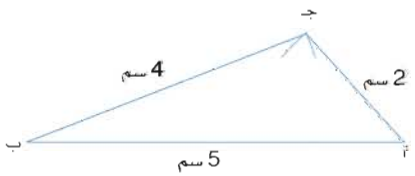
استخدم الفرجار والمسطرة لإنشاء المثلث ا ب حـ حيث ا ب = 5 سم، ب حـ = 4 سم، حـ ا = 2 سم.

الحل

شكل تخطيطي



1- ارسم أ ب حيث أ ب = 5 سم
2- اركز بالفرجار عند ا وبفتحة 2 سم ارسم قوسًا.
3- اركز بالفرجار عند ب وبفتحة 4 سم ارسم قوسًا يقطع القوس الأول عند حـ.
4- ارسم ا حـ، ب حـ.



مثال 7: إنشاء مثلث معطى فيه طولا ضلعين وقياس الزاوية بينهما

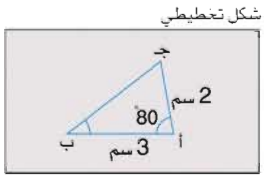
استخدم الفرجار والمنقلة والمسطرة لإنشاء Δ ا ب حـ حيث ا ب = 3 سم، ا حـ = 2 سم، ق (∠ ب ا حـ) = 80°.

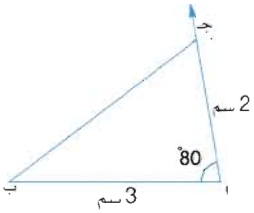
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الحل

1- ارسم $\overline{أ ب}$ حيث أ ب = 3 سم.
2- استخدم المنقلة لرسم زاوية أ
حيث ق (∠ أ) = 80°
3- اركز عند أ بالفرجار وبفتحة
2 سم ارسم قوسًا يقطع $\overleftarrow{أ حـ}$
عند حـ.
4- ارسم $\overline{ب حـ}$.

شكل تخطيطي





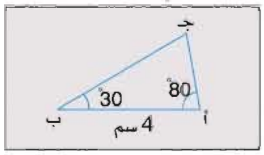
مثال 8 إنشاء مثلث معطى فيه طول ضلع وقياس زاويتين على طرفيه

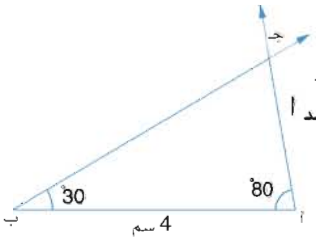
استخدم المنقلة والمسطرة لإنشاء Δ أ ب حـ حيث أ ب = 4 سم،
ق (∠ حـ ب أ) = 30°، ق (∠ حـ أ ب) = 80°.

الحل

1- ارسم القطعة المستقيمة أ ب حيث أ ب = 4 سم.
2- استخدم المنقلة لرسم زاوية قياسها 80° عند أ
وزاوية قياسها 30° عند ب
3- يتقاطع الشعاعان $\overleftarrow{أ حـ}$، $\overleftarrow{ب حـ}$ في حـ.

شكل تخطيطي





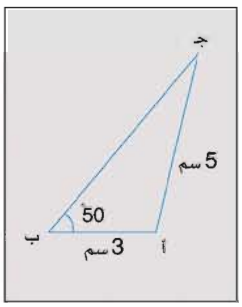
مثال 9 *إنشاء مثلث معطى فيه طولا ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما*

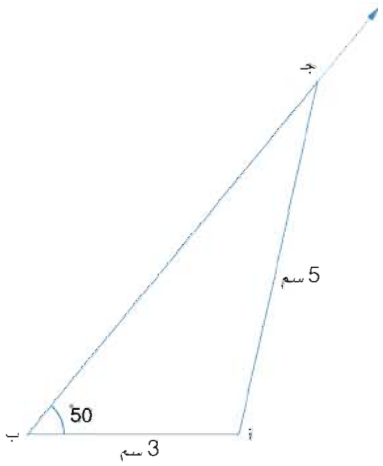
استخدم الفرجار والمنقلة والمسطرة لرسم Δ أ ب حـ حيث أ ب = 3 سم،
أ حـ = 5 سم، ق (∠ أ ب حـ) = 50°.

الحل

1- ارسم القطعة المستقيمة أ ب حيث
أ ب = 3 سم.
2- استخدم المنقلة لرسم زاوية قياسها
50° عند ب.
3- اركز عند أ وبفتحة 5 سم ارسم قوسًا
يقطع $\overleftarrow{ب حـ}$ في حـ.
4- ارسم $\overline{أ حـ}$.

شكل تخطيطي





جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 4-د

1- استخدم الفرجار والمسطرة لرسم Δ ا ب حـ حيث:
(أ) ا ب = 3 كم، ب حـ = 5 كم، ا حـ = 7 كم.
(ب) ا ب = 6 كم، ب حـ = 4 كم، ا حـ = 5 كم

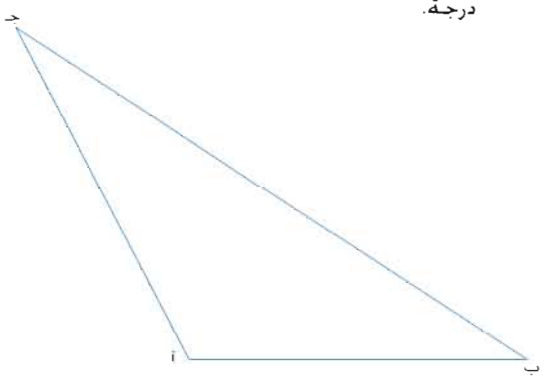
2- استخدم المنقلة والمسطرة لرسم Δ ا ب حـ حيث:
(أ) ا ب = 6 كم، ق (∠ حـ ا ب) = 40°،
ق (∠ حـ ب ا) = 60°.
(ب) ا ب = 5 كم، ق (∠ حـ ا ب) = 30°،
ق (∠ حـ ب ا) = 50°.

3- استخدم الفرجار، والمنقلة، والمسطرة لرسم
Δ ا ب حـ حيث:
(أ) ا ب = 4 كم، ا حـ = 6 كم، ق (∠ ب ا حـ) = 50°.
(ب) ا ب = 5 كم، ا حـ = 4 كم، (∠ ب ا حـ) = 60°.

4- استخدم الفرجار والمنقلة والمسطرة لرسم
Δ ا ب حـ حيث:
(أ) ا ب = 5 كم، ا حـ = 6 كم، ق (∠ ا ب حـ) = 35°
(ب) ا ب = 6 كم، ا حـ = 4 كم، ق (∠ ا ب حـ) = 40°

5- استخدم Δ ا ب حـ لإجراء الآتي:
(أ) قس طول $\overline{ب حـ}$ لأقرب ملليمتر.

(ب) أوجد قياس زاوية ب ا حـ مقربًا الناتج لأقرب درجة.

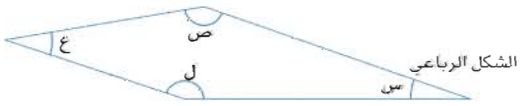


(جـ) س نقطة داخل المثلث بحيث
ق (∠ ب ا س) = 90° ، ق (∠ ا ب س) = 30°
استخدم منقلة وعين بدقة موضع النقطة س.

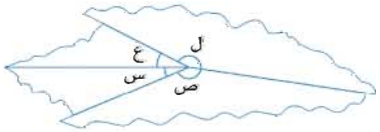
6- (أ) ارسم بدقة Δ ا ب حـ حيث ا ب = 8 كم،
ا حـ = 4 كم، ب حـ = 5.5 كم.
(ب) على نفس الشكل ارسم:
(i) منصف زاوية ب ا حـ.
(ii) المنصف العمودي للقطعة المستقيمة $\overline{آب}$.

5-4 مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي
Sum of the Angles of a Quadrilateral

الشكل الرباعي هو شكل مستوي له أربعة أضلاع، ونستطيع إيجاد مجموع قياسات زواياه بنفس الطريقة التي أوجدنا بها مجموع قياسات زوايا المثلث.



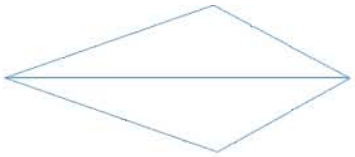
إذا وضعنا الزوايا الأربع متجمعة، فإنها تكون دورة كاملة أي زاوية قياسها 360°. وعلى ذلك فإن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي يساوي 360°.



مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي يساوي 360°

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

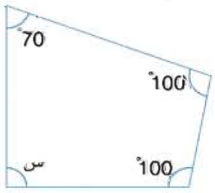
ومن المهم ملاحظة أنه عند رسم قطعة مستقيمة بين رأسين متقابلين في الشكل الرباعي نحصل على مثلثين كما بالشكل المبين.



وعلى ذلك نستطيع القول أن الشكل الرباعي يتكون من مثلثين وبما أننا نعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي 180° فإننا نجد مرة أخرى أن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي تساوي 2 × 180° أو 360°.

مثال 15:

أوجد قيمة س في الشكل الرباعي المبين:



الحل

س = 360° − (70° + 100° + 100°) (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي)

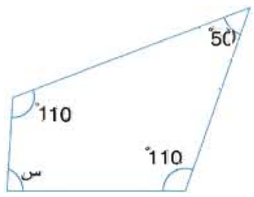
س = 360° − 270°

س = 90°

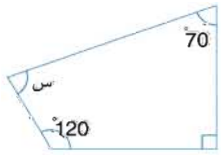
تمرين 4-هـ

أوجد قيمة س في كل من الأشكال الرباعية الآتية:

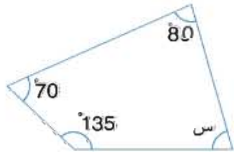
-1



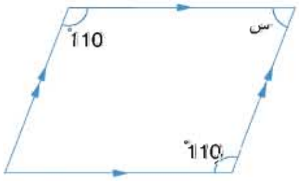
-2



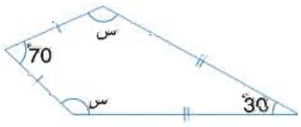
-3



-4



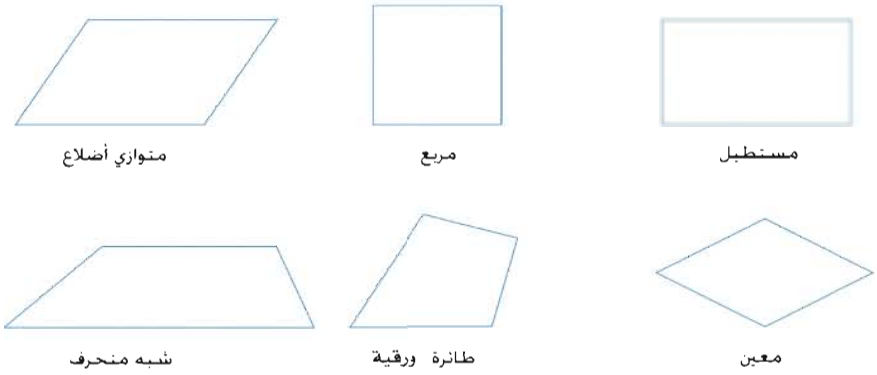
-5



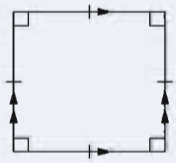
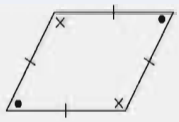
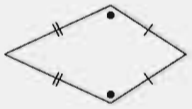
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6-4 بعض الأشكال الرباعية

Types of a Quadrilateral



ونلخص فيما يلي خواص الأشكال الرباعية الستة:

1- المستطيل	له أربع زوايا، قياس كل منها 90°، وكل ضلعين متقابلين فيه متوازيان متساويان في الطول.	
2- المربع	هو مستطيل أضلاعه متساوية في الطول، والأضلاع المتقابلة متوازية.	
3- متوازي الأضلاع	كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان ومتساويان في الطول، والزوايا المتقابلة متساوية في القياس.	
4- المعين	هو متوازي أضلاع، جميع أضلاعه متساوية في الطول.	
5- الطائرة الورقية	زوجين من الأضلاع المتجاورة متساويين في الطول، وزوج واحد من الزوايا متساوية في القياس.	
6- شبه المنحرف	له ضلعان فقط متقابلان متوازيان.	

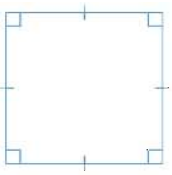
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

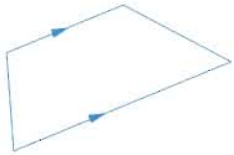
أنشطة

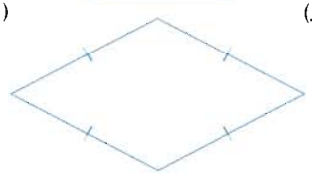
اذكر اسم كل شكل رباعي:

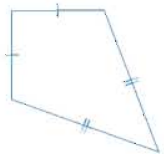
(أ)

(ب)

(جـ)


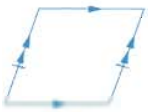
(د)


(هـ)


(و)


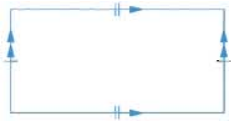
التصنيف وفق خواص الأضلاع

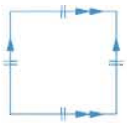
2- ادرس الأشكال الرباعية الآتية، ثم صنفها بوضع أسمائها في المكان الخالي في المخطط (1) بحيث تحقق خواص الأضلاع المعطاة.

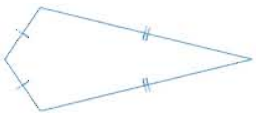

معين

شبه منحرف

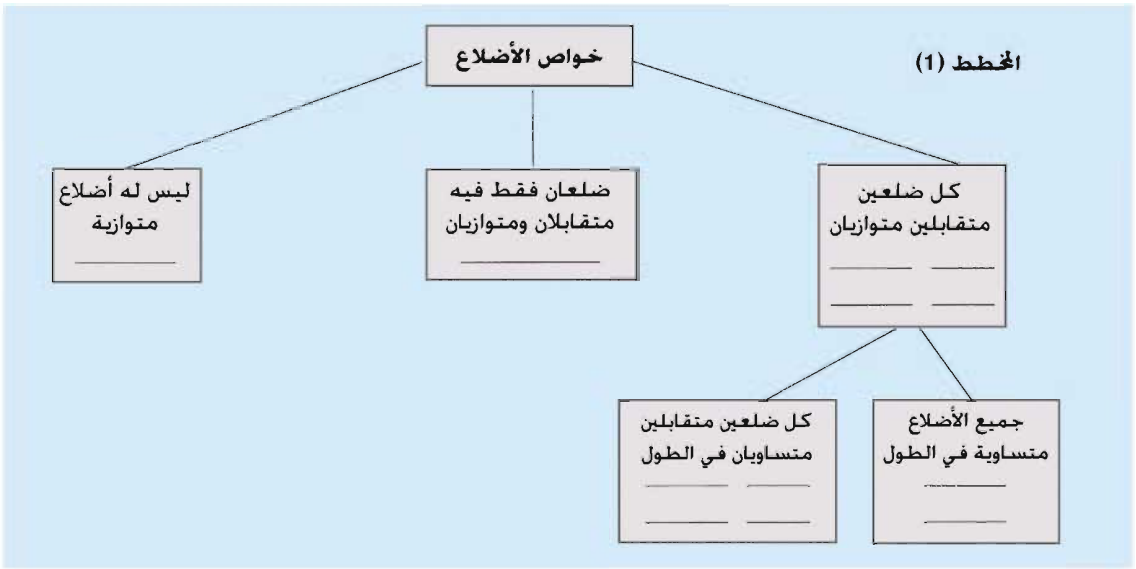
متوازي أضلاع


مستطيل


مربع


طائرة ورقية

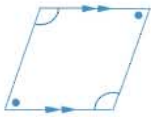
المخطط (1)

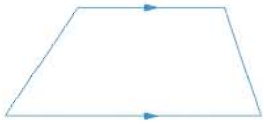


جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

التصنيف وفق خواص الزوايا

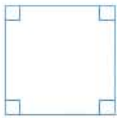
3- ادرس الأشكال الرباعية الآتية، ثم صنفها بوضع أسمائها في المكان الخالي في المخطط (2) بحيث تحقق خواص الزوايا المعطاة.

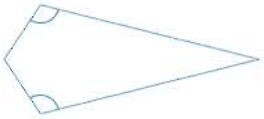

معين


شبه منحرف

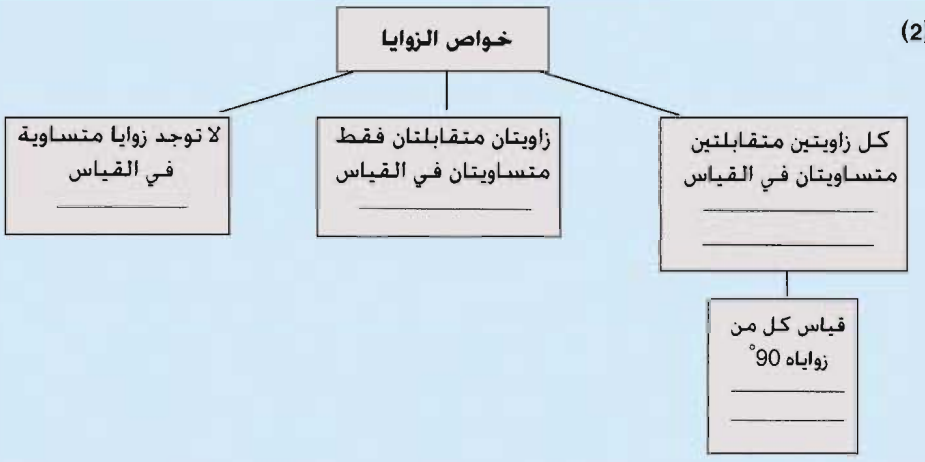
متوازي أضلاع

مستطيل

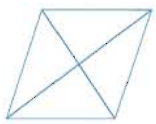

مربع

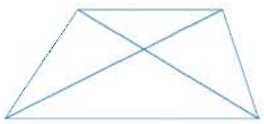

طائرة ورقية

المخطط (2)

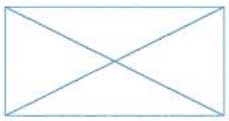


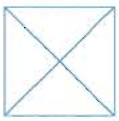
4- الأشكال الرباعية مثل المثلثات، لها خواص أضلاع وخواص زوايا، وعلى ذلك وبما أن للأشكال الرباعية أربعة أضلاع وأربع زوايا فإننا نستطيع رسم قطع مستقيمة تصل الرؤوس المتقابلة للشكل الرباعي، هذه القطع المستقيمة تسمى **أقطار** الشكل الرباعي.

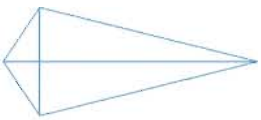

معين


شبه منحرف

متوازي أضلاع


مستطيل

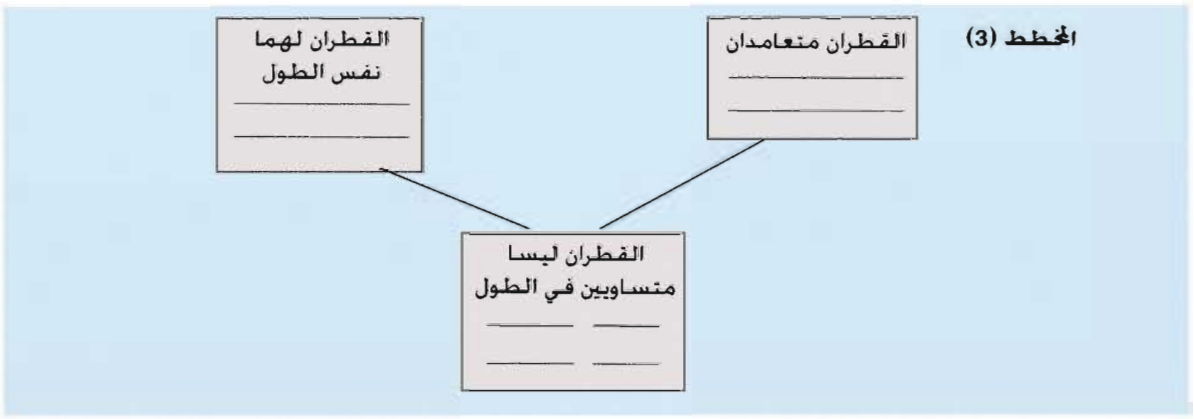

مربع


طائرة ورقية

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

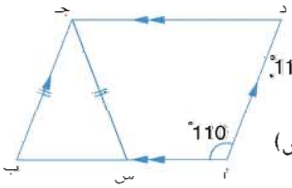
مستخدمًا المعلومات في الأشكال **السابقة** وبالقياس حيث لزم، أكمل المخطط 3:

المخطط (3)



مستخدمًا المعلومات التي توصلت إليها من الأنشطة السابقة ومعلومات الفصل الثاني تستطيع حل المسائل التي تتضمن زوايا في أشكال رباعية مختلفة.

مثال 11:



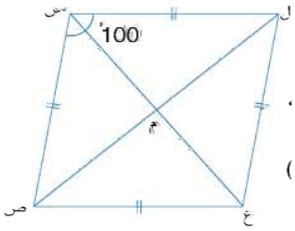
ا ب ح د متوازي أضلاع فيه ا ب // د ح.
ا د // ب ح، س ∈ ا ب بحيث ق (∠ س ا د) = 110°.
س ح = ب ح. احسب:
(أ) ق (∠ ا ب ح) (ب) ق (∠ د ح س)

الحل

(أ) ق (∠ ا ب ح) = 180° − 110° (زاويتان داخلتان، وفي جهة واحدة من القاطع، والمستقيمان متوازيان)
= 70°

(ب) ق (∠ ب س ح) = 70° (زاويتا قاعدة Δ متساوي الساقين)
∴ ق (∠ د ح س) = ق (∠ ب س ح) (زوايا متبادلة، مستقيمان متوازيان)
= 70°

مثال 12:



س ص ع ل معين تقاطع قطراه س ع، ل ص في م،
ق (∠ ل س ص) = 100° أوجد:
(أ) ق (∠ ص س م) (ب) ق (∠ س ص م)

الحل

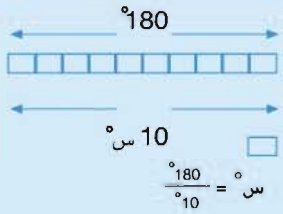
(أ) ق (∠ ص س م) = $\frac{100^\circ}{2}$ = 50° (س ع ينصف ∠ ص س ل)

(ب) ق (∠ س م ص) = 90° (قطرا المعين متعامدان)
∴ ق (∠ س ص م) = 180° − 90° − 50° (مجموع قياسات زوايا المثلث)
= 40°

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

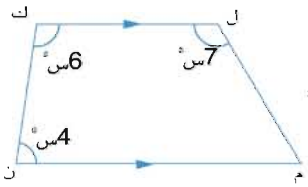
هل تستطيع إيجاد ∠ س ص م بطريقة بديلة؟



مثال 13:

ك ل م ن شبه منحرف فيه $\overline{ك ل}$ // $\overline{ن م}$ احسب:

(أ) قيمة س (ب) ق (∠ ن م ل)



الحل

(أ) 4س° + 6س° = 180° (زاويتان داخلتان، قطعتان مستقيمتان متوازيتان)

10س° = 180°

س° = 180°/10°

س° = 18°

س = 18

(ب) ق (∠ م ل ك) = 7س°

= 7 × 18°

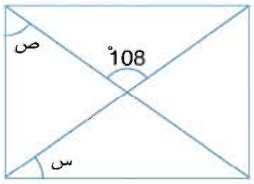
= 126°

∴ ق (∠ ن م ل) = 180° − 126° (زاويتان داخلتان ومستقيمان متوازيان)

= 54°

تمرين 4-و

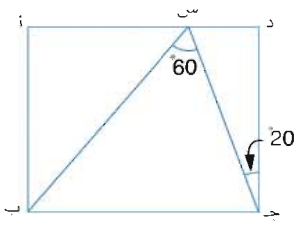
1- أوجد س، ص في الشكل التالي:



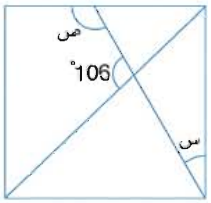
2- أ ب حـ د مستطيل فيه ق (∠ ب س حـ) = 60°، ق (∠ س حـ ب) = 20° احسب:

(أ) ق (∠ حـ س د)

(ب) ق (∠ أ ب س)



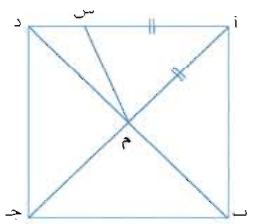
3- أوجد س، ص في الشكل التالي:



4- أ ب حـ د مربع تقاطع قطراه في م، س نقطة على أ د بحيث أ س = أ م، احسب

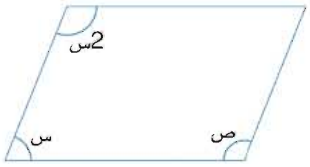
(أ) ق (∠ أ س م)

(ب) ق (∠ د م س)

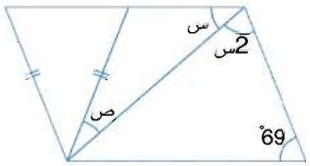


5- أوجد س، ص لكل متوازي أضلاع:

(أ)



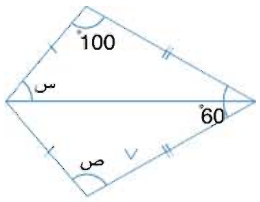
(ب)



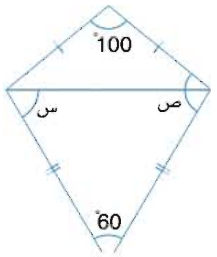
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6- أوجد س، ص لكل طائرة ورقية:

(أ)

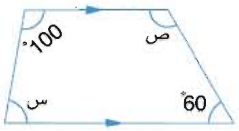


(ب)

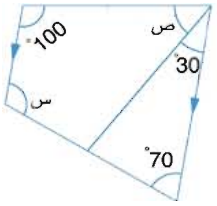


7- أوجد س، ص لكل شبه منحرف:

(أ)



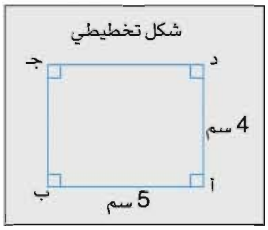
(ب)



7-4 إنشاء الأشكال الرباعية Constructing Quadrilaterals

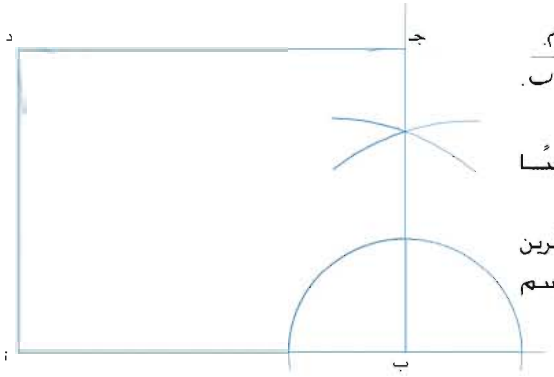
مثال 14: إنشاء المستطيل

استخدم الفرجار والمسطرة لرسم المستطيل ا ب حـ د حيث ا ب = 5 سم، ب حـ = 4 سم.



الحل

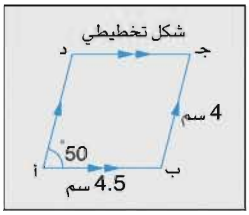
1- ارسم $\overline{أب}$ حيث ا ب = 5 سم.
2- ارسم عمودًا من ب على $\overline{أب}$.
3- اركز سن الفرجار في ب وبفتحة 4 سم، ارسم قوسًا يقطع العمود عند حـ.
4- اركز في ا، حـ وبنصفي قطرين 4 سم، 5 سم على التوالي ارسم قوسين يتقاطعان في د.
5- ارسم ا د، حـ د.



مثال 15: إنشاء متوازي الأضلاع

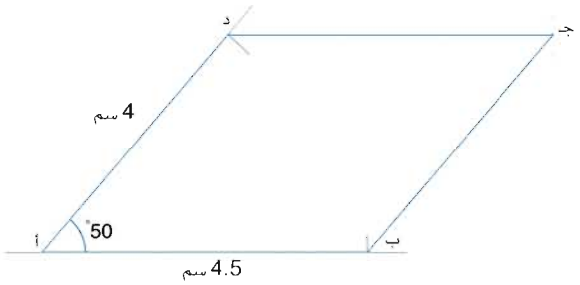
استخدم الفرجار، والمنقلة، والمسطرة لرسم متوازي الأضلاع ا ب حـ د علمًا بأن ق(د ا ب) = 50°، ا ب = 4.5 سم، ا د = 4 سم.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



الحل

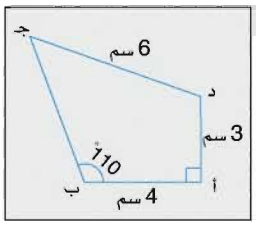
1- ارسم القطعة المستقيمة أ ب حيث أ ب = 4.5 كم.
2- استخدم المنقلة عند أ لرسم زاوية قياسها 50°.
3- اركز سن الفرجار عند أ وبفتحة 4 كم ارسم قوسًا يقطع الشعاع $\overleftarrow{أد}$ في د.
4- اركز سن الفرجار عند ب، د وبفتحتين 4 كم، 4.5 كم على التوالي، ارسم قوسين يتقاطعان عند جـ.
5- ارسم $\overline{ب جـ}$، $\overline{د جـ}$.



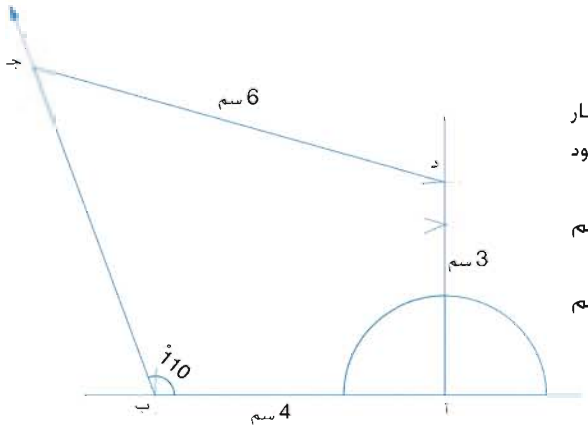
مثال 16: رسم شكل رباعي غير منتظم

استخدم الفرجار، والمنقلة، والمسطرة لرسم الشكل الرباعي أ ب جـ د بحيث أ ب = 4 كم، ق (∠ د أ ب) = 90°، أ د = 3 كم، ق (∠ أ ب جـ) = 110°، جـ د = 6 كم.

الحل



1- ارسم $\overline{أب}$ حيث أ ب = 4 كم.
2- ارسم من أ عمودًا.
3- اركز عند أ وبفتحة الفرجار 3 كم ارسم قوسًا يقطع العمود عند د.
4- عند ب استخدم المنقلة لرسم زاوية قياسها 110°.
5- اركز عند د وبفتحة 6 كم ارسم قوسًا يقطع الشعاع عند جـ.
6- ارسم $\overline{ب جـ}$، $\overline{د جـ}$.



تمرين 4-ز

1- انشئ المستطيل أ ب جـ د بحيث أ ب = 5 كم، ب جـ = 3 كم.

2- انشئ المستطيل س ص ع ل حيث س ص = 5.5 كم، ص ع = 3.3 كم.

3- انشئ المربع الذي طول ضلعه 4 كم.

(أ) ارسم الشكل الخماسي الموضح بمقياس رسم دقيق حيث ق (∠ أ هـ د) = ق (∠ هـ د جـ) = 90°، ق (∠ ب أ هـ) = 135°. استخدم مقياس رسم 1 كم لكل 1 متر.

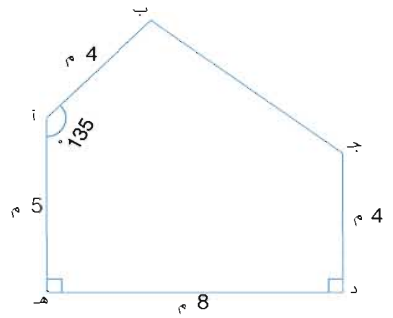
(ب) أوجد بالقياس من رسمك:
(i) طول $\overline{ب جـ}$
(ii) ق (∠ ب جـ د).

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

4- انشئ متوازي الأضلاع ك ل م ب حيث ك ل = 6 سم،
ل م = 5 سم، ق (∠ ك ل م) = 70°.

5- انشئ الشكل الرباعي ل م ب ى حيث ل م = 5 سم،
ق (∠ ى ل م) = 90°، ل ى = 4 سم،
ق (∠ ل م ب) = 70°، ب ى = 6 سم.

6- انشئ الشكل الرباعي أ ب حـ د حيث أ ب = 5 سم،
ق (∠ د أ ب) = 56°، د أ = 3.4 سم، د حـ = 4 سم،
د حـ // أ ب

7-


8- انشئ متوازي الأضلاع أ ب حـ د فيه أ ب = 5 سم،
ب حـ = 4 سم، ق (∠ د أ ب) = 45°، د حـ = 5 سم،
أ د = 4 سم، أوجد بالقياس
(أ) طول أ حـ
(ب) المسافة العمودية بين أ ب، حـ د.

9- (أ) انشئ بدقة الشكل الرباعي أ ب حـ د الذي
فيه أ ب = 5 سم، ق (∠ أ ب حـ) = 75°،
ب حـ = 3 سم، ق (∠ ب أ د) = 130°،
أ د = 5.5 سم.
(ب) أوجد بالقياس
(i) طول د حـ
(ii) قياس ∠ ب حـ د.

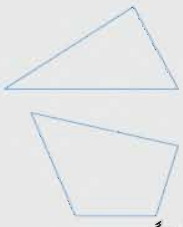
8-4 أنواع المضلعات Types of Polygons

المضلعات لها أسماء كثيرة حسب عدد أضلاع (أركان) المضلع.

ملحوظة

البادئة المضافة في أول الكلمة
hexa, penta إلخ إغريقية

الشكل المستوي الذي له ثلاثة أضلاع يسمى مثلثًا.



والشكل المستوي الذي له أربعة أضلاع يسمى شكلًا رباعيًّا.

تسمى كذلك المضلعات الأخرى حسب عدد أضلاع (أو أركان) كل مضلع.

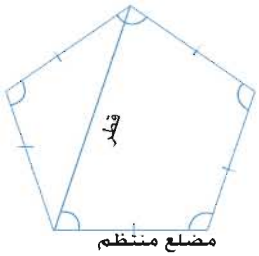
المخمس Pentagon (Penta تعني خمسة)	**المثمن Octagon** (octa تعني ثمانية)
المسدس Hexagon (hexa تعني ستة)	**المتسع nonagon** (nona تعني تسعة)
المسبع heptagon (hepta تعني سبعة)	**المعشر decagon** (deca تعني عشرة)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

إذا كانت جميع أضلاع المضلع متساوية في الطول وجميع زواياه متساوية في القياس نقول أنه **مضلع منتظم**.

غير ذلك من المضلعات تسمى **مضلعات غير منتظمة** .

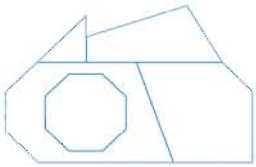
قطر المضلع هو القطعة المستقيمة داخل المضلع التي تصل بين نقطتين غير متتاليتين عليه.



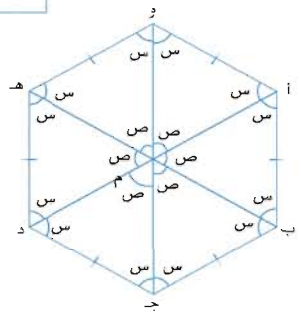
مضلع منتظم

تمرين 4-ح

1- اذكر أسماء الأشكال التي تجدها في الشكل المستوى المقابل.



2-



الشكل المعطى سداسى منتظم تقاطعت أقطاره في نقطة م حيث:

م أ = م ب = م حـ = م د = م هـ = م و

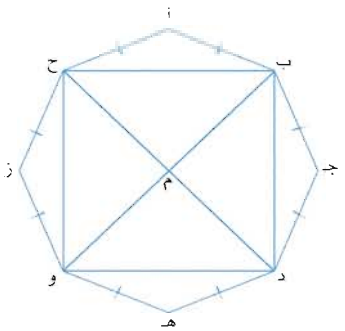
(أ) احسب:

(i) قياس ∠ ص (ii) قياس ∠ س

(ب) اذكر نوع Δ م أ ب حسب الأضلاع.

(جـ) اذكر نوع الشكل الرباعي أ ب حـ د.

3-



المثمن المنتظم الذى أمامك فيه القطران ب و، حـ د متقاطعان فى م. م ب = م د = م و = م حـ.

(أ) اذكر نوع المثلث

(i) أ ب حـ (حسب الأضلاع).

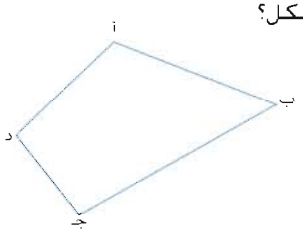
(ii) ب م حـ (حسب الزوايا).

(ب) اذكر نوع الشكل الرباعي:

(i) أ ب م حـ (ii) ب د و حـ

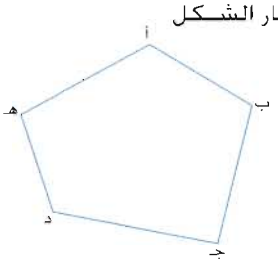
4- (أ) اكتب جميع أقطار الشكل الرباعي أ ب حـ د.

(ب) كم قطرًا لهذا الشكل؟



5- (أ) اكتب أسماء أقطار الشكل الخماسي أ ب حـ د هـ.

(ب) كم قطرًا لهذا الشكل؟



6- (أ) كم قطرًا في مضلع له 50 ضلعًا؟

[إرشاد: استعمل خطوات "بوليا" الأربع لحل المشكلات في فصل(1) من كتاب الصف السابع.

الاستنباط بالبحث عن نمط

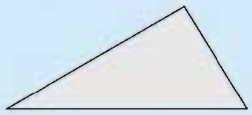
(ب) ماذا تلاحظ بين الإجابة عن الجزء أ والإجابة عن سؤال 4 في تمرين 2 أ.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملخص

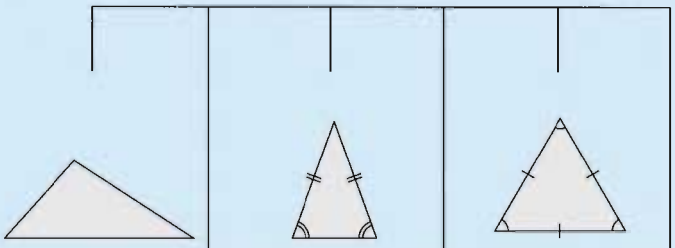
1- أقل عدد أضلاع لمضلع هو 3

2- (أ) **المثلث** هو سطح مستوى محدود بثلاثة أضلاع.



(ب) مجموع قياسات زوايا المثلث هو 180°.

(جـ) أنواع المثلث

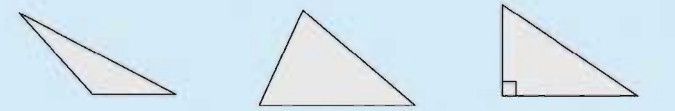


المثلث متساوي الأضلاع له ثلاثة أضلاع متساوية في الطول وثلاث زوايا متساوية في القياس وحيث أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180°

∴ قياس كل زاوية = 60°.

المثلث متساوي الساقين له ضلعان متساويان في الطول والزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متساويتان في القياس.

المثلث مختلف الأضلاع أطوال أضلاعه مختلفة في الطول وزواياه مختلفة في قياساتها.

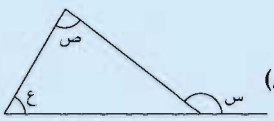


المثلث القائم له زاوية واحدة قياسها 90°.

المثلث حاد الزوايا قياسات كل من زواياه أقل من 90°.

المثلث منفرج الزاوية له زاوية واحدة قياسها أكبر من 90°.

(د) قياس **الزاوية الخارجة** للمثلث = مجموع قياسى **الزاويتين الداخلتين** عدا المجاورة لها.



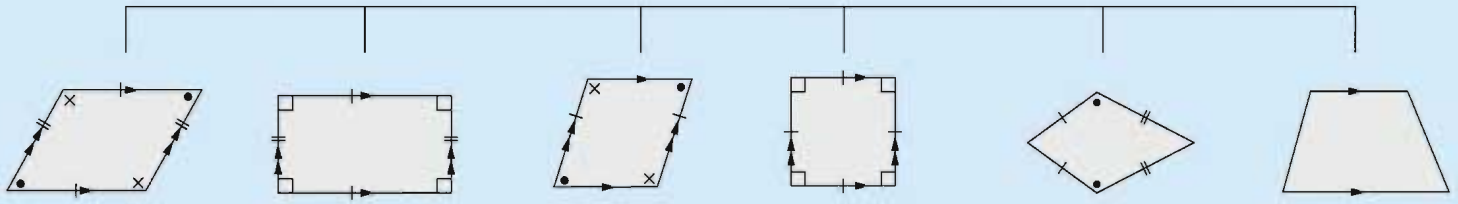
س = ص + ع (∠ خارجة عن Δ)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3- (أ) **الشكل الرباعي** هو سطح مستوى محدود بأربعة أضلاع.

(ب) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي هو 360°.

(جـ) بعض الأشكال الرباعية



شبه المنحرف له ضلعان متقابلان متوازيان.

الطائرة الورقية لها زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية في الطول وزوج واحد من الزوايا متساوية في القياس.

أحد قطريها ينصف بالقطر الآخر والقطران متعامدان.

المربع أضلاعه المتقابلة متوازية وجميع الأضلاع متساوية في الطول وكل زاوية من زواياه 90°

قطراه متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر والقطران ينصفان زوايا المربع وهما متعامدان.

المعين أضلاعه المتقابلة متوازية وجميع أضلاعه متساوية في الطول

والقطران ينصفان زوايا المعين والقطران ينصف كل منهما الآخر وهما متعامدان.

المستطيل كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان في الطول وقياس كل زاوية من زواياه 90°

قطراه متساويان في الطول وكل قطر يقسم المستطيل إلى مثلثين والقطران ينصف كل منهما الآخر.

متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان في الطول.

والزوايا المتقابلة متساوية في القياس والقطران ينصفان الشكل وينصف كل منهما الآخر.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

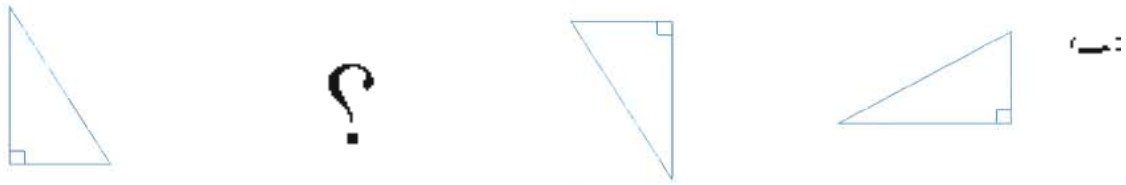
رياضيات ممتعة

أوجد الشكل المفقود

أ:

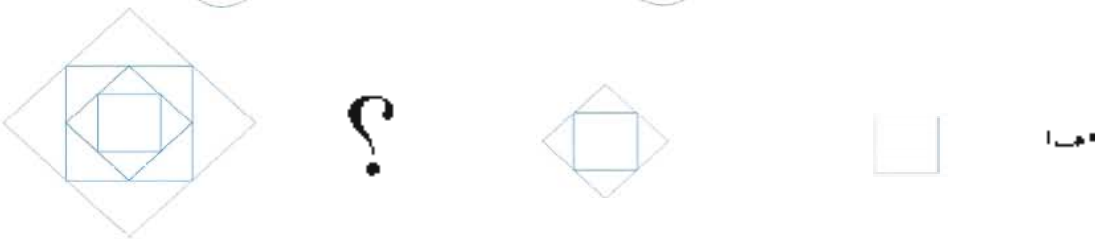
ب:

جـ:



د:

هـ:



و:

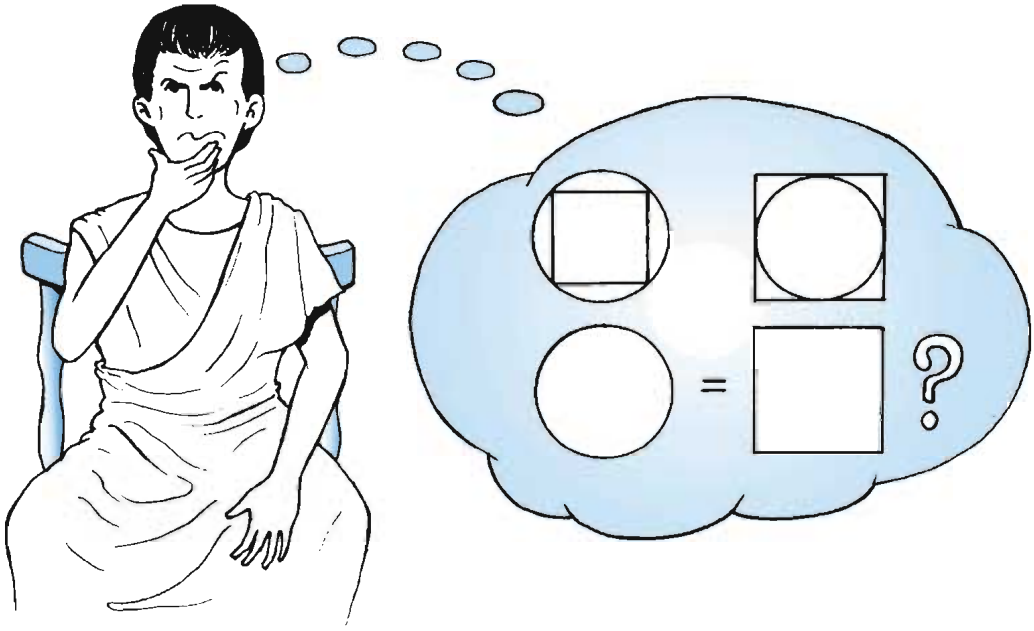
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

5

قياس الأشكال المستوية
Mensuration of Plane Figures

إن أول حرف من الكلمة اليونانية "بريفيريا Periphereia" والتي تعني "المحيط Periphery " ربما أوحى باستخدام الرمز "π" والذي يُنطق "باي" "pie". ونستخدم أحيانًا الآن الحرف "ط" بدلًا من "π" في اللغة العربية.

وبما أن قيمة π ليست مضبوطة، فإن الرياضيين الإغريق القدماء استغرقوا وقتًا طويلًا وجهدًا شاقًّا محاولين إيجاد مساحة الدائرة بإنشاء مربع له نفس المساحة - مهمة مستحيلة!



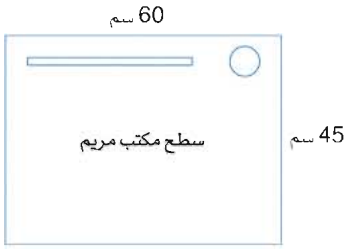
في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

- تحسب محيطي المربع والمستطيل.
- تحسب مساحة كل من المربع، والمستطيل، والمثلث، ومتوازي الأضلاع، وشبه المنحرف.
- تحسب محيط ومساحة الدائرة.
- تحول وحدة مربعة إلى وحدة مربعة أخرى.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1-5 المحيط Perimeter

لو أنك قست الطول حول سطح مكتبك فإنك تكون قد قست **محيط** سطح المكتب. إن كلمة "محيط" "Perimeter" جاءت من كلمتين يونانيتين "Peri" وتعني "المسافة حول"، "metreo" وتعني "أن تقيس".

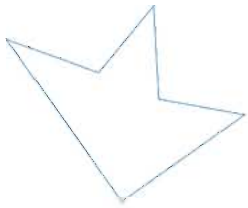


قاست مريم الطول حول سطح مكتبها فوجدت القياسات المبينة.

∴ الطول حول سطح مكتب مريم هو: 60 سم + 45 سم + 60 سم + 45 سم

وعليه فإن المحيط = 60 سم + 45 سم + 60 سم + 45 سم

= 210 سم

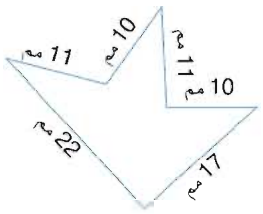


لنفرض أننا حددنا الخط الخارجي للشكل جهة اليمين باللون الأزرق،

∴ المسافة التي سيتحركها سن القلم تساوي محيط الشكل.

محيط الشكل هي المسافة حول الحرف الخارجي للشكل.

لكي توجد المسافة التي يتحركها سن قلم، فإننا نحتاج معرفة طول كل ضلع من الشكل.



إذا قسنا طول كل ضلع نستطيع عنونة الشكل كما هو مبين.

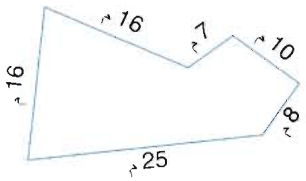
المحيط سوف يكون مجموع أطوال الأضلاع التي تكون الشكل.

∴ المحيط = (22 + 11 + 10 + 11 + 17) م = 81 م

لإيجاد محيط أي شكل، اجمع أطوال أضلاع الشكل.

مثال 1:

أوجد محيط الشكل المقابل.



الحل

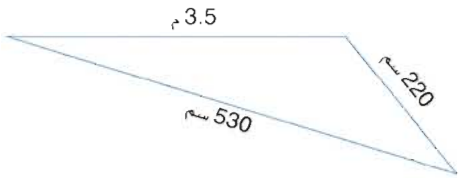
المحيط = (16 + 16 + 7 + 10 + 8 + 25) م

= 82 م

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 2:

أوجد محيط الشكل المقابل.



الحل

يوجد طولان بالسنتيمترات (530 سم، 220 سم) ولكن الطول الثالث بالأمتار (3.5 متر) ولذلك علينا تحويل الطول بالمتر إلى الوحدة الأصغر، سنتيمترات.

× 100

3.5م = 3.5 × 100 سم

= 350 سم

∴ المحيط = (350 + 220 + 530) سم

= 1100 سم

ملحوظة

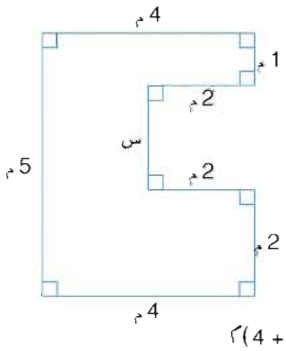
يجب أن تكون جميع الأطوال من نفس الوحدة.

× 100

1م = 100 سم

مثال 3:

أوجد محيط الشكل المقابل:



الحل

نحسب أولًا الطول المجهول س

س = (5 – 1 – 2) م

= 2 م

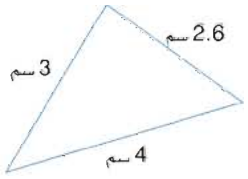
∴ المحيط = (5 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 4) م

= 22 م.

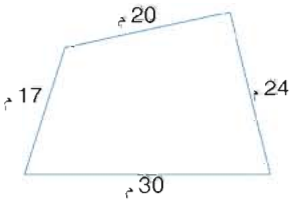
تمرين 5-أ

1- أوجد محيط كل من الأشكال الآتية:

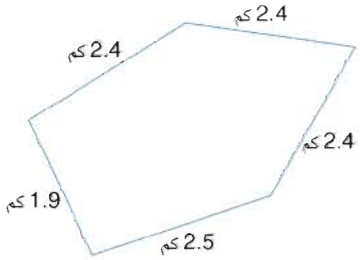
(أ)



(ب)



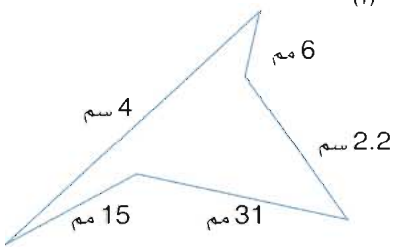
(جـ)



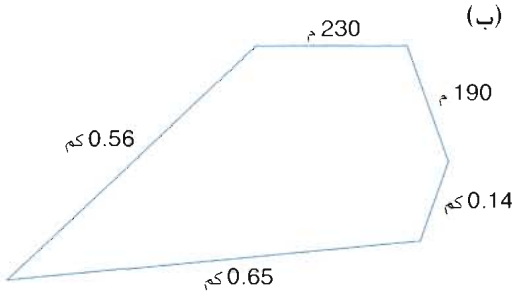
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2- أوجد محيط كل من الشكلين التاليين:

(أ)



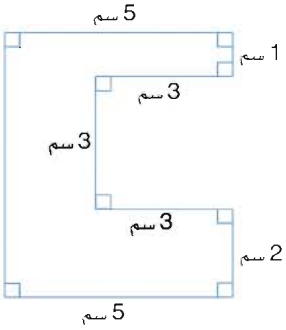
(ب)



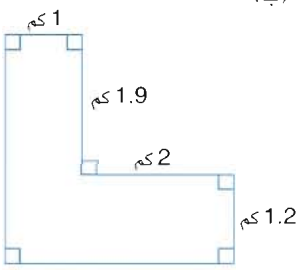
3- لم يرسم الشكلين التالين بمقياس رسم. أوجد محيطاتها.

(إرشاد: أوجد الأطوال المجهولة أولًا)

(أ)

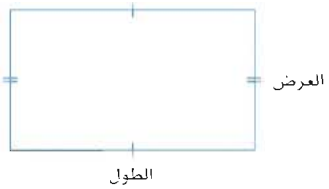


(ب)



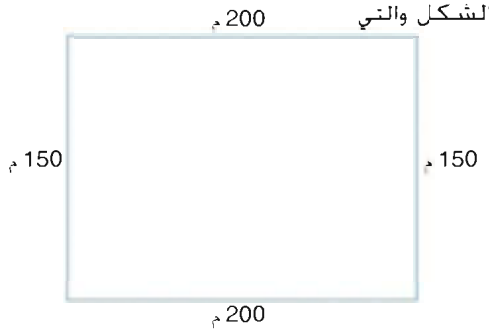
2-5 محيطا المستطيل والمربع Perimeters of Rectangles and Squares

الضلع الأطول للمستطيل يسمى **طول** المستطيل والأقصر يسمى **عرض** المستطيل، إلا أنه في حالة الحائط الرأسي فإن الطول الأفقي للحائط يسمى عرض الحائط حتى لو كان أطول من ارتفاع الحائط .



مثال 1

أوجد محيط قطعة أرض مستطيلة الشكل والتي بعداها (الطول، العرض) 200 م، 150 م.



الحل

المحيط

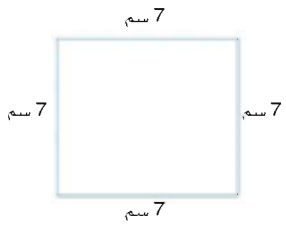
= (200 + 200 + 150 + 150) م

= 700 م

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 5:

أوجد محيط المربع الذي طول ضلعه 7 سم.



الحل

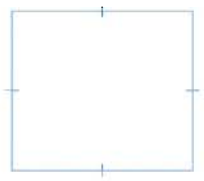
المحيط = (7 + 7 + 7 + 7) سم

= 4 × 7 سم

= 28 سم

مثال 6:

أوجد طول ضلع المربع الذي محيطه 20 سم.



الحل

طول ضلع المربع = $\frac{20}{4}$ سم

= 5 سم

مثال 7:

أوجد عرض المستطيل الذي محيطه 24 سم وطوله 7 سم.

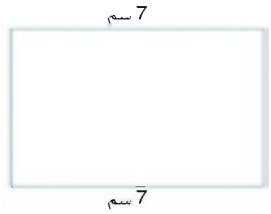
الحل

العرض = $\frac{24 - 2 \times 7}{2}$ سم

= $\frac{24 - 14}{2}$ سم

= $\frac{10}{2}$ سم

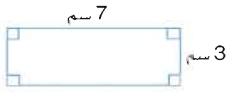
= 5 سم



تمرين 5-ب

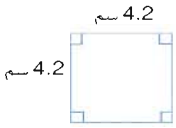
1- أوجد محيط كل من الأشكال الآتية:

(أ)

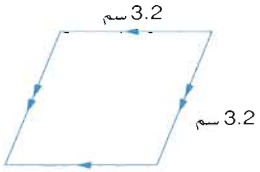


(ب)

(جـ)



(د)



2- أوجد محيط:

(أ) مربع طول ضلعه 10 سم.

(ب) مربع طول ضلعه 6.3 سم.

(جـ) مربع طول ضلعه 8.5 سم.

(د) المستطيل الذى طوله 10 سم وعرضه 8 سم.

(هـ) مستطيل طوله 15 سم وعرضه 9 سم.

(و) مستطيل طوله 18.9 سم وعرضه 15.7 سم.

3- أوجد طول ضلع مربع محيطه:

(أ) 24 سم (ب) 32 سم

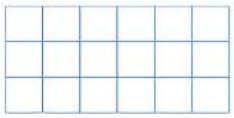
4- أوجد عرض مستطيل محيطه 24 سم، وطوله 8 سم.

5- أوجد طول مستطيل محيطه 16.6 سم وعرضه 3.1 سم.

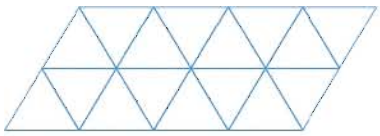
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-5 المساحة Area

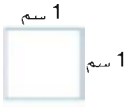
يستخدم قياس **مساحة سطح** لإيجاد كمية الفراغ ضمن حدود شكل مستو مثل مساحة قطعة أرض محاطة بسور، أو مساحة سطح منضدة محاطة بأحرفها.... إلخ، إذن لقياس المساحة نستخدم شكلًا أساسيًّا (كوحدة) معلوم مساحته ثم نحسب عدد هذه الأشكال الأساسية التي تكون الشكل الأكبر. فمثلًا مساحة المستطيل باستخدام المربع كوحدة للقياس تساوي 18 مربعًا.



مساحة متوازي الأضلاع باستخدام المثلث كوحدة قياس تساوي 16 مثلثًا.



إلا أنه في كل من المثالين السابقين، لا يعتبر القياس دقيقًا لأننا لا نعرف على وجه الدقة مساحة المربع أو المثلث، ولذلك فنحن نحتاج وحدة قياس لها مساحة معينة. نستطيع استعمال مربع طول ضلعه 1 سم.



هذا مربع طول ضلعه 1 سم
ومساحته 1 سم^2
(1 سم مربع)

يوجد **وحدات** مختلفة لقياس المساحة في النظام المتري.

(أ) **المليمتر المربع** مساحته حوالي مساحة سن قلم.

1 مم^2 (1 ملليمتر مربع)

(ب) **السنتيمتر المربع** يساوي تقريبًا مساحة ظفر الإصبع.

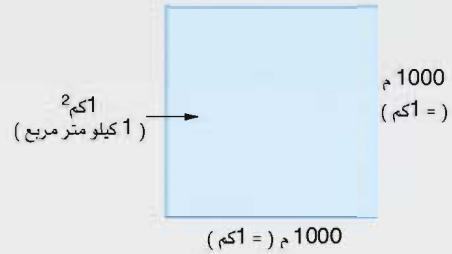
1 سم^2 (1 سنتيمتر مربع)

(جـ) **المتر المربع** يساوي تقريبًا مساحة سقف سيارة صغيرة.

1م^2 (1 متر مربع)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

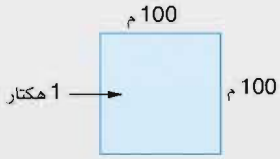
(د) الكيلو متر المربع



(هـ) الهكتار هو أحد وحدات قياس الأراضي وتساوي مساحة مربع طول ضلعه 100م

1 هكتار = 100م × 100م

= 10000م²



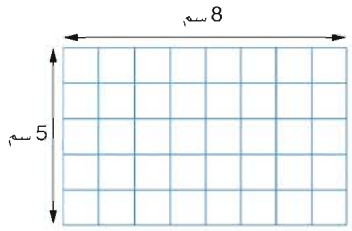
ملحوظة

فمثلًا يمكن قياس مساحة ملكية مزارع باستخدام الهكتار

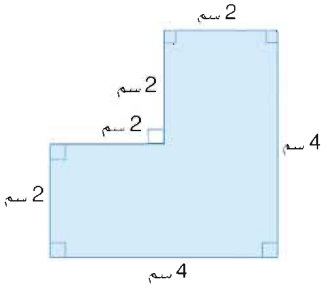
مثال 6

أوجد مساحة كل مما يأتي.

(أ)



(ب)



الحل

(أ) مساحة كل مربع صغير تساوي 1 سم². يوجد 5 صفوف في كل منها 8 مربعات.

∴ مساحة المستطيل = 8 × 5

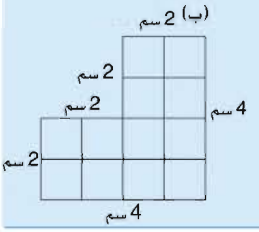
= 40 سم²

(ب) أطوال أضلاع الشكل معطاة وعلى ذلك فيمكن رسم مربعات صغيرة داخل الشكل، وبحساب عدد المربعات التي طول ضلع كل منها 1 سم نجد أن المساحة هي 12 سم².

ملاحظة

(أ) يوجد 40 مربعًا صغيرًا.

(ب)

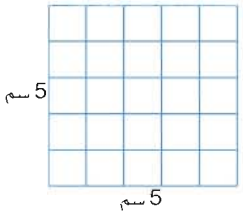


جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

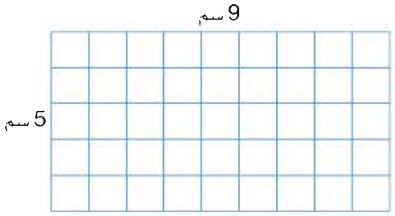
تمرين 5-جـ

1- أوجد مساحة كل مما يأتي:

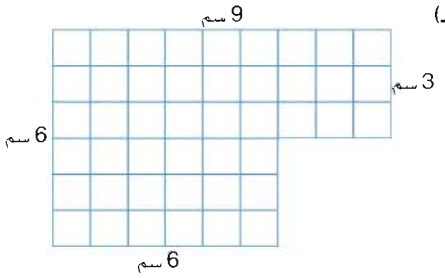
(أ)



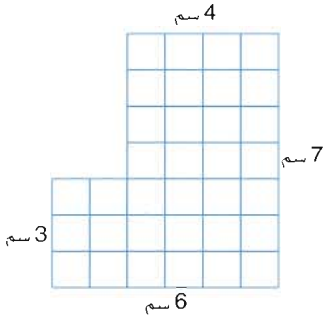
(ب)



(جـ)

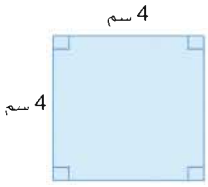


(د)

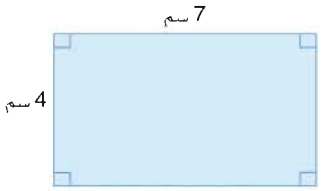


2- أوجد مساحة كل مما يأتي:

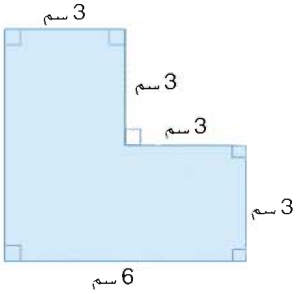
(أ)



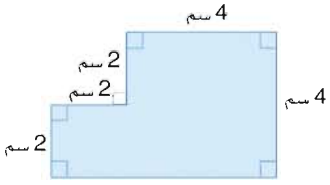
(ب)



(جـ)



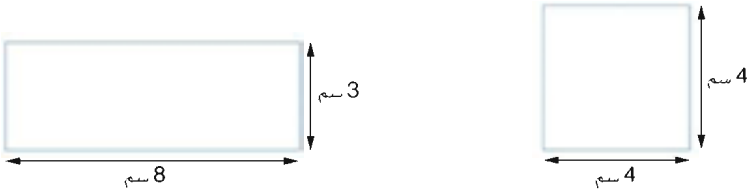
(د)



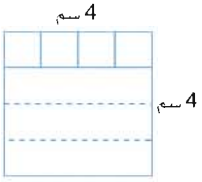
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1-3-5 مساحتا المربع والمستطيل
Area of Squares and Rectangles

لنفرض أن لدينا المربع والمستطيل الآتيان:



رأينا أنه بتقسيم الشكلين أعلاه إلى مربعات طول ضلع كل منها 1 سم نستطيع حساب مساحة كل شكل. يوجد في المربع 4 مربعات مساحة كل منها 1 سم^2 في كل صف، ويوجد 4 صفوف. فإذا ضربنا عدد المربعات في كل صف × عدد الصفوف نجد أن:



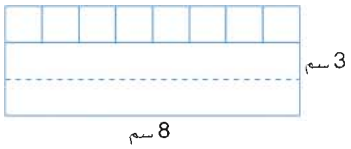
المساحة = 4 × 4 سم^2

= 16 سم^2

في المستطيل: يوجد 8 مربعات في كل صف، مساحة كل منها 1 سم^2، ويوجد ثلاثة صفوف. فإذا ضربنا عدد المربعات في الصف الواحد × عدد الصفوف نجد أن:

المساحة = 3 × 8 سم^2

= 24 سم^2



في كلتا الحالتين السابقتين، يناظر عدد المربعات في الصف طول ضلع المربع أو طول المستطيل. يمكننا إذن ضرب طول المستطيل في العرض للحصول على المساحة. وبالمثل إذا ضربنا طول ضلع المربع × نفسه نحصل على مساحة المربع.

وبصفة عامة فإن مساحة المستطيل تساوي طوله (ل) × عرضه (ض) ويعبر عنها بالوحدات المربعة.

مساحة المستطيل = ل × ض

حيث ل، ض لهما نفس الوحدات

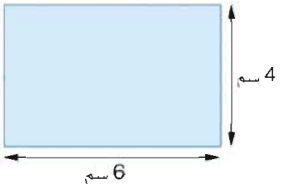
مساحة المربع = ل × ل

حيث ل طول ضلع المربع.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 9:

أوجد مساحة المستطيل المقابل.



الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض

= 6 سم × 4 سم

= 24 سم^2

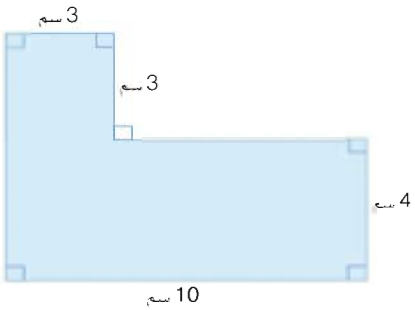
ملحوظة

تأكد من إجابتك بعدّ المربعات (24 مربعًا).

مثال 10:

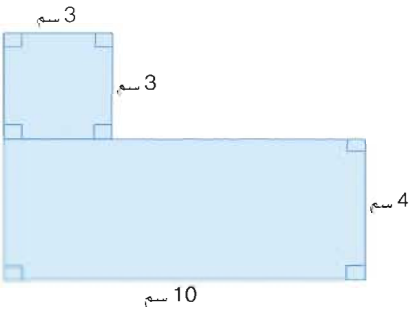
(أ) أوجد مساحة الشكل المقابل.

(ب) طُلب من أحد العمال إيجاد مساحة حديقة عقار. وجد أن العقار مستطيل الشكل طوله 120 م وعرضه 70 م، ثم قاس طول وعرض أرضية البيت فوجد أنها على شكل مربع طول ضلعه 40 م. ما مساحة الحديقة؟



الحل

(أ) نستطيع إيجاد مساحة الشكل بتقسيمه إلى مربع ومستطيل، ثم نوجد مساحة كل منهما، ونجمع المساحتين، فنحصل على مساحة الشكل كله.



مساحة المربع = الطول × الطول

= 3 سم × 3 سم

= 9 سم^2

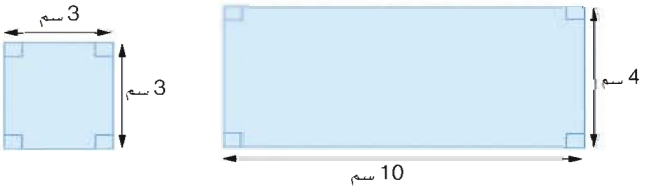
مساحة المستطيل = الطول × العرض

= 10 سم × 4 سم

= 40 سم^2

المساحة الكلية للشكل = 9 سم^2 + 40 سم^2

= 49 سم^2



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

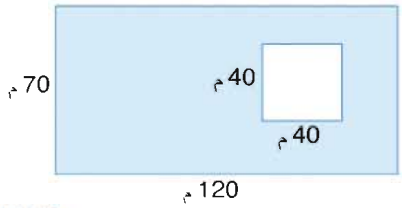
(ب) أرض العقار عبارة عن مستطيل، والمنزل مقام داخلها على مربع كما هو مبين بالشكل، والمساحة المطلوبة هي المساحة المظللة.

∴ مساحة الحديقة = مساحة المستطيل - مساحة المربع

= (120م× 70م) - (40م × 40م)

= 8400م^2 - 1600م^2

= 6800م^2



مثال 11:

مستطيل مساحته 20سم^2 وعرضه 4سم. احسب طوله.

الحل

طول المستطيل = $\frac{\text{مساحته}}{\text{العرض}}$

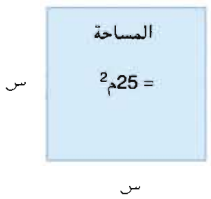
= $\frac{20}{4}$ سم

= 5 سم

مثال 12:

قاعة على شكل مربع مساحته 25م^2. أوجد طول ضلع المربع.

الحل



طول ضلع المربع = $\sqrt{25}$ م^2

= 5 م

∴ طول القاعة = 5 م.

تمرين 5-د

1- أكمل الجدول الآتي:

	طول الضلع	مساحة المربع
(أ)	7 م	
(ب)	3.5م	
(جـ)		64م^2
(د)		144سم^2

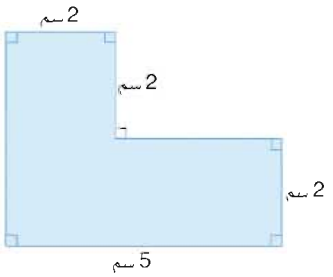
2- أكمل الجدول الآتي:

	الطول	العرض	مساحة المستطيل
(أ)	13 سم	11 سم	
(ب)	2.3 سم	1.4سم	
(جـ)		7 سم	84سم^2
(د)	8م		48م^2
(هـ)	5 سم		18سم^2
(و)		1.2م	2.88 م^2

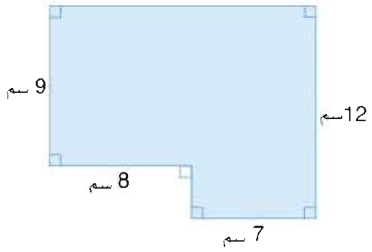
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

3- أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية:

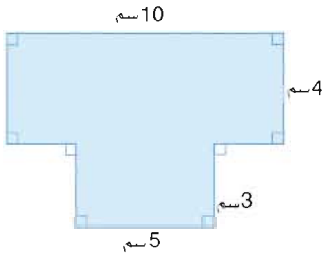
(أ)



(ب)



(جـ)



4- يمتلك نادي التنس الجنوبي قطعة أرض سوف يتم بناء ملعبي تنس عليها. إذا كانت قطعة الأرض على شكل مستطيل بعداه 80م، 22م وكل ملعب تنس بعداه 28م، 12م فأوجد:

(أ) المساحة التي يشغلها الملعبان.

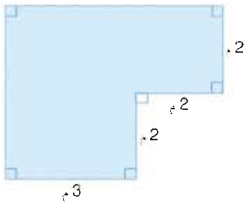
(ب) المساحة التي لا يشغلها الملعبان.

5- أبعاد حديقة مدرسة 10م، 12م. أقيم ممر حولها عرضه متر واحد. أوجد مساحة الممر.

6- قطعة من الورق على شكل مربع مساحته 64سم^2. فُصل منه جزء على طول الأحرف الأربعة بعرض 1سم. أوجد مساحة الجزء الباقي من قطعة الورق.

7- (أ) أوجد بالمتر المربع ، مساحة الأرضية الممثلة بالشكل أدناه.

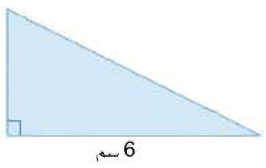
(ب) كم بلاطة على شكل مربع بعداه 50سم × 50 سم نحتاجها لتغطية هذه الأرضية؟



2-3-5 مساحة المثلث

Area of Triangles

تأمل المثلث قائم الزاوية في الشكل المقابل. إذا قسمناه إلى مربعات 1سم^2. فإنك تجد صعوبة في حساب عدد المربعات بدقة، إلا أنه يسهل رؤية أن المثلث القائم الزاوية يكون نصف المستطيل بالضبط، وعلى ذلك فمساحة المثلث القائم تساوي نصف مساحة المستطيل.



مساحة المستطيل = ل × ض

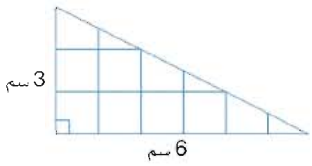
= 6سم × 3 سم

= 18سم^2

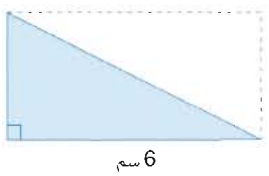
∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × مساحة المستطيل

= $\frac{1}{2}$ × 18سم^2

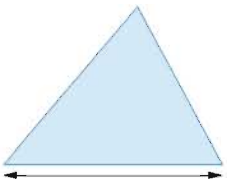
= 9 سم^2

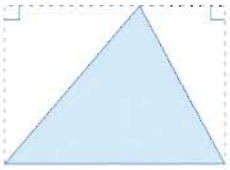


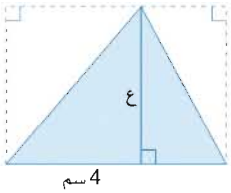
وتأمل الآن أي مثلث آخر مثل المبين أدناه. بالمثل، لا يعطي تقسيمه إلى مربعات قيمة دقيقة لمساحته. إلا أنه عند إكمال الشكل المثلث للحصول على مستطيل كما هو مبين. نستطيع المقارنة بين مساحتي المثلث والمستطيل.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا


4 سم

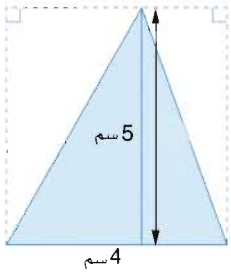

4 سم



تكون رؤية العلاقة أسهل عند تقسيم المثلث إلى مثلثين قائمي الزاوية (برسم عمود من رأس المثلث إلى الضلع المقابل لهذا الرأس). يسمى هذا العمود **ارتفاع** المثلث (ع). يعطينا رسم هذا العمود مثلثين قائمي الزاوية، ونلاحظ أن كل مثلث يساوي نصف مساحة المستطيل الناشئ عنه.

∴ المساحة الكلية للمثلث تساوي نصف مساحة المستطيل الكلية.

والآن لحساب مساحة المستطيل نحتاج معرفة ارتفاع المثلث والذي هو في الحقيقة الضلع الرأسي للمستطيل. فإذا كان الارتفاع هو 5 سم :



مساحة المستطيل = 5 سم × 4 سم

= 20 سم^2

∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × مساحة المستطيل

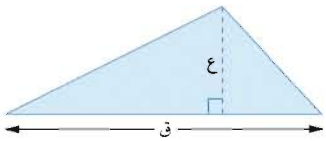
= $\frac{1}{2}$ × 20 سم^2

= 10 سم^2

∴ **مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × مساحة المستطيل**

= $\frac{1}{2}$ × **الطول × عرض المستطيل.**

= $\frac{1}{2}$ × **القاعدة × الارتفاع**



وعمومًا: **مساحة المثلث** = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع، ويعبر عنها بوحدات مربعة.

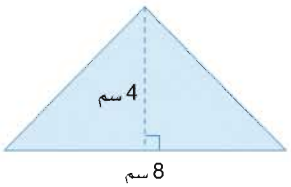
مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ق × ع

حيث ق، ع لهما نفس الوحدات.

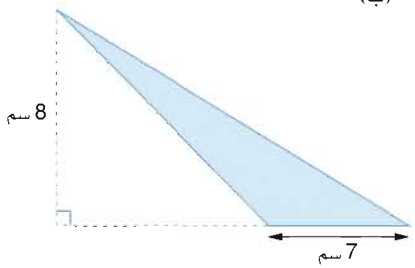
مثال 13:

أوجد مساحة كل من الآتي:

(أ)



(ب)



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

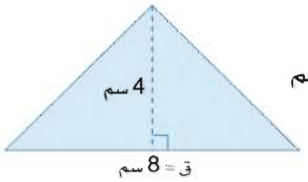
الحل

(أ) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ق × ع

= $\frac{1}{2}$ × 8سم × 4سم

= $\frac{1}{2}$ × 32سم^2

= 16سم^2

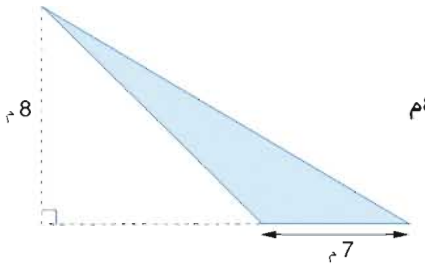


(ب) المساحة = $\frac{1}{2}$ × ق × ع

= $\frac{1}{2}$ × 7 م × 8م

= $\frac{1}{2}$ × 56م^2

= 28م^2

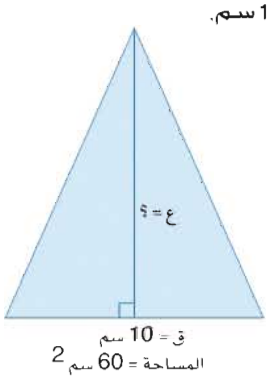


ملحوظة

ارتفاع أي مثلث هو المسافة العمودية بين القاعدة (مستوى القاعدة) إلى الرأس المقابل لهذه القاعدة. في الحالة (ب) يقع الارتفاع خارج المثلث.

مثال 14:

أوجد ارتفاع مثلث مساحته 60سم^2 وطول قاعدته 10 سم.



الحل

ارتفاع Δ = $\frac{\text{المساحة} \times 2}{\text{طول القاعدة}}$

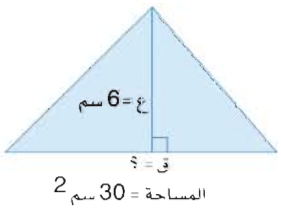
= $\frac{60 \times 2}{10}$ سم

= 12سم

مثال 15:

مثلث مساحته 30سم^2 وارتفاعه 6سم. احسب طول قاعدته:

الحل



طول قاعدة Δ = $\frac{\text{المساحة} \times 2}{\text{الارتفاع}}$

= $\frac{30 \times 2}{6}$ سم

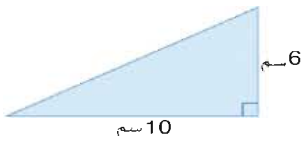
= 10 سم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

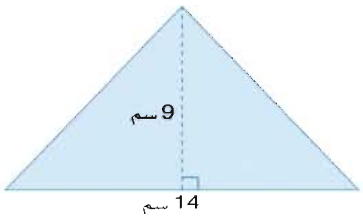
تمرين 5-هـ

1- أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

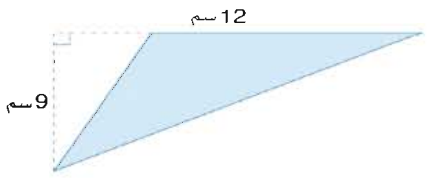
(أ)



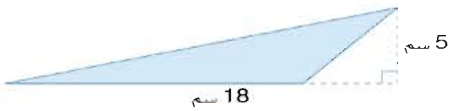
(ب)



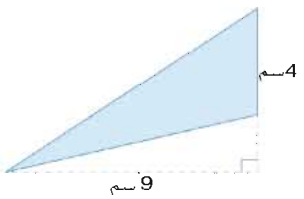
(جـ)



(د)

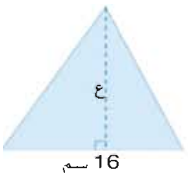


(هـ)



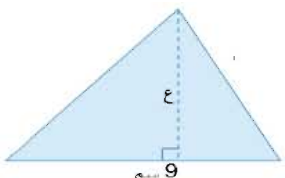
2- أوجد الارتفاع (ع) أو طول القاعدة (ق) في كل مما يأتي:

(أ)



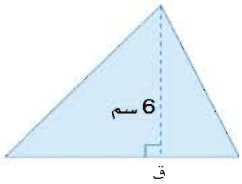
المساحة = 80 سم²

(ب)



المساحة = 27 سم²

(جـ)



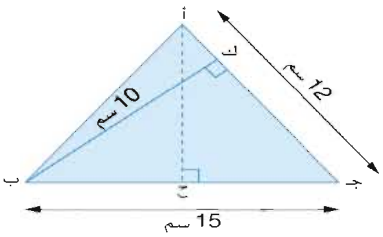
المساحة = 21 سم²

3- في الشكل، ب ك = 10سم، أحـ = 12سم.

ب حـ = 15سم:

(أ) أوجد مساحة Δ أ ب حـ.

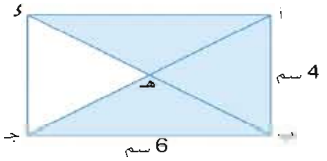
(ب) ثم احسب الارتفاع أ ع.



4- أ ب حـ ء مستطيل. تقاطع قطراه $\overline{أحـ}$ ، $\overline{ب ء}$ في هـ.

إذا كان أب = 4سم، ب حـ = 6سم. أوجد مساحة:

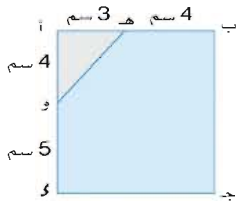
(أ) المثلث أ ب حـ (ب) المثلث أ ء هـ.



5- أ ب حـ ء مستطيل. احسب:

(أ) مساحة Δ أ هـ و

(ب) مساحة المنطقة المظللة هـ ب حـ ء و.

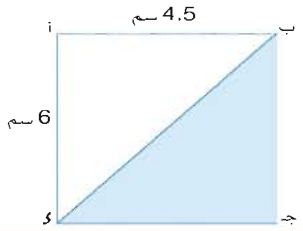


6- أ ب حـ ء مستطيل. فيه أب = 4.5سم، أء = 6سم.

احسب:

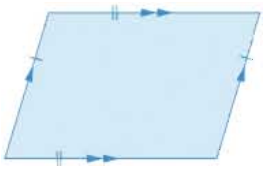
(أ) محيط المستطيل.

(ب) مساحة Δ ب حـ ء.



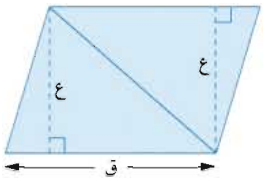
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-3-5 مساحة متوازي الأضلاع Area of Parallelograms



لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع، فإنه من الأسهل أن تربط بين مساحته ومساحة المثلث. ولعمل ذلك نرسم قطرًا يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين (متساويين في المساحة).

لاحظ أن ارتفاع (ع) وقاعدة متوازي الأضلاع (ق) هما أيضًا ارتفاع وقاعدة كل من المثلثين الناشئين. وعلى ذلك:



مساحة متوازي الأضلاع = مجموع مساحتي مثلثين متساويين في المساحة.

= 2 × مساحة مثلث

= 2 × $\frac{1}{2}$ × ق × ع

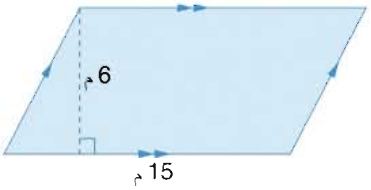
= ق × ع

مساحة متوازي الأضلاع = ق × ع

حيث ق، ع لهما نفس الوحدات

مثال 16:

أوجد مساحة متوازي الأضلاع المبين.



الحل

مساحة متوازي الأضلاع = ق × ع

= 15 × 6

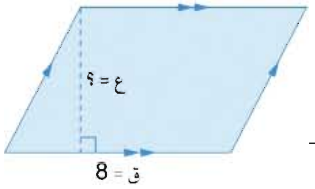
= 90 م^2

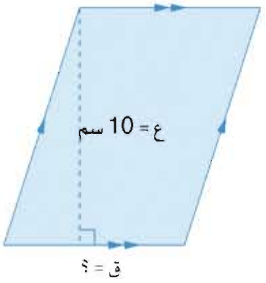
مثال 17:

إذا كانت مساحة متوازي أضلاع 48 سم^2. فاحسب:

(أ) ارتفاعه إذا كانت قاعدته 8 سم.

(ب) قاعدته إذا كان ارتفاعه 10 سم.





الحل

(أ) ارتفاع متوازي الأضلاع ع = $\frac{\text{المساحة}}{\text{القاعدة}}$

= $\frac{48}{8}$ سم

= 6 سم

(ب) القاعدة = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الارتفاع}}$

= $\frac{48}{10}$ سم

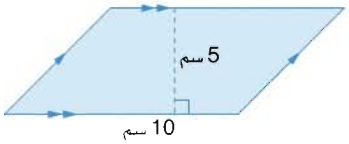
= 4.8 سم.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

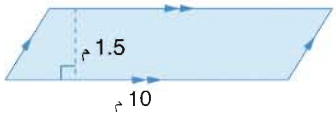
تمرين 5-و

1- أوجد مساحة كل متوازي أضلاع فيما يلي:

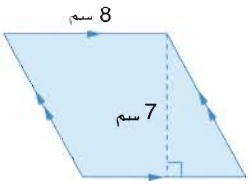
(أ)



(ب)



(جـ)



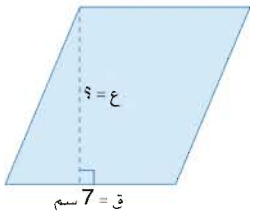
2- إذا كانت مساحة متوازي أضلاع 96سم^2. فاحسب:

(أ) ارتفاعه إذا كان طول قاعدته 8سم.

(ب) طول قاعدته إذا كان ارتفاعه 6سم.

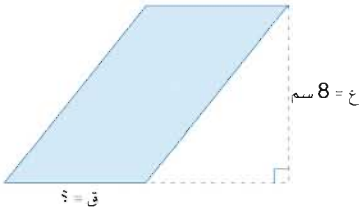
3- أوجد الارتفاع (ع) أو طول القاعدة (ق) المفقود لكل متوازي أضلاع فيما يلي:

(أ)



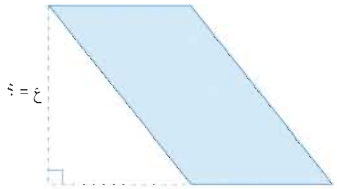
المساحة = 56 سم^2

(ب)



المساحة = 24 كم^2

(جـ)



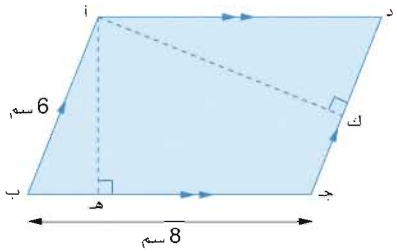
المساحة = 60 سم^2

4- متوازي الأضلاع أ ب جـ د. فيه أب = 6سم.

ب جـ = 8سم. أ هـ = 4سم:

(أ) احسب مساحة متوازي الأضلاع.

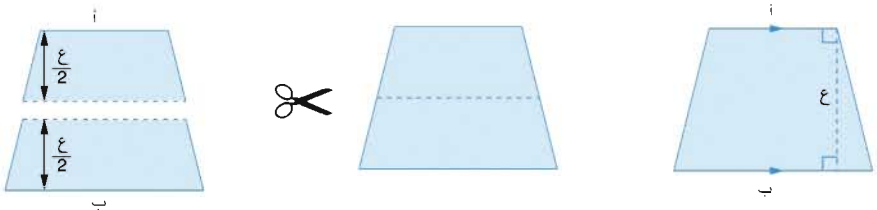
(ب) أوجد الارتفاع أ ك.



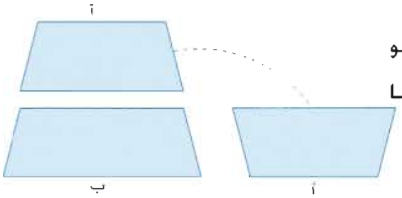
4-3-5 مساحة شبه المنحرف

Area of Trapeziums

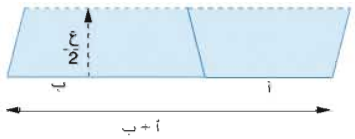
تامل شبه المنحرف المبين فيما يلي. لحساب مساحته نقطعه إلى نصفين أفقيًّا كما يلي:



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



ارتفاع كل شبه **منحرف ناشئ** هو $\frac{ع}{2}$. يُدار شبه المنحرف العلوي كما هو مبين جهة اليسار.

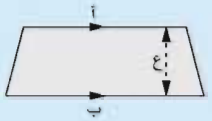


ينتج عن ذلك تكون متوازي أضلاع.

وقد رأينا أن مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع.

إذن مساحة متوازي الأضلاع السابق تساوي $(ا + ب) \times \frac{ع}{2}$.

مساحة شبه المنحرف



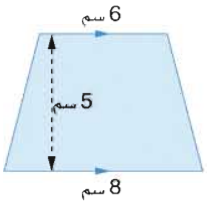
= $\frac{1}{2}$ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع.

= $\frac{1}{2}(ا + ب)ع$

حيث أ ، ب لهما نفس الوحدات.

مثال 18:

أوجد مساحة شبه المنحرف المقابل.



الحل

المساحة = $\frac{1}{2}(ا + ب)ع$

$= \frac{1}{2}(8 + 6) \times 5$

$= \frac{1}{2} \times 14 \times 5$

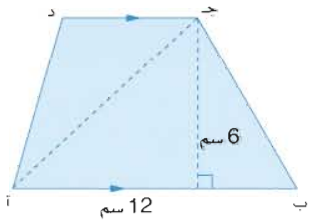
$= 35$ سم^2

ملحوظة

ا = 6 سم، ب = 8 سم، ع = 5 سم

مثال 19:

شبه منحرف مساحته 60سم^2 وارتفاعه 6سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 12سم. احسب طول القاعدة الأخرى:



الحل

مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 6$ سم^2

$= 36$ سم^2

∴ مساحة Δ ا حـ د

= مساحة شبه المنحرف − مساحة Δ ا ب حـ

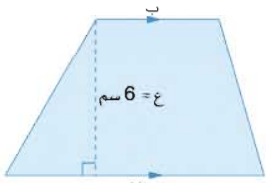
$= 60 - 36 = 24$ سم^2

∴ طول قاعدة Δ ا حـ د = $\frac{2 \times \text{مساحة } \Delta \text{ ا د حـ}}{\text{الارتفاع}}$

$= \frac{24 \times 2}{6}$

$= 8$ سم

الطريقة الجبرية



مساحة شبه المنحرف = 60 سم^2

$\frac{1}{2}(ا + ب)ع = 60$

$\frac{1}{2}(12 + ب) \times 6 = 60$

$(12 + ب) \times 6 = 60 \times 2$

$12 + ب = \frac{60 \times 2}{6}$

$= 20$

∴ ب = 20 − 12

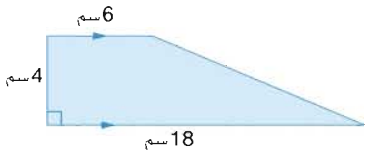
= 8 سم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

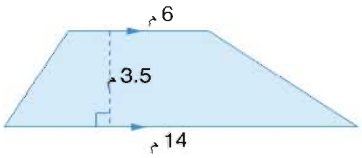
تمرين 5-ز

1- أوجد مساحة كل شبه منحرف مما يلي:

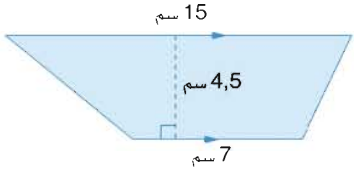
(أ)



(ب)



(جـ)



2- مساحة شبه منحرف 60سم^2. احسب ارتفاعه إذا كان مجموع طولي قاعدتيه المتوازيتين يساوي:

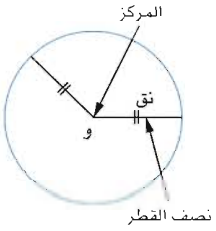
(أ) 10 سم (ب) 15 سم

3- مساحة شبه منحرف 80سم^2. احسب طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين إذا كان:

(أ) ارتفاعه 8سم. وطول إحدى القاعدتين المتوازيتين 6سم،

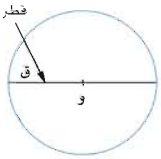
(ب) ارتفاعه 10سم. وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 12سم.

4-5 الدوائر Circles



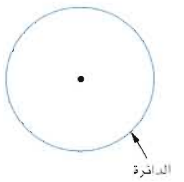
الدائرة هي جزء من سطح مستوي محدود بمجموعة من النقط تقع على أبعاد متساوية من نقطة ثابتة . تسمى **المركز** (يرمز له بالرمز (و) في الشكل). والقطعة المستقيمة (المسافة الثابتة) المرسومة من المركز إلى أي نقطة على الدائرة تسمى **نصف قطر الدائرة** وطولها هو طول نصف قطر الدائرة ويرمز له بالرمز "نق".

والقطعة المستقيمة التي ترسم من نقطة على الدائرة إلى نقطة أخرى على الدائرة والتي تمر بالمركز تسمى **قطر الدائرة**. وطول قطر الدائرة يساوي ضعف طول نصف قطرها.



1-4-5 محيط الدائرة Circumference of a Circle

طول الخط المنحنى للدائرة يسمى **محيط الدائرة**.



لدراسة العلاقة بين محيط الدائرة وطول قطرها باستخدام لوحة جيوميتر Geometer's Sketchpad

(أ) مستخدمًا لوحة جيوميتر (GSP) :

خطوات العمل

1 لتصل للبرنامج انقر أيقونه GSP مرتين على سطح المكتب (الشاشة) .

2 انقر على Compass tool, وانقر على الشاشة ثم اجذب لترسم دائرة (تلاحظ أنه سيظهر نقطتان إحداهما (ولتكن A) عند المركز والأخرى (ولتكن B) على الدائرة.

3 باستعمال "Selection Arrow Tool" انقر مرتين عند مركز الدائرة (لتعيين مركز الدوران).

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملحوظة

يتم هذا النشاط ببرنامج الهندسة الديناميكية من الحاسوب أو مباشرة باستخدام شريط.
لوحة جيومتر (GSP) هي أداة تكنولوجيا المعلومات للإنشاءات الهندسية.

وفيما يلي دليل سريع للأدوات الأساسية في (GSP)

Selection Arrow tool
لاختيار النقطة أو المستقيم

Point tool
لرسم نقطة

Compass tool
لرسم دائرة

Straightedge tool
لرسم خط مستقيم

Text Tool
لكتابة رمز النقطة، الخط المستقيم

4 بعد ذلك انقر النقطة الواقعة على الدائرة ثم انقر على "Transform on the Menu Bar" ثم اختر Rotate لدوران 180°. النقطة B` (يرمز لها بعد ذلك) سوف تشاهد على محيط الدائرة أمام B .

5 باستخدام "Text Tool" ضع الحروف A، B، B` .

6 باستخدام "Straightedge tool" ارسم قطعة مستقيمة من B إلى B` لتمثل قطر الدائرة.

7 باستخدام "Selection Arrow tool" وضح محيط الدائرة، انقر "Measure on the Menu Bar" واختر محيط الدائرة (التي تظهر على الشكل =AB ٠) .

8 باستخدام "Selection Arrow tool" وضح القطر B` B انقر "Measure on the Menu Bar" واختر Length (والذي سيظهر كما. =(m $\overline{B`B}$

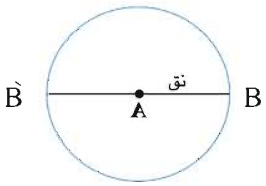
9 باستخدام "Selection Arrow tool" انقر على "Measure on the Menu Bar" واختر الحساب (سيظهر صورة آلة حاسبة).

10 انقر على محيط الدائرة AB ٠ (على الشاشة)، / (على الحاسبة)، = $m\overline{B`B}$ على الشاشة، OK (على الحاسبة) بالترتيب

($\frac{\text{محيط الدائرة AB ٠}}{(mB`B)}$ = 3.14 سوف يظهر).

11 اجذب المركز لتغير حجم الدائرة. ماذا تلاحظ عن العلاقة بين طول محيط الدائرة وطول قطرها على الشاشة؟

هل $\frac{\text{محيط الدائرة AB ٠}}{(mB`B)}$ يظل ثابتًا؟



(ب) لإيجاد العلاقة بين محيط الدائرة وطول قطرها باستخدام شريط

استخدم شريطًا لإيجاد محيط عجلة دراجة، وطول قطرها، ثم أوجد خارج قسمة المحيط على طول القطر. كرر ذلك على أجسام أخرى مستديرة وسجل النتائج في جدول كالآتي:

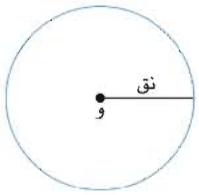
الجسم	المحيط	طول القطر	$\frac{\text{المحيط}}{\text{طول القطر}}$
العجلة			
غطاء			
عملة معدنية فئة 100 درهم.			

معظم إجاباتك ستعطى النتيجة $\frac{\text{المحيط}}{\text{طول القطر}}$ = 3 تقريبًا. وإذا أخذت متوسط نتائجك مع نتائج زملائك في الفصل فإن هذه القيمة تقترب جدًّا من 3.14 ونقول أن:

$\frac{\text{محيط أي دائرة}}{\text{طول القطر}}$ = مقدارًا ثابتًا لجميع الدوائر.

وهذا المقدار الثابت له رمز خاص هو الرمز "ط" أو الرمز الإغريقي π والذي يقرأ "باى"، وهو عدد غير نسبي وغالبًا ما نقرب القيمة π إلى 3.14 أو $\frac{22}{7}$. ونستخدم هذه القيم لتسهيل العمليات الحسابية، وهذا لا يعني أن π تساوي بالضبط هذه القيمة أو تلك.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



وبما أن $\pi = \frac{\text{المحيط}}{\text{طول القطر}(2\text{نق})}$

$\therefore$ المحيط = π × طول القطر = π × 2نق = π 2 نق

محيط الدائرة = π × 2 × نق

واختصارًا محيط الدائرة = π 2 نق

ح = π 2 نق

مثال 20:

احسب محيط الدائرة التي طول نصف قطرها 5 سم (π = 3.14).

الحل

المحيط = π 2 نق = 2 × 3.14 × 5 = 31.4 سم

مثال 21:

أوجد طول نصف قطر دائرة محيطها 22 سم ($\pi = \frac{22}{7}$).

الحل

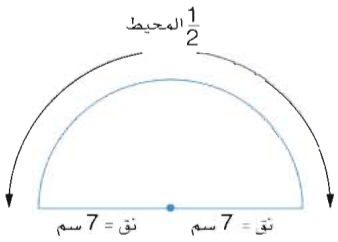
$$\text{نق} = \frac{\text{المحيط}}{\pi 2}$$

$$= \frac{22}{\frac{22}{7} \times 2} = \frac{7 \times 22}{22 \times 2} = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ سم}$$

مثال 22:

أوجد محيط نصف دائرة طول نصف قطرها 7 سم ($\pi = \frac{22}{7}$).

الحل



محيط نصف الدائرة = $\frac{1}{2}$ محيط الدائرة + طول قطرها

$$= \frac{1}{2} \times \pi \overset{1}{2} \text{ نق} + 2\text{نق}$$

$$= \frac{22}{7} \times \overset{1}{7} \times 2 + 7$$

$$= 22 + 14 = 36 \text{ سم}$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 5-ح

1- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$، أوجد محيط الدائرة التي طول نصف قطرها:

(أ) 7 سم (ب) 14 سم

(جـ) 3.5 سم (د) 4.9 م

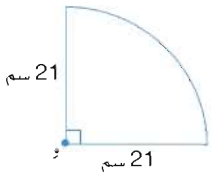
2- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$، أوجد طول نصف قطر الدائرة التي محيطها:

(أ) 44 سم (ب) 132 سم

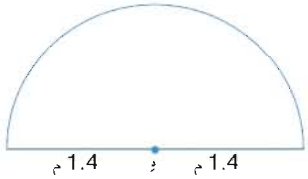
(جـ) 8.8 م (د) 2.2 م

3- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$، أوجد محيط كل من الأشكال الآتية:

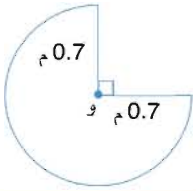
(أ)



(ب)

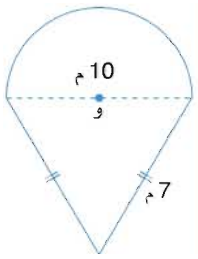


(جـ)

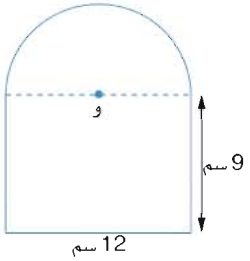


4- أوجد محيط كل من الأشكال الآتية حيث (و) مركز نصف الدائرة، ($\pi = 3.14$).

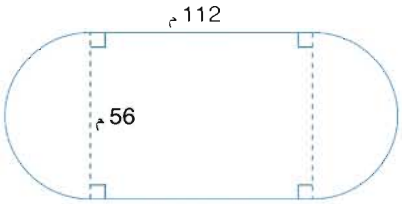
(أ)



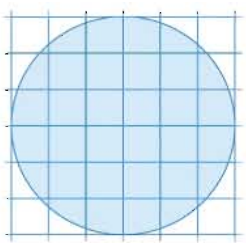
(ب)



5- يبين الشكل حلبة سباقات العدو: مستطيل عند كل من طرفيه نصف دائرة، أوجد محيط الحلبة ($\pi = \frac{22}{7}$).



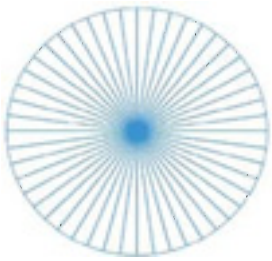
2-4-5 مساحة الدائرة Area of a Circle



تأمل الدائرة إلى اليمين. لإيجاد مساحتها يمكننا محاولة عد الوحدات المربعة التي تغطيها وذلك برسمها على ورقة مربعات كما سبق، ولكن في حالة الدائرة لا نستطيع حساب مساحتها بدقة.

قرر الإغريق منذ آلاف السنين أنه لإيجاد مساحة الدائرة يجب رسم مربع له نفس مساحة الدائرة، وقد تبين فيما بعد أن هذه الطريقة مستحيلة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



والخطوة التالية في مسلسل إيجاد مساحة الدائرة كانت بربطها بمساحة المستطيل. نستطيع تقسيم سطح الدائرة إلى عدد كبير من القطاعات الدائرية المتساوية في المساحة كما هو مبين أمامك، ويشبه كل قطاع مثلثًا لصغر قوس القطاع حتى لكأنه قطعة مستقيمة.

وتكون الخطوة التالية بوضع القطاعات معكوسة كما هو مبين أدناه مع قطع القطاع الأخير إلى جزأين ليكونا مثلثين قائمي الزاوية ويوضع كل جزء في طرف.

الشكل النهائي هو "مستطيل" عرضه يساوي طول نصف قطر الدائرة. ويقسم محيط الدائرة بالتساوي إلى طولي المستطيل.

∴ كل طول من طولي المستطيل = π ن

∴ مساحة الدائرة = مساحة "المستطيل"

$= \pi$ ن × ن

$= \pi$ ن^2

مساحة الدائرة = π ن^2

مثال 23:

أوجد مساحة الدائرة التي طول نصف قطرها 7 سم. ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

مساحة الدائرة = π ن^2

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ سم^2

مثال 24:

أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مساحتها 616 سم^2. ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

$$\text{ن}^2 = \frac{\text{المساحة}}{\pi}$$

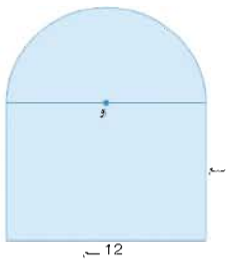
$$= \frac{616}{\frac{22}{7}} = 616 \div \frac{22}{7}$$

$$= 616 \times \frac{7}{22} = 196$$

∴ ن = 196 = 14 سم

مثال 25:

أوجد مساحة الشكل المقابل حيث (و) مركز نصف الدائرة. ($\pi = 3.14$).



الحل

مساحة الشكل = مساحة نصف الدائرة + مساحة المستطيل

$= \frac{1}{2} \pi$ ن$^2 + 9 \times 12$

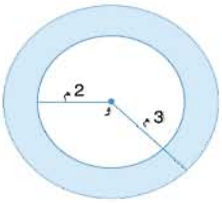
$= \frac{1}{2} \times 3.14 \times 6 \times 6 + 108$

$= 56.52 + 108$

$= 164.52$ سم^2

ن = 12 ÷ 2 = 6

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



مثال 26:

أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المقابل. ($\pi = 3.14$).

الحل

مساحة المنطقة المظللة = مساحة الدائرة الكبرى − مساحة الدائرة الصغرى

$= \pi (3)^2 - \pi (2)^2$

$= \pi 9 - \pi 4 = \pi 5$

$= 5 \times 3.14 = 15.7$ م^2

تمرين 5-ط

1- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$ أوجد مساحة:

(أ) طبق دائري طول نصف قطر دائرته 7 سم.

(ب) قرص معدني دائري طول نصف قطره 1.4 سم.

(جـ) قرص مغنط طول قطره 14 سم.

(د) دائرة طول قطرها 7 سم.

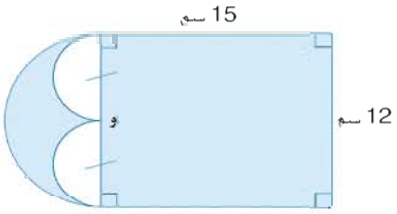
2- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$ أوجد طول نصف قطر:

(أ) طبق دائري مساحته 154 سم^2.

(ب) بركة دائرية مساحتها $38\frac{1}{2}$ م^2.

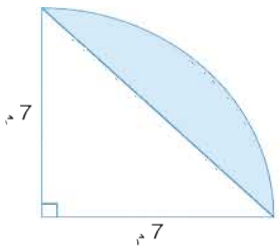
3- **أوجد المساحة المظللة في كلا من الشكلين التاليين:**

(أ)



(π = 3.14)

(ب)



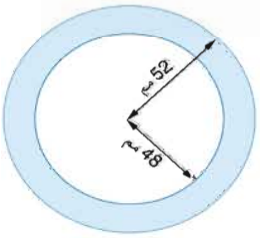
($\pi = \frac{22}{7}$)

4- أقيم حوض للسباحة على شكل دائرة طول قطرها 4 م في حديقة مستطيلة بعداها 15م ×10م، ما مساحة الحديقة الباقية؟ ($\pi = 3.14$).

5- بفرض $\pi = 3.14$، أوجد مساحة نصف دائرة طول قطرها 10 سم.

6- قرص دائري طول نصف قطره 6 سم. فصل من قرص دائري أكبر طول نصف قطره 12 سم. أوجد المساحة الباقية ($\pi = 3.14$).

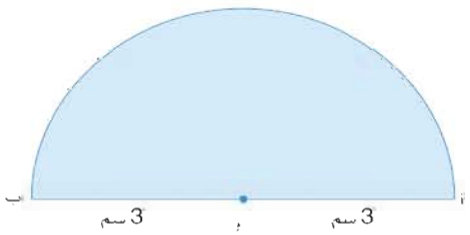
7- في الشكل دائرتان طولا نصفي قطريهما 52م، 48م. احسب مساحة المنطقة المظللة ($\pi = 3.14$).



8- الشكل الآتي يمثل نصف دائرة قطرها أ ب ومركزها (و)، طول نصف قطر الدائرة 3 سم ($\pi = 3.14$) احسب.

(أ) مساحة نصف الدائرة.

(ب) محيط نصف الدائرة.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

5-5 تحويل الوحدات المربعة Conversion of Square Units

مثال 27:

حول 12 كم^2 إلى م^2

الحل

1 كم = 10م

∴ 1 كم^2 = 1 كم × 1 كم

= 10م × 10م

= 100م^2

∴ 12 كم^2 = 12 × 100م^2

= 1200م^2

مثال 28:

حول 123م^2 إلى كم^2

الحل

10م = 1 كم

∴ 1م = $\frac{1}{10}$ كم

= 0.1 كم

∴ 1م^2 = 1م × 1م

= 0.1 كم × 0.1 كم

= 0.01 كم^2

∴ 123م^2 = 0.01 × 123

= 1.23 كم^2

مثال 29:

حول :

(أ) 7.89 ك^2 إلى كم^2 (ب) 24560 كم^2 إلى ك^2

الحل

(أ) 1 ك = 100 كم

1 ك^2 = 1 ك × 1 ك

= 100 كم × 100 كم = 10000 كم^2

∴ 7.89 ك^2 = 7.89 × 10000 كم^2

= 78900 كم^2

(ب) 100 كم = 1 ك

∴ 1 كم = $\frac{1}{100}$ ك = 0.01 ك

1 كم^2 = 1 كم × 1 كم = 0.01 ك × 0.01 ك = 0.0001 ك^2

∴ 24560 كم^2 = 24560 × 0.0001 ك^2 = 2.456 ك^2

مثال 30:

حول

(أ) 1.12كم^2 إلى ك^2. (ب) 358000 ك^2 إلى كم^2.

الحل

(أ) 1 كم = 1000 ك

∴ 1كم^2 = 1كم × 1كم = 1000 ك × 1000 ك = 1000000 ك^2

∴ 1.12كم^2 = 1000000 ك^2 × 1.12 = 1120000 ك^2

(ب) 1000 ك = 1كم

∴ 1 ك = $\frac{1}{1000}$كم = 0.001كم

∴ 1ك^2 = 1 ك × 1 ك

= 0.001 كم × 0.001 كم = 0.000001 كم^2

∴ 358000 ك^2 = 358000 × 0.000001 كم^2 = 0.358 كم^2

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 5-ي

1- حول الآتي إلى $كم^2$:

(أ) $8.1 م^2$ (ب) $0.204 م^2$

(جـ) $53370 م^2$ (د) $90 م^2$

2- حول الآتي إلى $م^2$:

(أ) $2.4 كم^2$ (ب) $0.56 كم^2$

(جـ) $880600 كم^2$ (د) $1953 كم^2$

3- حول الآتي إلى $م^2$:

(أ) $7.47 كم^2$ (ب) $0.1988 كم^2$

4- حول الآتي إلى $كم^2$:

(أ) $2766000 م^2$ (ب) $58000 م^2$

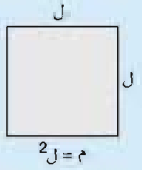
5- أوجد بالسنتيمترات المربعة، مساحة مستطيل بعداه 20م، 15م.

ملخص

1- لإيجاد محيط مضلع، اجمع أطوال أضلاعه.

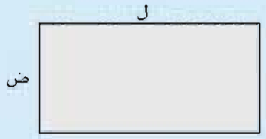
2- مساحة الأشكال الآتية كالآتي:

(أ) مربع



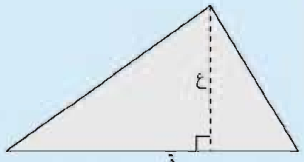
$م = ل^2$

(ب) مستطيل



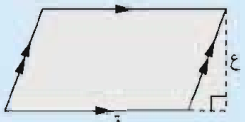
$م = ل \times ض$

(جـ) مثلث



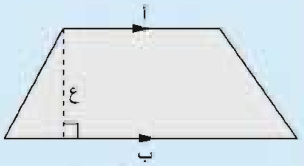
$م = \frac{1}{2} ق \times ع$

(د) متوازي أضلاع



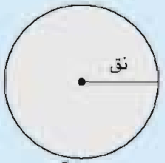
$م = ق \times ع$

(هـ) شبه منحرف



$م = \frac{1}{2} (أ + ب) ع$

(و) دائرة



$م = \pi نق^2$

3- محيط الدائرة $= 2\pi نق$.

4- الوحدات الشائعة للمساحة هي $م^2$، $كم^2$، $م^2$، $كم^2$

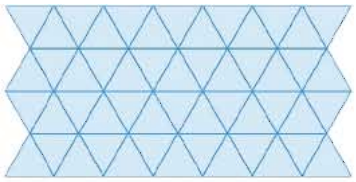
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

رياضيات ممتعة

الترصيع بالفسيفساء

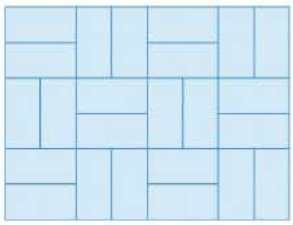
الترصيع بالفسيفساء هو تكوين نمط هندسي من شكل أو أشكال مركبة تغطي عند تكرارها مساحة معطاة. وفيما يلي بعض الأمثلة.

(أ)



الترصيع بالمثلثات متساوية الأضلاع

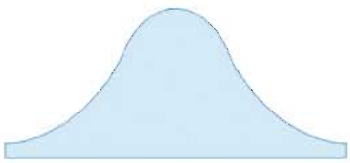
(ب)

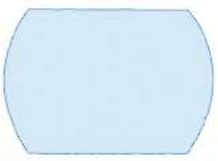


الترصيع بالمستطيلات حيث الطول = 2 × العرض

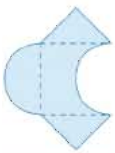
1- استشف كلًّا من الأشكال الآتية. وبرسمها جنبًا إلى جنب انظر أيها يمكن أن يكوّن شكلًا زخرفيًّا جميلًا.

(أ) (ب) (جـ) (د)

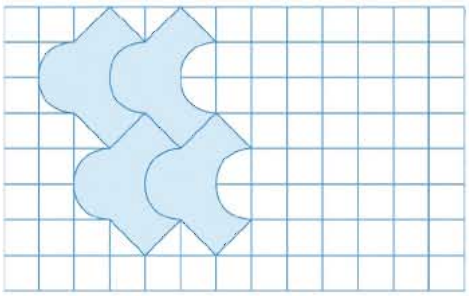




2- استخدم ورقة مربعات. يسهل ذلك عليك رسم الزخارف أو الأنماط الزخرفية. ابدأ بشكل أساسي يمكن تكراره.



ثم افصل نصف دائرة من أحد جانبي الشكل وضعه في الجانب الآخر لتحصل على شكل يمكن تكراره.



انقل النمط الهندسي ثم أكمل التصميم.

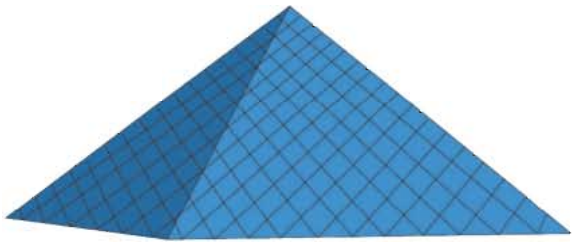
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6

قياس الأشكال المجسمة

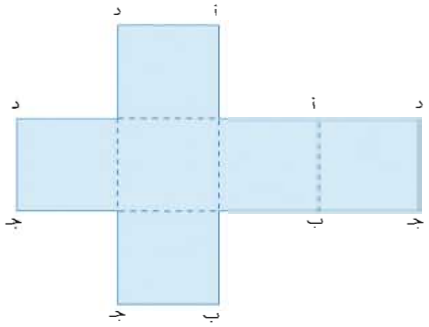
Mensuration of Solid Figures

معظم المجسمات (الأجسام) التي نراها حولنا ثلاثية الأبعاد.أي أن لها طول، وعرض، وارتفاع. وأمثلة هذه الأجسام: الصناديق. والبيوت. والأنابيب. والكرات.



ويمكن تكوين الشكل ثلاثي الأبعاد من شكل مستوٍ (ذو بعدين)، أي من **شبكة** الشكل ثلاثي الأبعاد. والمكعب على سبيل المثال شكل ثلاثي الأبعاد له ستة **أوجه**.

ويبين الشكل الآتي شبكة المكعب والتي تحتوي أوجهه الستة. إذا طوينا بطول القطع المستقيمة المنقطة، بحيث تنطبق النقط التي لها نفس الحرف، فسوف نحصل على المكعب.

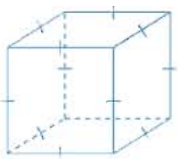


في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

- تحسب مساحة سطح المكعب، ومتوازي المستطيلات، والأسطوانة.
- تحسب حجم المكعب، ومتوازي المستطيلات، والمنشور، والأسطوانة.
- تحول الوحدة المكعبة إلى وحدة أخرى مكعبة.
- تستخدم قاعدة لإيجاد الكثافة، والحجم، والكتلة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1-6 مساحة السطح الكلية Total Surface Area



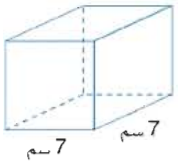
المكعب له ستة أوجه مربعة متساوية

مساحة السطح الكلية هي مجموع مساحات جميع أوجه الشكل ثلاثي الأبعاد.

والمكعب شكل ثلاثي الأبعاد له ستة أوجه مربعة متطابقة (متساوية في المساحة). والمكعب له 12 حرفًا متساوية في الطول.

مثال 1:

أوجد مساحة السطح الكلية للمكعب الذي طوله 7 سم.



الحل

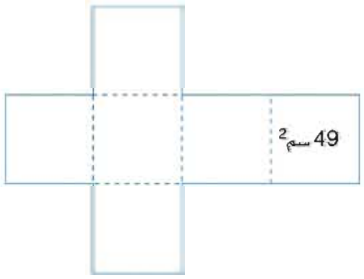
شبكة المكعب مكونة من ستة أوجه مربعة متساوية.

مساحة وجه واحد = 7×7

$= 49$ سم^2

∴ مساحة السطح الكلية = 6×49

$= 294$ سم^2

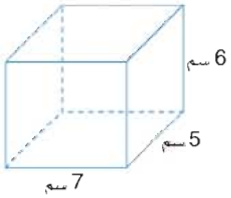


متوازي مستطيلات

متوازي المستطيلات شكل ثلاثي الأبعاد، له ستة أوجه على شكل مستطيل، وأحرفه متعامدة مثنى مثنى.

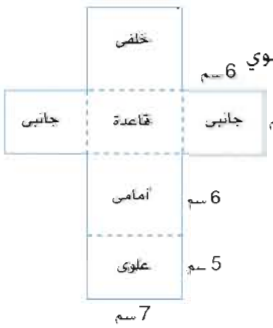
مثال 2:

أوجد المساحة السطحية الكلية لمتوازي المستطيلات الذي أبعاده 7 سم، 5 سم، 6 سم



الحل

شبكة متوازي المستطيلات تتكون من ثلاثة أزواج، كل زوج له نفس المساحة.



مساحة القاعدة = مساحة السطح العلوي

$= 5 \times 7 = 35$ سم^2

مساحة كل جانب = $6 \times 5 = 30$ سم^2

مساحة الوجه الأمامي = مساحة الوجه الخلفي

$= 6 \times 7 = 42$ سم^2

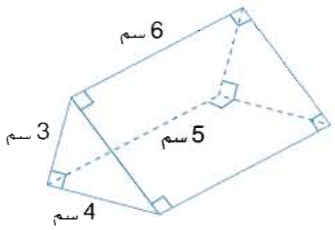
∴ المساحة السطحية الكلية = $2\ (35 + 30 + 42)$

$= 2 \times 107 = 214$ سم^2

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

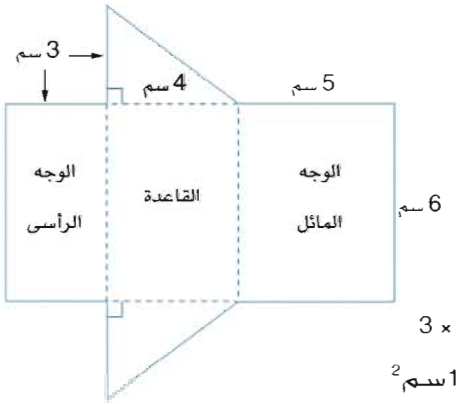
مثال 3:

أوجد مساحة السطح الكلية للمجسم المبين.



الحل

الشبكة مكونة من 3 مستطيلات ومثلثين قائمي الزاوية.



مساحة الوجه الرأسي = 6 × 3

= 18 سم^2

مساحة القاعدة = 6 × 4

= 24 سم^2

مساحة الوجه المائل = 6 × 5

= 30 سم^2

مساحة الوجهين المثلثين = 2 × $\frac{1}{2}$ ق ع

= 2 × $\frac{1}{2}$ × 4 × 3

= 12 سم^2

∴ مساحة السطح الكلية = (18 + 24 + 30 + 12) سم^2

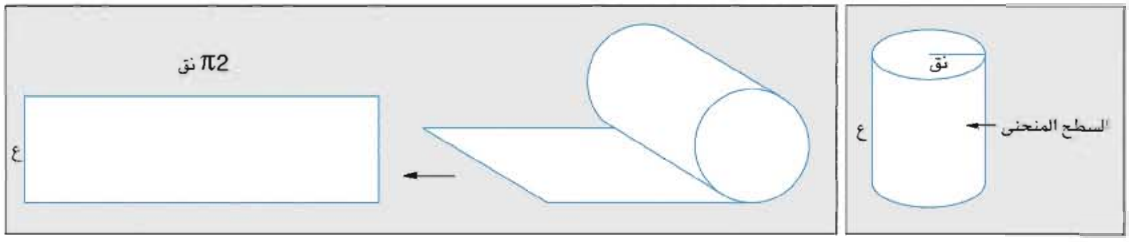
= 84 سم^2

2-6 مساحة السطح الكلية للأسطوانة Total Surface Area of a Cylinder

نرى غالبًا ورقة ملصقة على السطح المنحني لعلبة الطعام الأسطوانية تدلنا على علامة مميزة للعلبة وما تحتويه. إذا فصلنا هذه الورقة بقطعها على امتداد ارتفاع الأسطوانة نجدها بعد فصلها على

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

شكل مستطيل. يكون طولها محيط الأسطوانة وعرضها ارتفاع الأسطوانة.



∴ مساحة السطح المنحني = 2π نق × ع

= 2π نق ع

[المساحة الكلية للأسطوانة المجسمة] = [مساحة الطرفين المستديرين + مساحة السطح المنحني]

= 2π نق ع + 2π نق^2

مساحة سطح الأسطوانة المنحني = 2π نق ع

المساحة الكلية لأسطوانة مجسمة = 2π نق ع + 2π نق^2

حيث نق، ع لهما نفس الوحدة.

مثال 4

أوجد مساحة السطح المنحني لأسطوانة طول نصف قطر قاعدتها 7سم وارتفاعها 10سم ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

مساحة السطح المنحني للأسطوانة = 2π نق ع

= 2 × $\frac{22}{7}$ × 7 × 10 = 440سم^2

مثال 5

مساحة السطح المنحني للأسطوانة هي 220 سم^2. إذا كان ارتفاعها 5 سم.

أوجد طول نصف قطرها. ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

طول نصف القطر = $\frac{\text{مساحة السطح المنحني}}{2\pi \text{ ع}}$

= $\frac{220}{2 \times \frac{22}{7} \times 5}$

= 220 ÷ $\frac{220}{7}$

= 220 × $\frac{7}{220}$

= 7 سم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 6:

أوجد مساحة السطح الكلية لأسطوانة مجسمة طول نصف قطرها 14 سم وارتفاعها 16 سم. ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

مساحة السطح الكلية $= 2\pi ن^2 + 2\pi ن ع$

$= (2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14) + (2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 16)$

$= 1232 + 1408$

$= 2640$ سم^2

مثال 7:

أوجد مساحة السطح الخارجي لمزهرية أسطوانية طول نصف قطرها 3.5 سم وارتفاعها 15 سم. اعتبر $\pi = 3.142$ وأوجد الإجابة مقربة لثلاثة أرقام معنوية.

الحل

مساحة السطح الخارجي= مساحة السطح المنحني + مساحة الطرف المغلق

$= 2\pi ن ع + \pi ن^2$

$= (2 \times 3.142 \times 3.5 \times 15) + (3.142 \times 3.5 \times 3.5)$

$= 368.3995$ سم^2

$= 368$ سم^2 (مقربة لثلاثة أرقام معنوية)

تمرين 6-أ

1- أوجد مساحة السطح الكلية للآتي:

(أ) مكعب ثلج طول ضلعه 5 سم.

(ب) مكعب شيكولاتة طول ضلعه 1.2 سم.

(جـ) مكعب من الخشب طول ضلعه 6.5 سم.

(د) مكعب من الجبن طول ضلعه 2 سم.

2- أوجد مساحة السطح الكلية للآتي:

(أ) متوازي مستطيلات أبعاده 6 سم، 3 سم، 9 سم.

(ب) كتاب أبعاده 15 سم، 10 سم، 20 سم.

(جـ) قضيب من الخشب أبعاده 2م، 0.5م، 0.5م.

(د) صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 1.5م، 1م، 0.5م

3- إذا كانت مساحة السطح الكلية لمكعب 150 سم^2.

(أ) ما مساحة كل وجه؟

(ب) ما طول كل ضلع؟

4- ما طول ضلع مكعب إذا أردنا استعمال 96 سم^2 من قماش معين لتغطيته؟

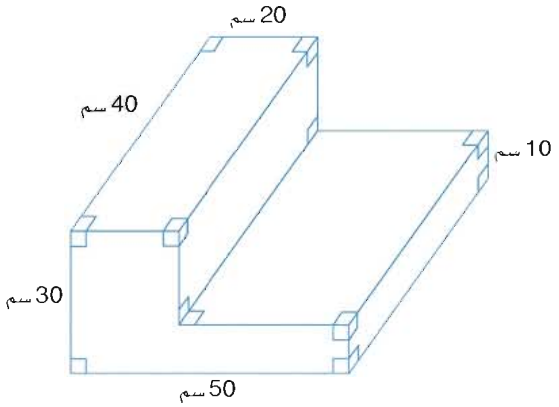
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

5- أراد طفل بناء برج مستخدمًا 6 مكعبات طول ضلع كل مكعب 3 سم واضعًا واحدًا فوق الآخر. ما مساحة السطح الكلية للبرج؟

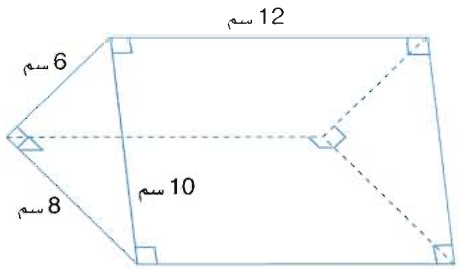
6- صندوق شريط تسجيل طوله 11 سم وعرضه 7سم، وارتفاعه 1.5سم. ما مساحة السطح الكلية لحزمة تحتوى 5 أشرطة تسجيل من نفس النوع؟

7- أوجد مساحة السطح الكلية لكل من المجسمات الآتية:

(أ)



(ب)



8- أوجد مساحة السطح المنحني للآتي:

(أ) صفيحة أسطوانية طول نصف قطرها 7سم، وارتفاعها 20 سم.

(ب) كوب أسطواني طول نصف قطر دائرته 3.5سم، وارتفاعه 10سم.

(جـ) أنبوبة أسطوانية طول نصف قطرها 1.5سم وارتفاعها 7سم، ($\pi = \frac{22}{7}$)

9- أوجد مساحة السطح الكلية للآتي:

(أ) أسطوانة معدنية مجسمة طول نصف قطرها 7سم، وارتفاعها 10سم.

(ب) علبة طعام أسطوانية طول نصف قطرها 3.5سم، ارتفاعها 12سم.

(جـ) قضيب خشب أسطواني الشكل طول قطرها 7سم وطوله 22سم. ($\pi = \frac{22}{7}$)

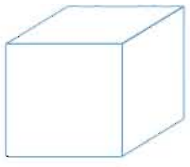
10- مساحة السطح المنحني لمصباح كهربائي أسطواني الشكل 3520سم^2. إذا كان ارتفاعه 40سم، فاحسب طول نصف قطره. ($\pi = \frac{22}{7}$)

3-6 الحجم Volume

يرتبط قياس **الحجم** بالأجسام ثلاثية الأبعاد ومقدار ما تشغله من فراغ. فمثلًا مقدار الفراغ الذي يشغله صندوق يسمى حجم الصندوق، ومقدار الفراغ الذي يشغله منزل يسمى حجم المنزل، وهكذا.

وكما أن وحدة قياس المساحة تحتاج شكلًا أساسيًّا له مساحة معلومة، فإن وحدة قياس الحجم تحتاج شكلًا أساسيًّا له حجم معلوم. وعدد هذه الأشكال التي تشغل بالضبط جسمًا سوف يكون حجم هذا الجسم.

والشكل الأساسي للمساحة هو الوحدة المربعة، أي السنتيمتر المربع (سم^2)، والمتر المربع (م^2)، إلخ . والشكل الأساسي للحجم يكون أسهل إذا كان **مكعبًا**.


مكعب

وحدات قياس الحجم:

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

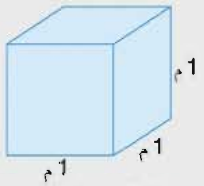
(أ) **المليمتر المكعب** والذي يشغل تقريبًا حجم ما يشغله سن قلم رصاص.

1 مم^3 (1 ملليمتر مكعب)

(ب) **السنتيمتر المكعب** وهو يشغل تقريبًا ما يشغله حجر نرد في الفراغ.

1 سم^3 (1 سنتيمتر مكعب)

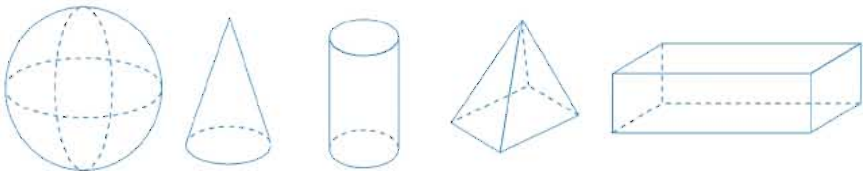
(جـ) **المتر المكعب** وهو يستخدم لقياس الحجوم الأكبر.



1 م^3 (1 متر مكعب)

وكما ذكرنا من قبل فإن الحجم يرتبط بالأجسام ثلاثية الأبعاد مهما اتخذت هذه الأجسام من أشكال مختلفة. على سبيل المثال:

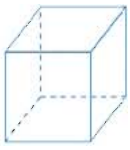
(أ) (ب) (جـ) (د) (هـ)



متوازي مستطيلات — هرم — أسطوانة — مخروط — كرة

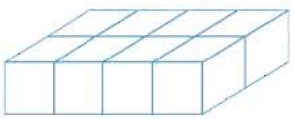
وسوف ندرس فقط المكعب، ومتوازي المستطيلات، والمنشور، والأسطوانة في هذا الفصل.

1-3-6 حجما المكعب ومتوازي المستطيلات Volume of Cubes and Cuboids



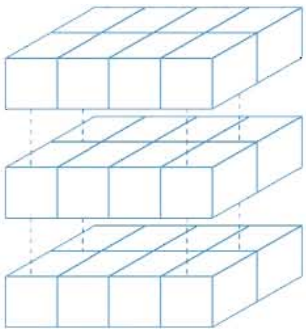
يمكن رسم **المكعب** ببساطة كما هو مبين بالشكل إلى اليمين. وتمثل القطع المستقيمة المنقطة الأحرف التي لا نراها عند النظر للمكعب من هذه الزاوية. كل وجه من أوجه هذا المكعب مساحته 1سم^2. وعلى ذلك فالمكعب يسمى "مكعب طول حرفه 1 سنتيمتر"، وحجمه 1 سنتيمتر مكعب ويكتب 1سم^3.

دعونا نتصور صندوقًا مكونًا من عدة طبقات من مكعبات (1سم^3). إحدى هذه الطبقات مرسوم هنا:



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تتكون هذه الطبقة من صفين، كل صف به 4 مكعبات، فيوجد إذن 8 مكعبات. وإذا وضعت ثلاث طبقات معًا، واحدة فوق الأخرى، سوف نجد 3 طبقات بكل منها 8 مكعبات، أي يوجد لدينا 24 مكعبًا.

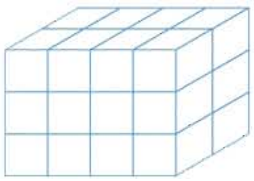


وعلى ذلك فحجم أو كمية الفراغ التي يشغلها متوازي المستطيلات هذا هي 24 سنتيمتراً مكعبًا والتي تكتب 24 سم^3.

عرفنا حجم متوازي المستطيلات بعدِّ المكعبات الموجودة في كل طبقة (أي 8 مكعبات) ثم ضربنا الناتج × عدد الطبقات (أي 3 طبقات).

الحجم = 8 × 3 مكعبات

= 24 مكعبًا أو 24سم^3



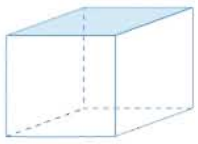
حجم 1 مكعب يساوي 1 سم^3

2-3-6 حجم المنشور Volume of Prisms

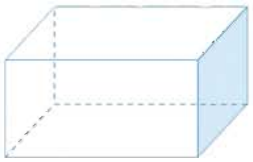
المنشور شكل ثلاثي الأبعاد وله مقاطع متطابقة، فيمكن تقطيع الشكل إلى مستويات متوازية بحيث تكون جميع الأوجه التي نحصل عليها متطابقة في الشكل، ومتساوية في الحجم، ويقال في هذه الحالة أنه منشور **منتظم المقاطع**.

تبين الأشكال التالية أمثلة للمنشورات.

يكون شكل المقطع لكل مجسم مظللًا. ويمكن أن يكون لمتوازي المستطيلات أكثر من شكل مقطعي.



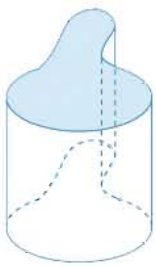
مكعب



متوازي مستطيلات

الاسطوانة

المنشور الثلاثي

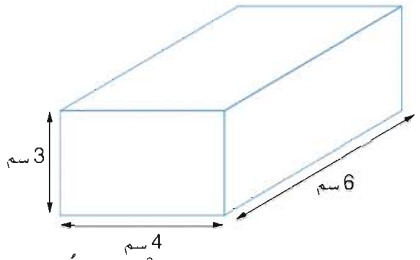


منشور

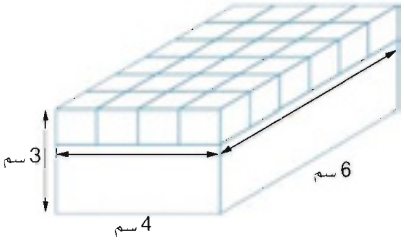
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

سـنـدرس فيمـا يلـي متـوازي المستطيلات، وكيفية حساب حجمه.

تأمـل متوازي المستطيلات الآتي:



لإيجاد حـجمه بإمكاننا رسـم مكـعـبات 1سم^3، ثم نعدُّها، ولكن وكما رأينا من قبل لا نقوم فعليًّا بعدّ كل مكعب داخل متوازي المستطيلات. إذا عرفنا ببساطة عـدد المكعـبات بكل طبـقـة فإن ارتـفاع مـتـوازي المستطـيلات (أي 3سم) سـوف يعطينا عدد الطبقات.



∴ يوضح لنا الشكل عدد المكعـبات (1سم^3) في طبقـة واحدة، أي 6 صفوف كل صف من 4 مكعبات أو 24 مكعبًا. كل مكعب حجمه 1سم^3.

∴ حـجم هذه الطبقـة = 24سم^3. مـا توصلنا إليـه في الحـقيـقة هو **مـسـاحـة سطح** أو **مقطع** متوازي المستطيلات أي أن:

مساحة المقطع = الطول × العرض.

= 4 سم × 6 سم = 24 سم^2

والآن بضرب عـدد المكعبـات في طبقة واحـدة في عدد الطبـقات أو الارتفـاع نحصل على **الحجم** أي أن:

الحجم = 24سم^2 × 3 طبقات

= 72 سم^3

وببساطة أكثر:

الحجم = عدد السم^3 في طبقة واحدة × عدد الطبقات.

= مساحة القاعدة × الارتفاع

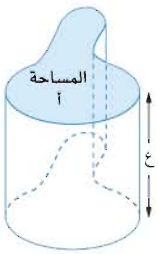
وبمعنى آخر،

الحجم = مساحة مقطع × الارتفاع

يمكن تطبيق ما سبق مع جميع المنشورات. طالما عرفنا مـسـاحـة القـاعـدة (أو وجـه من أوجـه الشكل) والأبعاد الأخرى، نستطيع إيجاد حجم المنشور.

وعمومًا

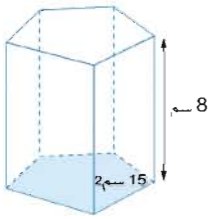
حجم المنشور = مساحة مقطع × الارتفاع



حجم المنشور
= أ × ع

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

فمثلًا : مقطع هذا المنشور خماسي، ومساحته 15 سم^2.



∴ الحجم = مساحة المقطع × الارتفاع

= 15 سم^2 × 8 سم

= 120 سم^3

وفيما يلي حجوم بعض المنشورات:

1- حجم **المكعب** ح الذي طول ضلعه ل:

ح = م ل حيث م مساحة المقطع

= ل^2 × ل = ل^3

2- حجم **متوازي المستطيلات** ح الذي أبعاده ل ، ض ، ع

ح = م ع حيث م مساحة المقطع

= ل × ض × ع

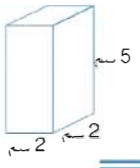
3- حجم **المنشور القائم** ح الذي ارتفاعه ع ، مساحة مقطعه م

ح = م ع

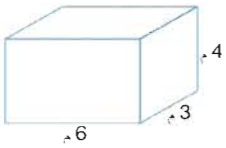
مثال 8:

أوجد حجم كل متوازي مستطيلات:

(أ)



(ب)



الحل

(أ) حجم متوازي المستطيلات = ل × ض × ع

= 2 × 2 × 5 = 20 سم^3

(ب) حجم متوازي المستطيلات = ل × ض × ع

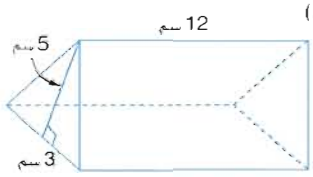
= 6 × 3 × 4 = 72 م^3

مثال 9:

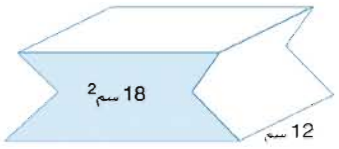
أوجد حجم كل من المجسمات الآتية:

(أ) مكعب طول حرفه 6 سم

(ب)



(جـ)



الحل

(أ) ح = ل^3

= 6 × 6 × 6 = 216 سم^3

∴ الحجم = 216 سم^3

(ب) ح = م ع

م = مساحة المثلث

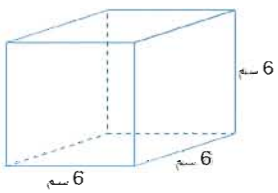
$= \frac{1}{2} \times 3 \times 5$

ع = 12

∴ ح = $\frac{1}{2}$ × 3 × 5 × 12 = 3 × 5 × 6

∴ الحجم = 90 سم^3

(جـ)



ح = المساحة × الارتفاع

= 18 × 12 = 216 سم^3

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 10:

أوجد ارتفاع متوازي مستطيلات حجمه 120 سم^3 وطوله 6 سم وعرضه 5 سم.

الحل

$$\text{ارتفاع متوازي المستطيلات} = \frac{\text{الحجم}}{\text{مساحة المقطع}}$$

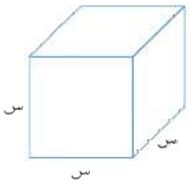
$$= \frac{120}{5 \times 6}$$

$$= 4 \text{ سم}$$

مثال 11:

أوجد طول حرف المكعب الذي حجمه 64 سم^3.

الحل



نفرض طول حرف المكعب س سم.

حجم المكعب = 64 سم^3

$\therefore$ س^3 = 64

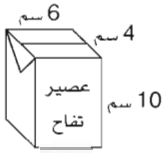
$\therefore$ س = $\sqrt[3]{64}$

$= \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} = 4$

$\therefore$ طول حرف المكعب = 4 سم

مثال 12:

علبة عصير على شكل متوازي مستطيلات طوله 6 سم، وعرضه 4 سم، وارتفاعه 10 سم.



(أ) احسب حجم علبة العصير.

(ب) أوجد عدد علب العصير التي يمكن وضعها في صندوق على شكل متوازي مستطيلات طوله 30 سم، وعرضه 20 سم، وارتفاعه 10 سم.

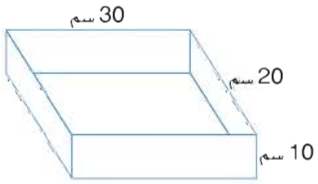
الحل

(أ) حجم العلبة = $6 \times 4 \times 10$

= 240 سم^3

(ب) حجم الصندوق = $30 \times 20 \times 10$

= 6000 سم^3



$\therefore$ عدد علب العصير = $\frac{\text{حجم الصندوق}}{\text{حجم العلبة}}$

$= \frac{6000 \text{ سم}^3}{240 \text{ سم}^3}$

= 25

ملحوظة

يمكن استخدام هذه الصيغة فقط إذا كانت أبعاد الصندوق هي مضاعفات صحيحة لأبعاد العلبة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 6-ب

1- أوجد حجم:

(أ) مكعب ثلج طول حرفه 2.5سم.

(ب) خزان على شكل مكعب طول حرفه 3.6م.

2- أوجد حجم:

(أ) حجر بناء أبعاده 4سم، 7سم، 3سم.

(ب) علبة غذاء بلاستيك أبعادها 12سم، 10سم، 10سم.

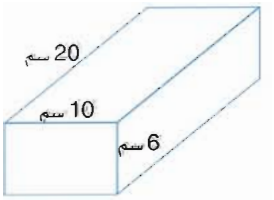
3- أوجد حجم الرمل اللازم لتمام تغطية حفرة على شكل متوازي مستطيلات لرياضة الوثب طولها 4م، وعرضها 1.5م، وعمقها 75سم بالأمتار المكعبة.

4- أوجد (بالسم^3) حجم الماء الذي يحتويه حوض سمك على شكل متوازي مستطيلات طوله متر واحد، وعرضه 75سم، وعمقه 50سم إذا كان سطح الماء على بعد 5سم من سطح الحوض العلوي.

5- علبة من الصفيح على شكل متوازي مستطيلات طولها 10سم، وعرضها 5 سم، إذا كان بها ماء حجمه 250سم^3. ما ارتفاع الماء في العلبة؟

6- حوض سمك على شكل متوازي مستطيلات طوله 50سم، وعرضه 20سم، عندما يكون حجم الماء به 15000سم^3 فإن مستوى الماء يكون على بعد 1سم من حافة الحوض. ما ارتفاع الحوض؟

7- كتلة من الحجر على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 20 سم، 10سم، 6سم:



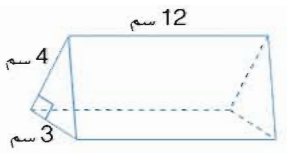
(أ) احسب مساحة السطح الكلية لكتلة الحجر.

(ب) أوجد عدد المكعبات التي يمكن تكوينها من قطعة الحجر إذا كان طول حرف كل مكعب:

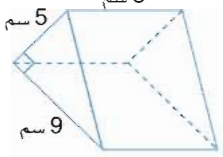
(i) 1سم (ii) 2سم

8- أوجد حجم كل من المنشورات المثلثية الآتية:

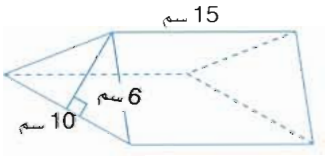
(أ)



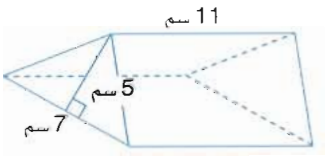
(ب)



(جـ)

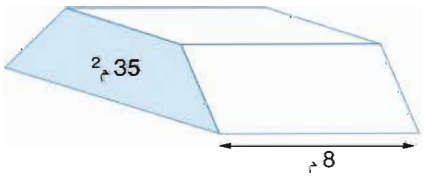


(د)

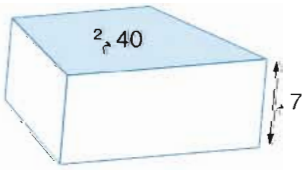


9- أوجد حجم كل من المنشورات الآتية:

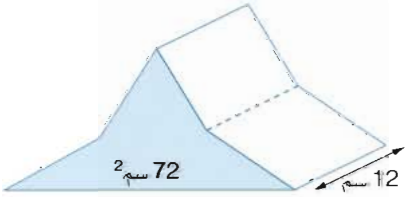
(أ)



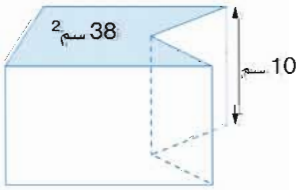
(ب)



(جـ)

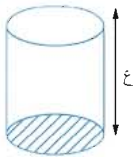


(د)



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-3-6 حجم الأسطوانة Volume of a Cylinder



تذكر كيف توصلنا إلى قاعدة حجم متوازي المستطيلات. يمكننا أيضًا تصور أسطوانة مكونة من عدد من الطبقات على شكل أقراص دائرية متساوية مهملة السمك فوق بعضها البعض.

∴ الأسطوانة هي أيضًا منشور.

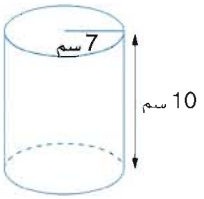
∴ حجم الأسطوانة = مساحة المقطع × الارتفاع = π ن^2 × ع

حجم الأسطوانة = π ن^2 ع

حيث ن، ع لهما نفس الوحدة.

مثال 13:

أوجد حجم الأسطوانة المبينة بالشكل المقابل.



الحل

حجم الأسطوانة = π ن^2 ع = $\frac{22}{7}$ × 7^2 × 10

= 22 × 7 × 10 = 1540 سم^3

مثال 14:

علبة معجون طماطم على شكل أسطوانة حجمها 770سم^3. إذا كان ارتفاعها 5سم فأوجد طول نصف قطر قاعدتها. ($\pi = \frac{22}{7}$)

الحل

مساحة القاعدة الدائرية = $\frac{\text{الحجم}}{\text{الارتفاع}}$

= $\frac{770}{5}$ = 154 سم^2

∴ ن^2 = $\frac{154}{\pi}$ = $\frac{154}{\frac{22}{7}}$

= $\frac{7 \times 154}{22}$ = 49

∴ ن = 7 سم

طريقة جبرية

حجم الأسطوانة = 770 سم^3

π ن^2 ع = 770

$\frac{22}{7}$ × ن^2 × 5 = 770

$\frac{110}{7}$ ن^2 = 770

∴ ن^2 = $\frac{7 \times 770}{110}$

= 49

ن = $\sqrt{49}$

ن = 7 سم

مثال 15:

حجم علبة أسطوانية 825سم^3. إذا كان طول نصف قطر قاعدتها 5سم، فاحسب ارتفاع العلبة لأقرب ثلاثة أرقام معنوية. (π = 3.142)

الحل

ارتفاع العلبة = $\frac{\text{الحجم}}{\text{مساحة القاعدة}}$

= $\frac{825}{5 \times 5 \times 3.142}$

= 10.5 سم (مقربًا لثلاثة أرقام معنوية)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 6-جـ

1- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$ أوجد حجم كل من الأسطوانات الآتية:

(أ) طول نصف القطر 2م، والارتفاع 7م.

(ب) طول نصف القطر 14سم، والارتفاع 20 سم.

2- معتبرًا $\pi = 3.142$ أوجد حجم كل من الأسطوانات الآتية مقربًا الإجابة لثلاثة أرقام معنوية:

(أ) طول نصف القطر 3م، والارتفاع 5م.

(ب) طول نصف القطر 3.5سم، والارتفاع 1.2سم.

3- معتبرًا $\pi = 3.142$، أوجد حجم كلا من التالي مقرباً لأقرب رقم عشري واحد:

(أ) خزان على شكل أسطوانة دائرية طول قطرها 42سم، وارتفاعها 5سم.

(ب) كوب على شكل أسطوانة دائرية طول قطرها 7سم، وارتفاعها 9 سم.

4- خزان قاعدته على شكل مستطيل عرضه 10سم، وطوله 7 سم له نفس حجم خزان آخر على شكل أسطوانة دائرية طول نصف قطرها 7سم، وارتفاعها 10 سم. ما ارتفاع الخزان المستطيل؟ ($\pi = \frac{22}{7}$)

5- صفيحة أسطوانية تسع 365سم^3 لبن. إذا كان طول نصف قطرها 3.5سم، ما ارتفاعها؟ مقربًا الجواب لثلاثة أرقام معنوية ($\pi = 3.142$)

6- علبة أسطوانية الشكل تسع 1100سم^3 من عصير التفاح. إذا كان ارتفاعها 14سم، فما طول نصف قطرها؟

7- أسطوانة طول نصف قطرها 7سم، وارتفاعها 14 سم ملئت تمامًا بالماء، ثم صب هذا الماء في أسطوانة أخرى طول نصف قطرها 14 سم، أوجد ارتفاع مستوى الماء في الأسطوانة الثانية.

8- أسطوانة دائرية طول نصف قطرها 5سم، وارتفاعها 12سم، معتبرًا $\pi = 3.14$، احسب:

(أ) مساحة القاعدة الدائرية.

(ب) حجم الأسطوانة.

4-6 تحويل الوحدات المكعبة Conversion of Cubic Units

مثال 16:

(أ) حول 5 سم^3 إلى م^3.

(ب) حول 1234م^3 إلى سم^3.

الحل

(أ) 1 سم = 10م

$\therefore$ 1سم^3 = 1 سم × 1سم × 1سم

= 10م × 10م × 10م = 1000 م^3

$\therefore$ 5سم^3 = 5 × 1000م^3 = 5000 م^3

(ب) 10م = 1سم

$\therefore$ 1 م = $\frac{1}{10}$ سم = 0.1 سم

$\therefore$ 1 م^3 = 1 م × 1م × 1م

= 0.1 سم × 0.1 سم × 0.1 سم

= 0.001 سم^3

$\therefore$ 1234 م^3 = 1234 × 0.001 سم^3

= 1.234 سم^3

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 17:

حول :

(أ) 2.456 م^3 إلى سم^3 (ب) 789000سم^3 إلى م^3

الحل

(أ) 1م = 100 سم

∴ 1 م^3 = 1م × 1م × 1م

= 100 سم × 100سم × 100 سم

= 1000000 سم^3

∴ 2.456م^3 = 2.456 × 1000000 سم^3

=2456000سم^3

(ب) 100 سم = 1 م

∴ 1 سم = $\frac{1}{100}$ م = 0.01 م

∴ 1سم^3 = 0.01 م × 0.01م × 0.01 م

= 0.000001 م^3

∴ 789000سم^3 = 789000 × 0.000001 م^3

= 0.789 م^3

تمرين 6-د

1- حول كلًّا مما يأتي إلى الوحدة بين القوسين:

(أ) 9 سم^3 (م^3)

(ب) 3.2 سم^3 (م^3)

(جـ) 8000م^3 (سم^3)

(د) 8200 م^3 (سم^3)

(هـ) 8م^3 (سم^3)

(و) 7.6 م^3 (سم^3)

(ز) 2000000 سم^3 (م^3)

(ح) 8700000 سم^3 (م^3)

5-6 الكثافة Density

تعرَّف **كثافة** المادة بأنها كتلتها في كل وحدة حجم.

الكثافة = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$

وباختصار ث = $\frac{ك}{ح}$

الوحدات الشائعة للكثافة: جم/سم^3 (وتقرأ جرامًا لكل سم^3)، كجم /م^3(وتقرأ كجم لكل متر^3). إذا كانت الكتلة بالجرام، والحجم بالسم^3 فإن وحدة الكثافة تكون جم/سم^3. بالمثل إذا كانت الكتلة بالكيلو جرام، والحجم بالمتر المكعب فإن وحدة الكثافة تكون كجم/م^3.

الوحدات المستعملة للكثافة
جم / سم^3
كجم / م^3

مثال 18:

جزء من عقد من الذهب كتلته 38جم، حجمه 2سم^3. أوجد كثافة الذهب.

الحل

كثافة الذهب = $\frac{ك}{ح}$

= $\frac{38\text{جم}}{2\text{ سم}^3}$ = 19 جم/سم^3

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 19:

لوح من الخشب على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 5سم، 10سم، 30سم، وكثافته 0.65 جم/سم^3. أوجد:

(أ) حجمه (ب) كتلته

الحل

(أ) حجم الخشب = ل × ض × ع

= 30 × 10 × 5 = 1500 سم^3.

(ب) الكتلة ك = ث × ح

= 1500 × 0.65

= 975 جم

مثال 20:

حمولة من الحجر كثافتها 2500 كجم/م^3 وكتلتها 50000 كجم. ما حجم حمولة الحجر؟

الحل

الحجم = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الكثافة}}$

∴ حجم حمولة الحجر ح = $\frac{50000}{2500}$ = 20 م^3

تمرين 6-هـ

1- احسب كثافة كل مما يأتي:

(أ) سدادة زجاجية حجمها 20 سم^3 وكتلتها 50 جم.

(ب) قطعة من جبل من الثلج حجمها 100م^3 وكتلتها 92000 كجم.

2- احسب كتلة كل مما يأتي:

(أ) خاتم مصنوع من مادة معدنية كثافته 21 جم/سم^3 وحجمه 0.5سم^3.

(ب) قطعة من الخشب حجمها 0.005م^3 بفرض أن كثافة الخشب 500 كجم/م^3.

3- احسب حجم كل مما يأتي:

(أ) سبيكة من الرصاص كتلتها 55كجم، بفرض أن كثافة الرصاص 11000كجم/م^3.

(ب) كحول كتلته 400 جم، بفرض أن كثافة الكحول 0.8 جم/سم^3.

4- مكعب من الثلج طول ضلعه 3سم وكثافته حوالي 0.9 جم/سم^3، أوجد:

(أ) حجمه، (ب) كتلته.

5- قطعة من النحاس أسطوانية الشكل طول نصف قطرها 0.02 م وارتفاعها 7 م وكتلتها 79.2 كجم، معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$، أوجد:

(أ) حجم قطعة النحاس. (ب) كثافة النحاس.

ملخص

1- المساحة الكلية للشكل ثلاثي الأبعاد تساوي مجموع مساحات جميع أوجهه.

2- مساحة السطح المنحني للأسطوانة = 2 π ن ع.

3- المساحة الكلية لأسطوانة مصمتة = 2 π ن ع + 2 π ن^2.

4- حجم المنشور = مساحة المقطع × الارتفاع.

5- حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع.

6- حجم الأسطوانة = π ن^2 ع.

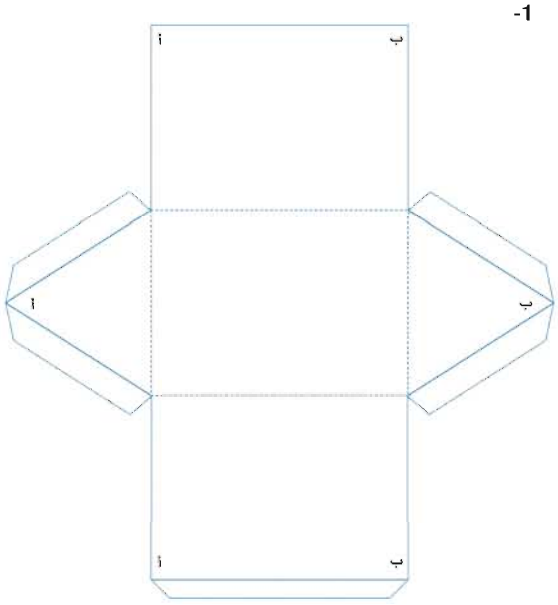
7- الكثافة = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

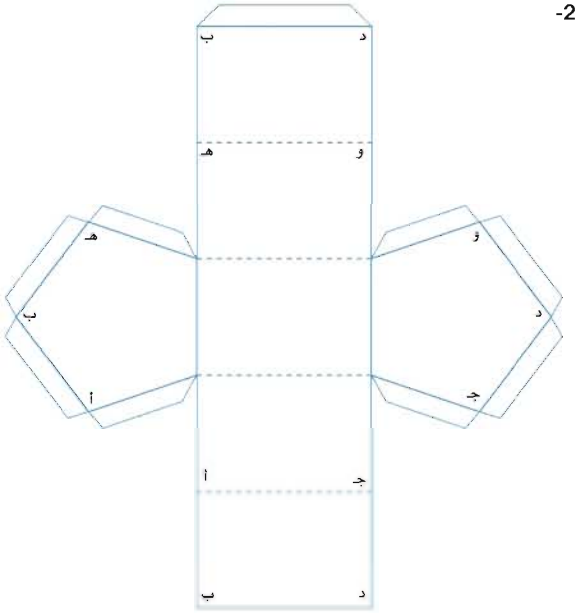
رياضيات ممتعة

فيما يلي بعض الأشكال ثلاثية الأبعاد. استشف الأشكال ثم اقطع حولها, واطو حول القطع المستقيمة المنقطة حتى تلتقي الأحرف المتطابقة على بعضها البعض. الصق الحواف معًا بالصمغ أو بشريط لاصق.

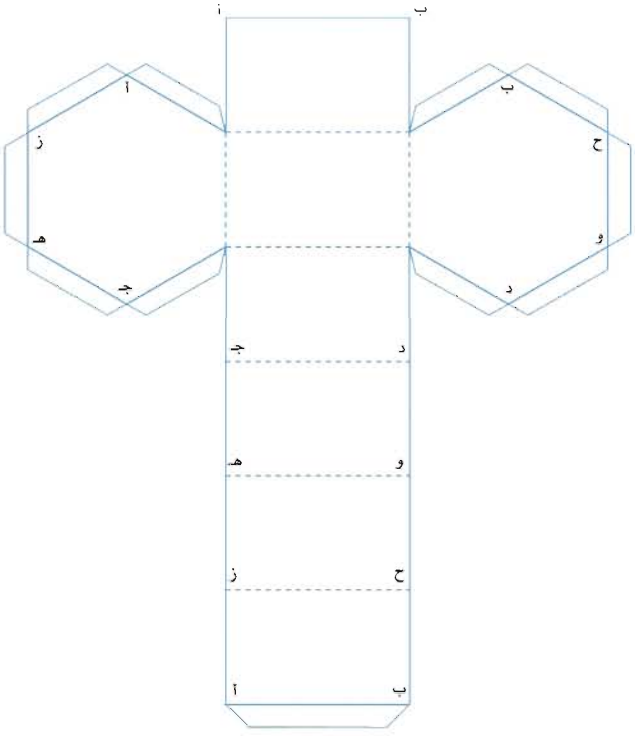
-1



-2

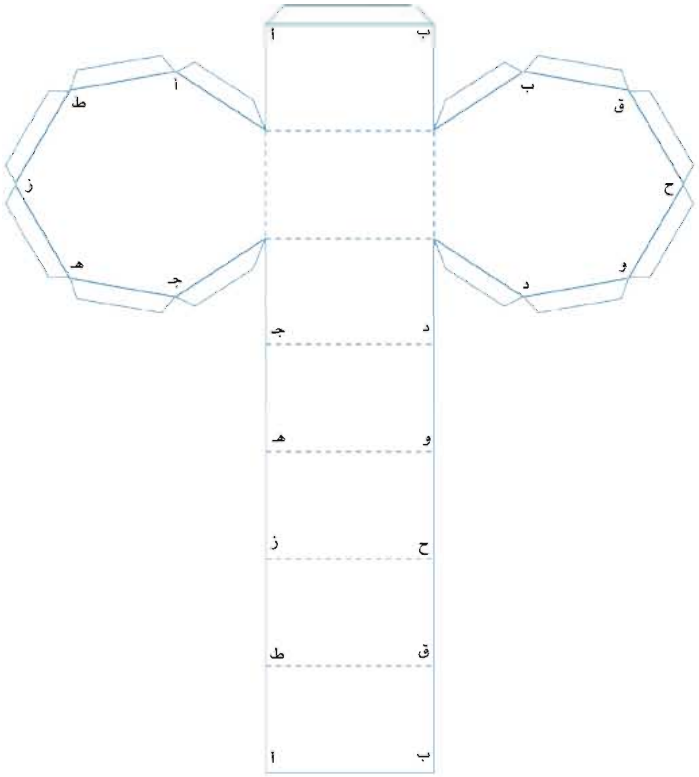


-3

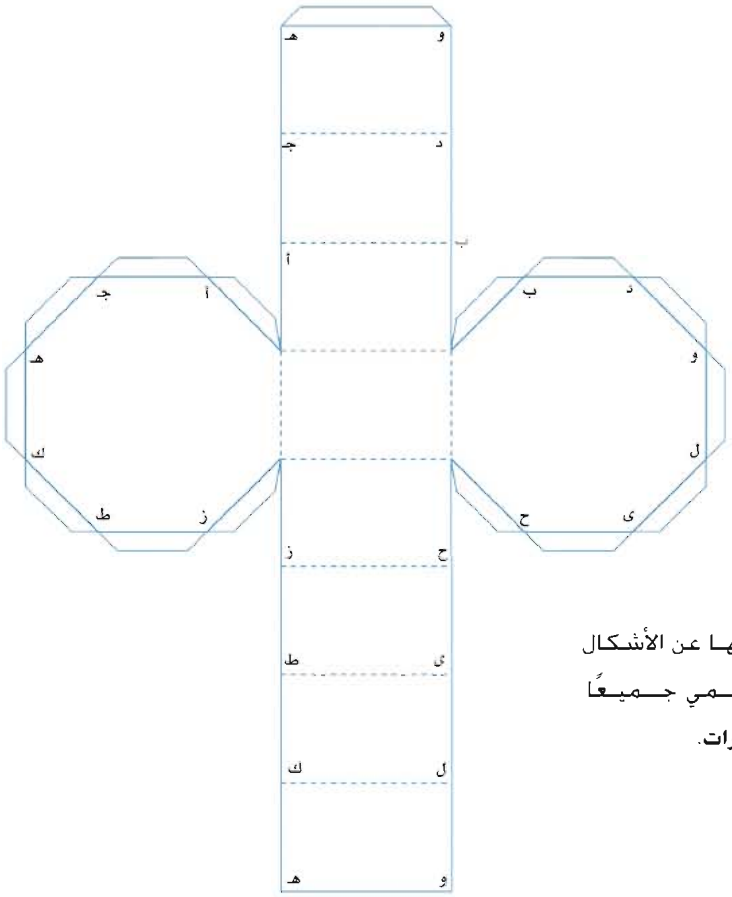


جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

-4



-5

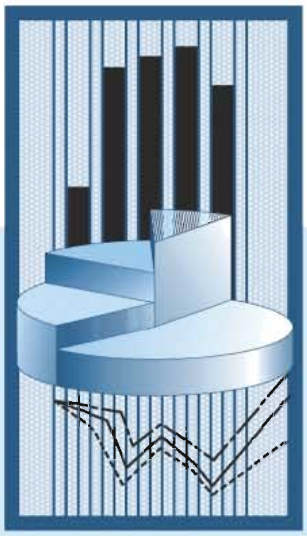


ما هي الصفة المميزة التي لاحظتها عن الأشكال ثلاثية الأبعاد التي كونتها؟ تنتمي جميعًا لمجموعة من المجسمات تسمى **المنشورات**.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

7

تمثيل البيانات الإحصائية
Statistical Presentations



نستخدم الأشكال البيانية لتمثيل البيانات الإحصائية. الشكل البياني هو صورة تمثل مجموعة من المعلومات، فيربنا بلمحة عاجلة العلاقة بين الأجزاء المختلفة لتلك المجموعة من البيانات. يكون عقد المقارنات بيانيًّا أسهل من المقارنة بين مجموعة كبيرة من الأعداد. وتوجد طرق كثيرة لعرض البيانات في شكل بياني، وسوف نبحث بعض أنواع الأشكال البيانية المختلفة.

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

- تفسر الصور البيانية.
- ترسم، وتفسر الأعمدة البيانية، والقطاعات الدائرية.
- ترسم، وتفسر المدرج التكراري.
- ترسم، وتفسر الخطوط البيانية.
- ترسم، وتفسر الأشكال المنقطة.
- ترسم، وتفسر شكل الأصل والفروع.

1-7 التمثيل البياني بالصور Pictograms or Pictographs

فيما يلي البيانات التي جمعت من تلاميذ أحد الفصول عن كيفية ذهابهم إلى المدرسة. تعرض عادة هذه البيانات في جدول كالآتي:

وسيلة الانتقال	عدد التلاميذ
حافلة	11
قطار	7
سيارة خاصة	3
دراجة	9

الأعداد في العمود الثاني تسمى **البيانات**.

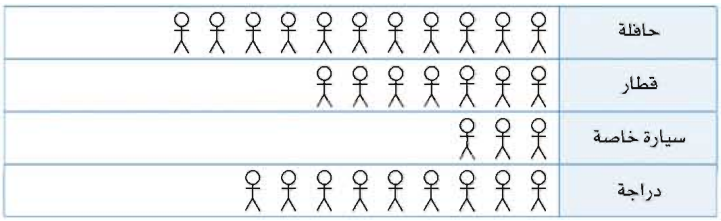
للإجابة عن أسئلة مثل:

- أي وسيلة انتقال هي الأكثر استخدامًا من قبل تلاميذ الفصل للوصول للمدرسة؟
- أي وسيلة انتقال هي الأقل استخدامًا من قبل التلاميذ؟

يتوجب علينا قراءة البيانات في الجدول بعناية.

ولكن إذا عرضت هذه البيانات بشكل بياني، تحتاج فقط إلقاء نظرة سريعة على الشكل البياني للإجابة عن هذه الأسئلة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



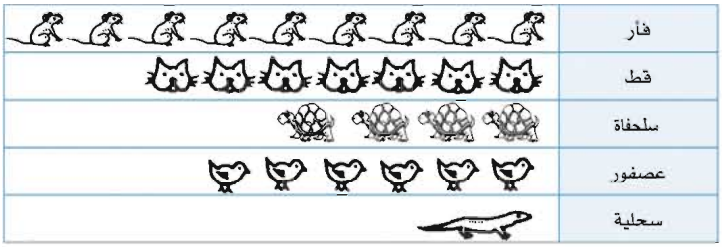
شكل (7 - 1)

نرى من الشكل أن وسيلة النقل الأكثر استعمالًا بواسطة التلاميذ هي الحافلة، بينما أقل الوسائل استخدامًا هي السيارة الخاصة.

الشكل البياني (7 - 1) يسمى **صورة بيانية**، أي أن الصورة استخدمت لتمثل البيانات. يمثل في هذه الحالة كل طفل شكل عصا.

يمثل طفلًا واحدًا.

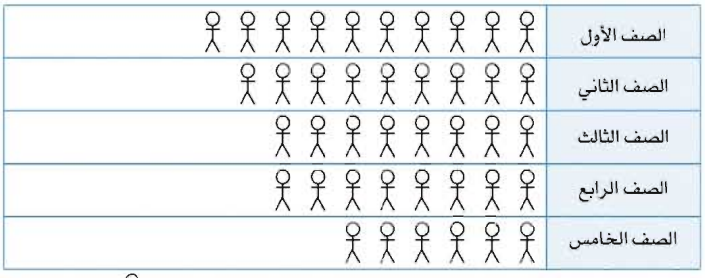
ويسمى هذا **مقياس رسم** الشكل البياني. ومن المهم جدًا توضيح مقياس الرسم على الشكل البياني وإلا يفقد الشكل البياني معناه. تذكر أن الشكل البياني يستخدم في قراءة المعلومات ولذا يجب أن يرسم بدقة. وهذا هو السبب فيما جاء من أن مقياس الرسم مهم جدًا. رأينا فيما سبق مثالًا للصورة البيانية في شكل (7 - 1). كان مقياس الرسم المستخدم في هذا المثال رمزًا يمثل طفلًا حيث كانت الرموز متطابقة في كل حالة. وعلى كل حال إذا استخدمنا رمزًا واحدًا ليمثل مفردة واحدة من مفردات البيانات يكون من الممكن استخدام رموز مختلفة. فمثلًا الصورة البيانية الآتية تمثل عددًا مختلفًا من الصغار التي تعيش في سفح تل.



نرى من هذه الصورة البيانية وجود 9 فئران، 7 قطط، 4 سلاحف ، 6 عصافير، سحلية واحدة في سفح التل، وبنظرة سريعة نرى أن أكثر الصغار عددًا في هذا الطريق الفئران بينما أقلها عددًا السحالي.

ويمكن أيضًا استخدام مقياس رسم مختلف تمامًا في الصورة البيانية. فمثلًا إذا أردنا تبيين عدد التلاميذ في كل صف من صفوف مدرسة باستخدام الرمز ويوجد 65 تلميذًا في الصف الأول، فإننا سوف نستغرق مدة طويلة لرسم 65 رمزًا، ونستغرق وقتًا كبيرًا لقراءة البيانات. فإذا كان الرمز الواحد يمثل أكثر من طفل فإن ذلك يسهل عملنا. نأمل على سبيل المثال الصورة البيانية الآتية (مقياس الرسم مبين أسفل الشكل).

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



مقياس الرسم: 🧍 يمثل 10 أطفال

صورة بيانية تمثل عدد الأطفال في مدرسة حسب الصف

لاحظ أنه لايزال بإمكاننا عقد المقارنات من الشكل البياني مثل: أكبر عدد من التلاميذ في الصف الأول، نفس العدد من التلاميذ في الصفين الثالث والرابع. إلا أنه إذا أردنا معرفة عدد تلاميذ كل صف بالضبط من الصورة البيانية يجب تذكر أن كل رمز يمثل 10 أطفال. وعلى ذلك يوجد عند الصف الأول 10 رموز، وبما أن كل رمز يمثل 10 أطفال فإنه يوجد 100 طفل في هذا الصف، بالمثل.

ملحوظة

$10 \times 10 = 100$

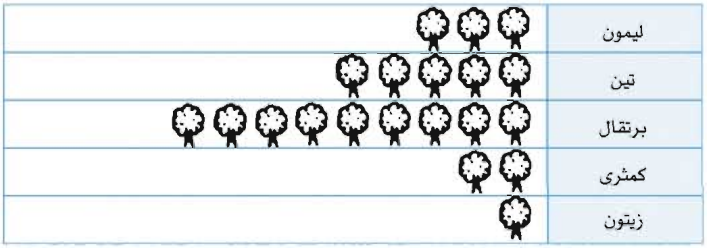
$9 \times 10 = 90$
$8 \times 10 = 80$
$8 \times 10 = 80$
$6 \times 10 = 60$

- في الصف الثاني 9 رموز تمثل 90 طفلاً.
- في الصف الثالث 8 رموز تمثل 80 طفلاً.
- في الصف الرابع 8 رموز تمثل 80 طفلاً
- في الصف الخامس 6 رموز تمثل 60 طفلاً.

مثال 1:

الصورة البيانية الآتية توضح عدد أشجار كل نوع في إحدى الحدائق.

مقياس الرسم المستخدم: كل 🌳 تمثل 4 شجرات.



أوجد:

(أ) نوع الشجر الأكثر شيوعًا في الحديقة.

(ب) نوع الشجر الأقل شيوعًا في الحديقة.

(جـ) عدد الأشجار من كل نوع.

إذا تم زراعة شجرتين أخريين من الكمثرى، وضح هذه المعلومة على الشكل البياني.

الحل

(أ) النوع الأكثر شيوعًا هو شجر البرتقال حيث يمثلها أكبر عدد من الرموز.

(ب) النوع الأقل شيوعًا هو شجر الزيتون حيث يمثلها أقل عدد من الرموز.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

(جـ) بما أن الرمز الواحد يمثل 4 شجرات، يجب علينا ضرب عدد الرموز × 4 لإيجاد عدد الشجر من كل نوع.

يوجد:

3 × 4 = 12 شجرة ليمون

5 × 4 = 20 شجرة تين

9 × 4 = 36 شجرة برتقال

2 × 4 = 8 شجرات كمثرى

1 × 4 = 4 شجرات زيتون

ملحوظة

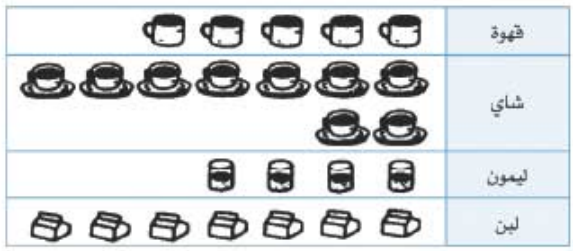
2 نصف 4

وبما أن كل رمز يمثل 4 شجرات ونريد عرض نصف هذا العدد فقط فيمكننا رسم نصف الرمز، 2 شجرة يمثلهما (نصف الرمز).

تمرين 7-أ

1- تبين الصورة البيانية نتيجة استطلاع رأي لمعرفة المشروب المفضل لدى عدد من الأشخاص.

المقياس: رمز واحد يمثل شخصًا واحدًا.



(أ) أي المشروبات هو الأكثر تفضيلًا؟

(ب) أي المشروبات هو الأقل تفضيلًا؟

(جـ) كم شخصًا يفضل؟

(i) القهوة؟

(ii) اللبن؟

(iii) الشاي؟

(iv) الليمون؟

(د) كم شخصًا تم استبيانهم في استطلاع الرأي؟

2- توضح الصورة البيانية الآتية عدد الأنواع المختلفة من وسائل النقل التي مرت أمام المدرسة من الساعة 8 صباحًا حتى الساعة 9 صباحًا في أحد الأيام.

(أ) أي نوع من وسائل النقل التي مرت أمام المدرسة كان الأكبر عددًا؟

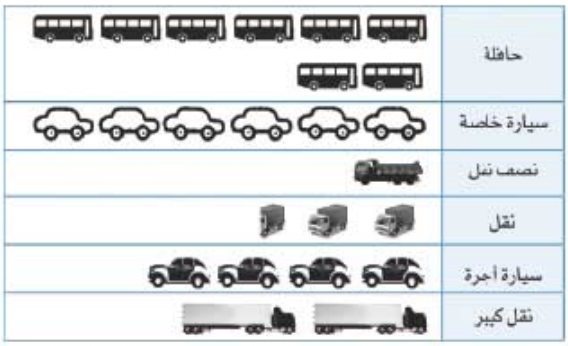
(ب) كم حافلة مرت أمام المدرسة؟

(جـ) كم سيارة خاصة مرت أمام المدرسة ؟

(د) كم سيارة نصف نقل مرت أمام المدرسة؟

(هـ) كم سيارة نقل كبير مرت أمام المدرسة؟

(و) كم عدد وسائل النقل جميعًا التي مرت أمام المدرسة؟



مفياس الرسم: تمثل وسيلتي نقل

3- توضح الصورة البيانية عدد التلاميذ الذين يدرسون آلة موسيقية في كل صف من صفوف المدرسة.

مفياس الرسم: تمثل 4 تلاميذ

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

(أ) أي الصفوف به أقل عدد من التلاميذ الذين يتعلمون الآلة الموسيقية؟

(ب) أي الصفوف به أكبر عدد من التلاميذ الذين يتعلمون الآلة الموسيقية وكم تلميذًا هناك؟

(جـ) كم تلميذًا يتعلمون الآلة الموسيقية في

(i) ص الثاني؟ (ii) ص الثالث؟

(د) كم تلميذًا في هذه المدرسة يتعلمون الآلة الموسيقية؟

4- توضح الصورة البيانية الآتية نتائج استطلاع رأي لمعرفة وسائل الانتقال التي يستخدمها الجمهور في الذهاب للعمل.

(أ) أي الأنواع:

(i) أكثر استخدامًا من الجمهور؟

(ii) أقل استخدامًا من الجمهور؟

(ب) كم فردًا يذهبون إلى عملهم

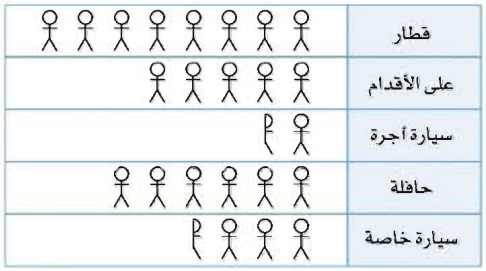
(i) سيرًا على الأقدام؟ (ii) بسيارة الأجرة؟

(جـ) أي نوع استخدمه:

(i) 36 فردًا؟ (ii) 21 فردًا؟

(iii) 48 فردًا؟

(د) كم فردًا تم استبيانهم في الاستطلاع؟



مقياس الرسم: يمثل 6 افراد

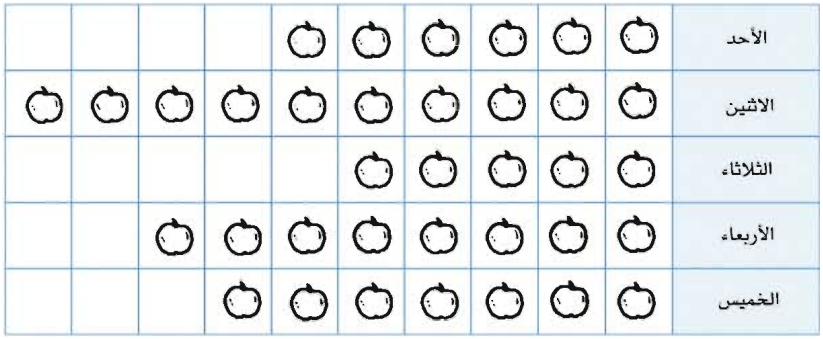
2-7 التمثيل البياني بالأعمدة (القضبان والأعمدة البيانية)

Bar charts (Bar Graphs and Column Graphs)

يستغرق رسم الصور البيانية وقتًا لأن رسم الرموز يجب أن يكون دقيقًا و متطابقًا. وسندرس الآن نوعًا آخر من الرسوم البيانية، شبه تبسيط للصورة البيانية.

ادرس الصورة البيانية الآتية (شكل 7 - 2أ) والتي توضح عدد التفاح الذي يبيعه مقصف المدرسة يوميًّا خلال أسبوع واحد.

عدد التفاح المبيع



شكل (7 - 2أ)

المقياس : تمثل تفاحتين.

لتجنب مشقة رسم الرمز في كل مربع يكون من الأسهل تظليل كل مربع داخله رمز.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

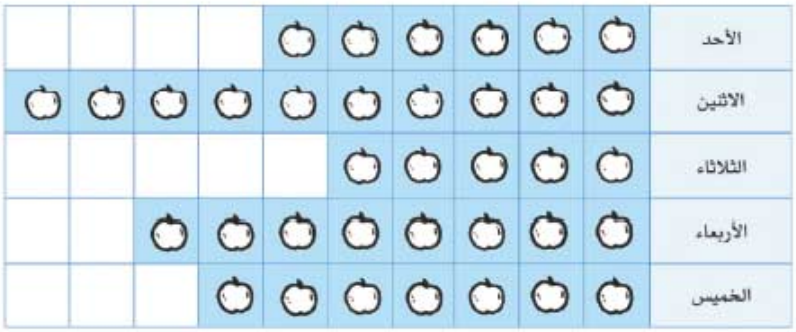
يوضح شكل (7 - 2ب) الآتي استخدام المربع المظلل بدلًا من رمز التفاحة. ويحتوي الشكل الناتج قضبانًا أفقية لها نفس العرض.

والمقياس هو : يمثل تفاحتين.

وإذا رسمنا على ورقة مربعات مقسمة سنتيمترات، فإن كل 1 سم يمثل 2 تفاحة.

ملحوظة

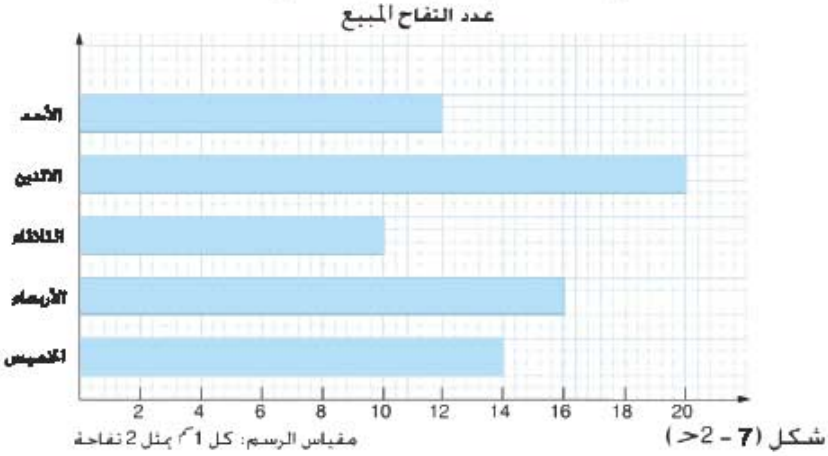
والخط الخفيف حول رمز التفاحة موضح في كل مربع ليدل على أن كل مربع يحل محل رمز تفاحة واحدة.



شكل 7 - 2ب

عدد التفاح المبيع

ويسمى الشكل البياني (7 - 2حـ) **القضبان البيانية**، وتم رسمه بمقياس رسم مبين على طول القضبان بدلاً من تقسيمها إلى مربعات. يعتبر هذا المحور الأفقي للشكل البياني بينما يعنون كل صف في المحور الرأسي بيوم من أيام الأسبوع.



شكل (7 - 2حـ)

مقياس الرسم: كل 1 سم يمثل 2 تفاحة

ملحوظة

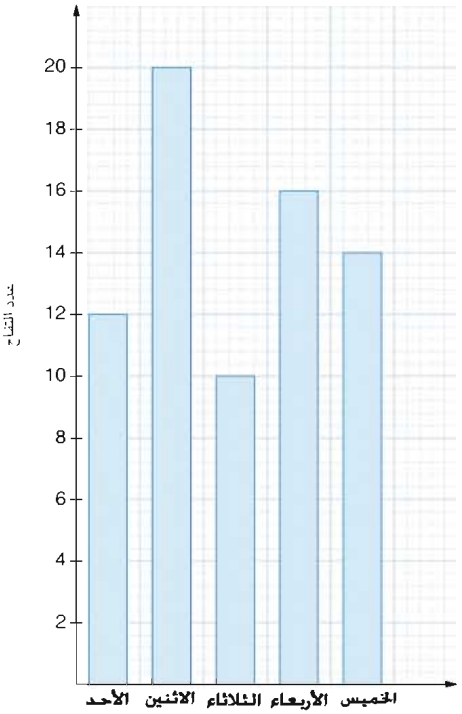
فمثلًا إذا مثلت تفاحة 4 تفاحات يكون من الصعب رسم ربع تفاحة لتمثل تفاحة واحدة مبيعة.

لاحظ أنه من السهل قراءة البيانات وعقد المقارنات من خلال **القضبان البيانية** كما كان الحال في الصورة البيانية شكل (7 - 2أ). طبعًا عند الرسم على ورقة المربعات البيانية، فإن هذا النوع من الشكل البياني يكون دقيقًا جدًا لأن كسر المقياس يوضح بسهولة أكثر، وهو أسرع عند الرسم وأسهل.

شكل القضبان البيانية الذي ناقشناه أعلاه هو الرسم بالقضبان الأفقية.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

ونستخدم لرسم **الأعمدة الرأسية البيانية** نفس الفكرة التي استخدمناها عند رسم القضبان الأفقية، فيما عدا أن الأعمدة تكون رأسية بدلاً من القضبان الأفقية. والشكل التالي يوضح الشكل البياني بالأعمدة الرأسية:



لاحظ أن القضبان الأفقية أصبحت أعمدة رأسية وأن مقياس الرسم أصبح في الجهة اليسرى من الشكل يوازي الأعمدة الرأسية. يسهل ذلك رؤية عدد التفاح المبيع في كل يوم من أيام الأسبوع. يعتبر مقياس الرسم هذا المحور الرأسي بينما يمثل المحور الأفقي الأيام.

∴ العمود البياني هو الشكل البياني بالأعمدة الرأسية.

وكما رأينا فإن كلًّا من الشكل البياني بالقضبان الأفقية، والشكل البياني بالأعمدة الرأسية يتكونان من محورين: المحور الأفقي، والمحور الرأسي.

في الشكل البياني بالقضبان الأفقية تكون القضبان أفقية ويجب وضع مقياس الرسم الذي يوازي القضبان على المحور الأفقي. في الشكل البياني بالأعمدة الرأسية تكون الأعمدة رأسية ويجب وضع مقياس الرسم الذي يوازي الأعمدة على المحور الرأسي.

تذكر أنه في نوعي الشكل البياني يجب أن يكون عرض الأعمدة في الشكل البياني بالأعمدة الرأسية هو نفسه لكل عمود، وأن يكون عرض القضبان في الشكل البياني بالقضبان الأفقية هو نفسه لكل قضيب. ولما كانت الدقة مطلوبة عند رسم الشكل البياني من النوعين، فإننا نستخدم ورقة مربعات مقسمة إلى سنتيمترات مربعة ثم إلى 2 ملليمترات مربعة كما هو موضح في مثال (2) الآتي.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

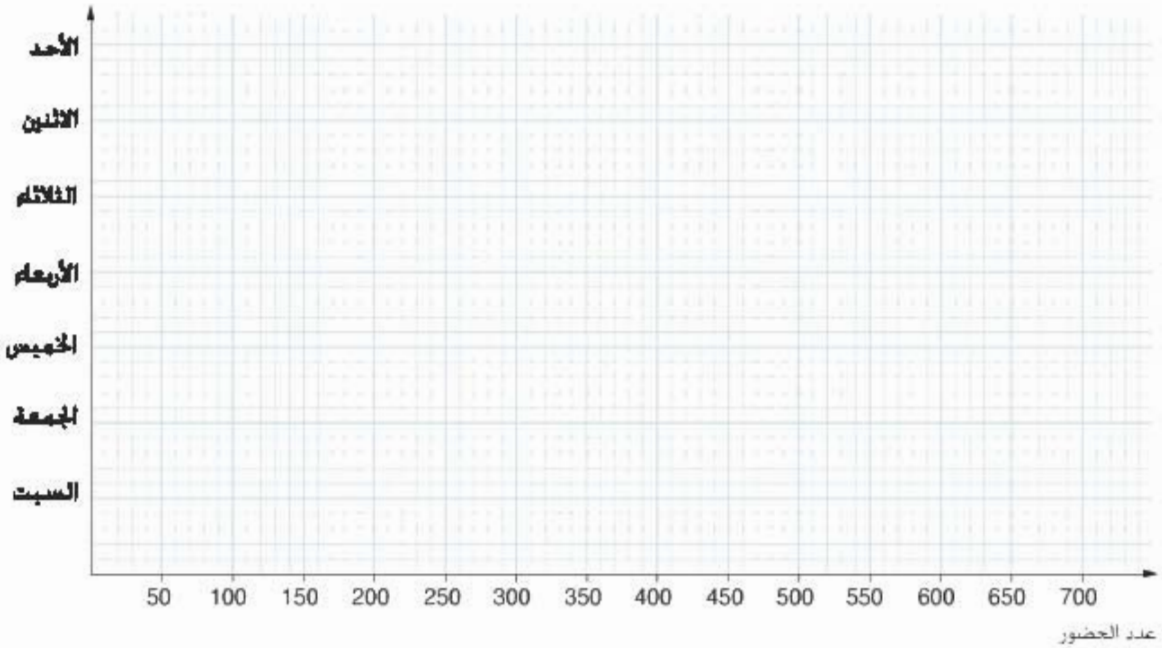
مثال 2:

مثل بيانيًّا بالقضبان الأفقية عدد الأفراد الذين حضروا المسرحية في أيام مختلفة من أحد الأسابيع (استخدم مقياس الرسم 1 سم لكل 50 فردًا).

اليوم	عدد الأفراد
الأحد	350
الاثنين	270
الثلاثاء	500
الأربعاء	605
الخميس	695
الجمعة	655
السبت	520

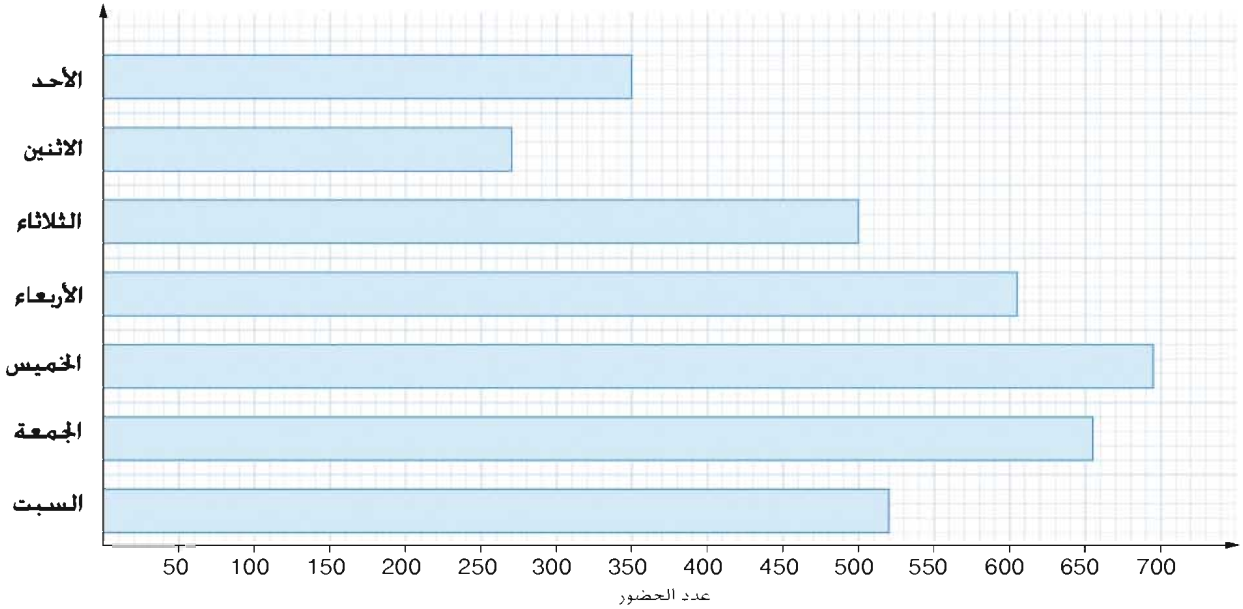
الحل

الخطوة الأولى نكون برسم المحورين وعنونتهما وبما أنه تمثيل بياني بالقضبان الأفقية فإن المحور الأفقي يوضح المقياس بينما يبين المحور الرأسي أيام الأسبوع.



تذكر أنه بطول المحور الأفقي، كل 1 سم مقسم إلى 5 أجزاء متساوية. وبما أن مقياس الرسم 1 سم يمثل 50 فردًا، فإن كل جزء صغير يمثل 10 أفراد، ثم نرسم القضبان لإكمال الشكل.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



مثال 3:

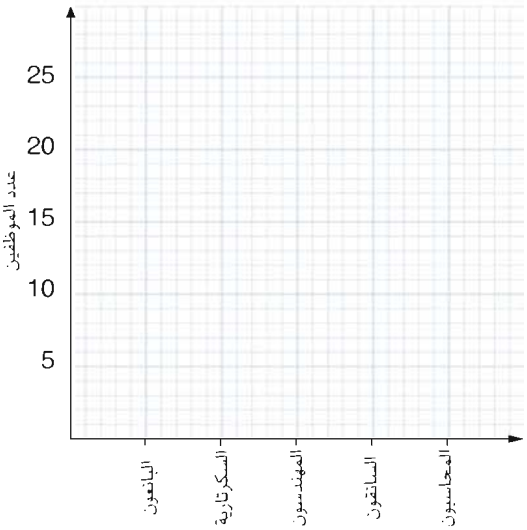
يمثل الجدول الآتي عدد الموظفين العاملين بإحدى الشركات:

الموظف	بائع	سكرتير	مهندس	سائق	محاسب
العدد	24	8	6	14	4

مثل بالأعمدة الرأسية البيانات السابقة (استخدم مقياس رسم 1 سم لكل 5 موظفين).

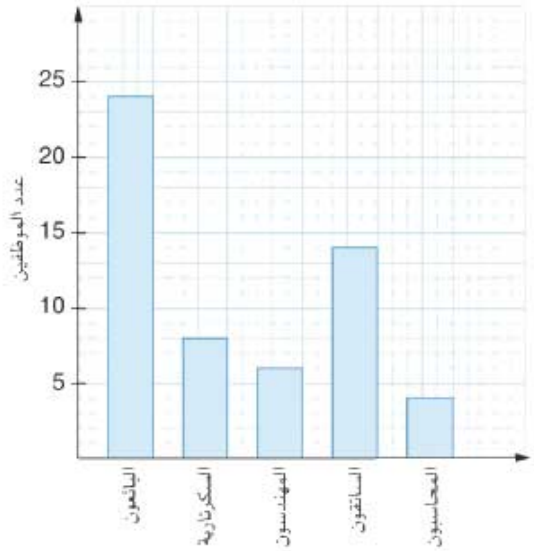
الحل

كما في حالة الشكل بالقضبان الأفقية نرسم أولاً المحورين على الورقة البيانية ونعنونهما، إلا أنه في حالة الشكل البياني بالأعمدة الرأسية فإن مقياس الرسم يبين على المحور الرأسي بينما يبين المحور الأفقي نوع الوظيفة.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

بـمـا أن مـقـيـاس الرسم هو 1 سم لكل 5 موظفين، فكل جزء صغير يمثل موظفًا واحدًا. ارسم الأعمدة لتكمل الشكل البياني بالأعمدة.



تمرين 7-ب

1- يبين الشكل البياني بالقضبان الأفقية عدد الفئران التي أمسكت بها قطة مريم خلال فترة 6 أشهر.

(أ) في أي شهر أمسكت القطة بأكبر عدد من الفئران؟

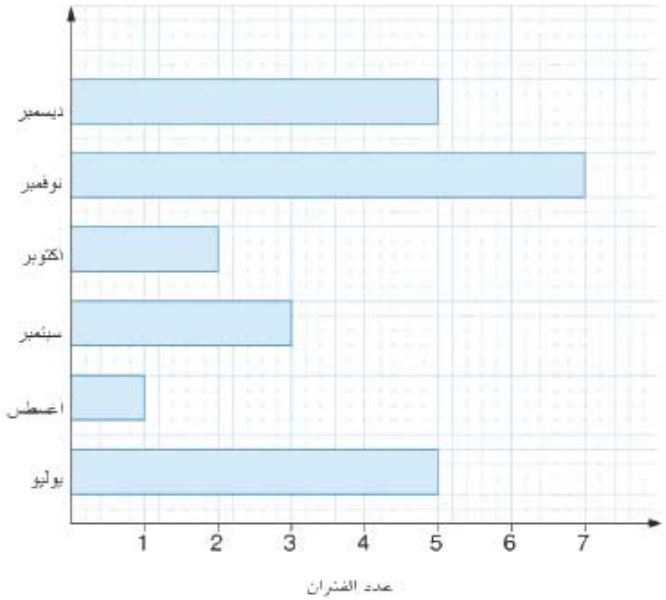
(ب) في أي شهر أمسكت القطة بأقل عدد من الفئران؟

(جـ) بكم فأرًا أمسكت القطة في
(i) أغسطس .
(ii) أكتوبر ؟

(د) في أي شهر (شهور) أمسكت القطة
(i) 5 فئران. (ii) فأرًا واحدًا؟

(هـ) بكم فأرًا أمسكت القطة خلال 6 شهور؟

(و) ما مقياس الرسم الذي استعمل على المحور الأفقي؟



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2- جمع محل تسوق بيانات عن عدد الأقراص المغنطة المبيعة خلال فترة من الزمن. هذه البيانات مبينة في الشكل البياني الآتي بالأعمدة والذي يوضح متوسط عدد الأقراص التي بيعت كل أسبوع.

(أ) أي نوع من الأقراص كان مفضلًا؟

(ب) أي نوع من الأقراص كان الأقل مبيعًا؟

(جـ) ما مقياس الرسم الذي رسم به المحور الرأسي؟ كم قرصًا يمثله الجزء الأصغر (2م)؟

(د) كم قرص موسيقا كلاسيكية بيع في المتوسط كل أسبوع؟

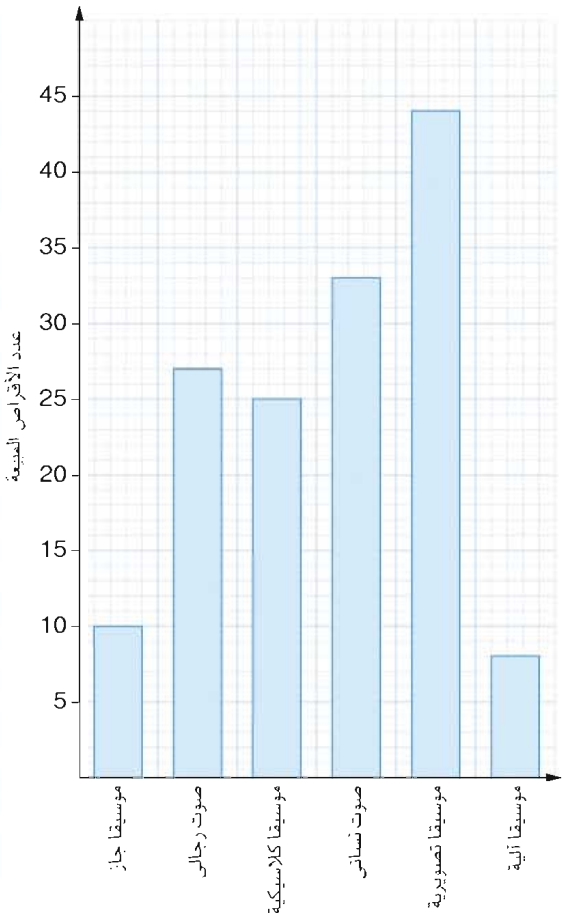
(هـ) كم قرصًا (بصوت نسائي) بيع في المتوسط كل أسبوع؟

(و) أي الأقراص لها متوسط بيع:

(i) 27 نسخة (ii) 8 نسخ

كل أسبوع؟

(ز) كم قرصًا في المتوسط يبيعه المحل كل أسبوع؟



3- قطع مصنع للورق العدد الآتي من الأشجار خلال الفترة من أبريل إلى سبتمبر.

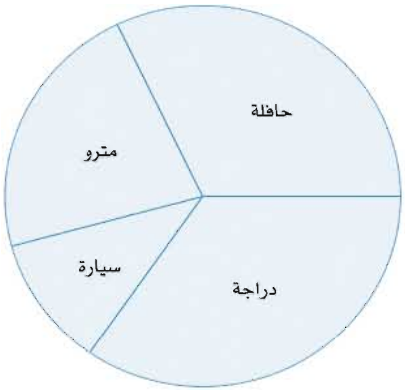
الشهر	عدد الأشجار
أبريل	200
مايو	160
يونيو	280
يوليو	100
أغسطس	240
سبتمبر	300

مستخدمًا مقياس رسم 1 سم لكل 50 شجرة ارسم الشكل البياني بالأعمدة الرأسية لتوضيح البيانات السابقة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3-7 التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية Pie Charts

التمثيل **بالقطاعات الدائرية** هو طريقة أخرى لتوضيح البيانات بشكل تصويري، ومثال للقطاعات الدائرية مبين في الشكل (7 - 3). يوضح هذا الشكل أنواع المواصلات التي يستخدمها بعض التلاميذ في الذهاب للمدرسة.



شكل (7-3)

يختلف التمثيل بالقطاعات الدائرية عن الأنواع الأخرى لتمثيل البيانات والتي سبق لك دراستها، فهو لا يتطلب ورقة رسم بياني وليس له مقياس رسم.

وهو مناسب لتوضيح ومقارنة الكسور (أو التناسب) والتي هي جزء من كل. ويتضح لنا على سبيل المثال بنظرة سريعة للقطاعات الدائرية أن حوالي $\frac{1}{3}$ التلاميذ يذهبون إلى المدرسة بالحافلة.

عدد التلاميذ الذين يستخدمون وسيلة معينة من وسائل المواصلات مثل بمساحة القطاع الدائري المعين، أي أن عدد التلاميذ يتناسب مع مساحة القطاع.

وبما أن $\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\text{قياس زاوية القطاع}}{360^\circ}$

فإن زاوية القطاع تتناسب أيضًا مع مساحة القطاع.

∴ نستطيع استخدام قياس زاوية القطاع ليمثل عدد التلاميذ.

ارجع إلى البيانات في الجزء (7 - 1) عن أنواع وسائل الانتقال التي يستعملها التلاميذ للذهاب إلى المدرسة.

نوع وسيلة الانتقال	عدد التلاميذ
حافلة	11
قطار	7
سيارة	3
دراجة	9

مثلنا إجمالي عدد مجموع التلاميذ وهو 30 بدائرة كاملة قياس زاويتها 360° عند المركز. بما أن 11 تلميذًا من 30 يذهبون إلى المدرسة بالحافلة

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

فإننا نمثل هذا بقطاع مساحته $\frac{11}{30}$ من مساحة الدائرة.

∴ قياس زاوية قطاع "الحافلة" = $\frac{11}{30} \times 360^\circ$

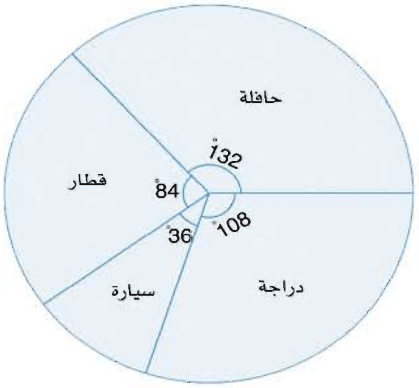
$= 132^\circ$

ولكي نبسط عرض الحسابات لكل القطاعات نستخدم جدولًا كالآتي:

نوع وسيلة الانتقال	عدد التلاميذ	الجزء الكسري	قياس زاوية القطاع
حافلة	11	$\frac{11}{30}$	$\frac{11}{30} \times 360^\circ = 132^\circ$
قطار	7	$\frac{7}{30}$	$\frac{7}{30} \times 360^\circ = 84^\circ$
سيارة	3	$\frac{3}{30}$	$\frac{3}{30} \times 360^\circ = 36^\circ$
دراجة	9	$\frac{9}{30}$	$\frac{9}{30} \times 360^\circ = 108^\circ$
المجموع	30	$\frac{30}{30} = 1$	360°

المجموع في الصف الأخير للتأكد من أن مجموع قياسات الزوايا = 360°.

نرسم بعد ذلك دائرة كبيرة ونستخدم المنقلة لقياس الزوايا المطلوبة للقطاعات، ثم نعنون القطاعات الدائرية بالكامل.



شكل (7-4)

شكل (7 – 4) أنواع وسائل المواصلات التي يستخدمها بعض التلاميذ للذهاب إلى المدرسة

يمكنك استخدام الحاسوب وبرامج الأشكال البيانية للحصول على التمثيل بالقطاعات الدائرية ملونة بالكامل.

عند عرض معلومات بالقطاعات الدائرية للجمهور، لا تكتب الزوايا لأنها لا تكون ذات دلالة. إلا أنه في الرياضيات، تكتب قياسات الزوايا للدقة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 4:

استغرق تلميذ خلال يوم ما، 8 ساعات في النوم، 6 ساعات في الدراسة، ساعتين في تناول الطعام، 3 ساعات في التريض والساعات الباقية في الراحة، وضح هذه الأنشطة بالتمثيل بالقطاعات الدائرية.

الحل

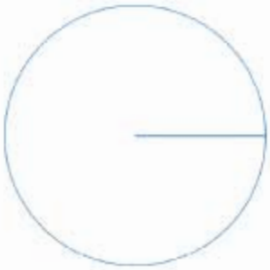
خطوة (1) كون جدول قياسات الزوايا للقطاعات كالآتي:

النشاط	الزمن المستغرق (بالساعات)	قياس زاوية القطاع
النوم	8	$\frac{8}{24} \times 360^\circ = 120^\circ$
الدراسة	6	$\frac{6}{24} \times 360^\circ = 90^\circ$
الطعام	2	$\frac{2}{24} \times 360^\circ = 30^\circ$
رياضة	3	$\frac{3}{24} \times 360^\circ = 45^\circ$
راحة	5	$\frac{5}{24} \times 360^\circ = 75^\circ$
المجموع	24	360°

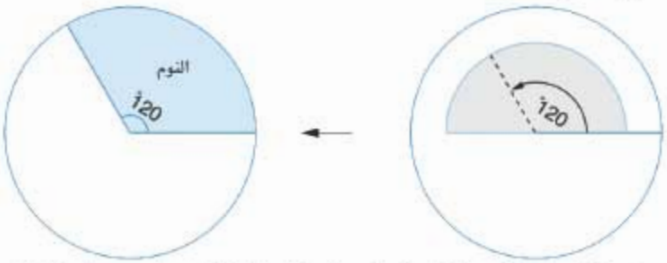
ملحوظة

نصف قطر أقفي ملائم لبدء العمل

خطوة (2) ارسم دائرة كبيرة (تمثل اليوم كاملًا) وارسم داخلها نصف قطر.

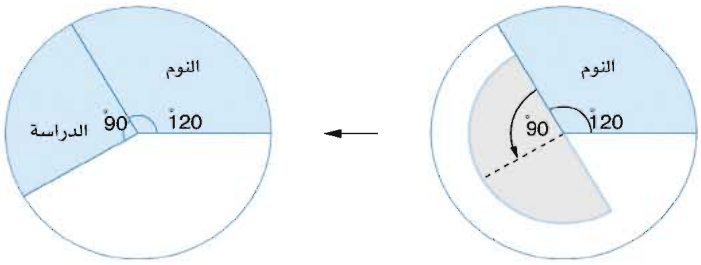


خطوة (3) ضع خط صفر المنقلة على نصف القطر، وارسم زاوية قياسها 120° تمثل قطاع "النوم".



والآن ضع خط الصفر للمنقلة على نصف القطر الثاني، وارسم زاوية قياسها 90° **تمثل قطاع زمن "الدراسة".**

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



استمر بهذه الكيفية حتى تمثل كل قطاع في الدائرة.

ويكون تمثيل القطاعات الدائرية لنشاط التلميذ على النحو التالي:

نشاط التلميذ خلال اليوم

مثال 5

مجموعة من 200 طالب، بعضهم عمره 12 سنة، وبعضهم 13 سنة، والباقي عمره 14 سنة. النسب المئوية للذين أعمارهم 12 ، 13 ، 14 مبينة في الجدول الآتي:

العمر	12 سنة	13 سنة	14 سنة
النسبة المئوية	% 25	% 65	%10

ارسم الشكل البياني بالقطاعات الدائرية الذي يمثل هذه البيانات.

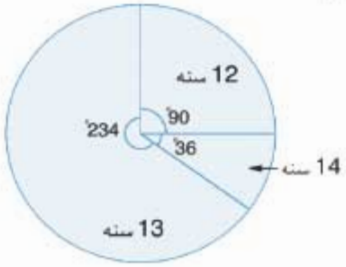
الحل

اكتب أولًا النواتج لقياسات زوايا القطاعات في جدول كالآتي:

العمر	النسبة المئوية	قياس زاوية القطاع
12 سنة	% 25	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
13 سنة	% 65	$\frac{65}{100} \times 360^\circ = 234^\circ$
14 سنة	% 10	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
المجموع	% 100	360°

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

∴ يكون التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية لمختلف مجموعات التلاميذ كالآتي:



مثال 6:

يبيع مخبز أرغفة خبز كبيرة، وأخرى صغيرة، وكعك، ومرطبات. يمثل الشكل البياني الآتي بالقطاعات الدائرية أعداد كل من هذه الأنواع التي بيعت في أحد الأيام.

(أ) ضع عدد قطع مرطبات التي بيعت في صورة كسر عادي من العدد الكلي للأنواع التي بيعت.

(ب) بفرض أنه قد بيع 80 قطعة مرطبات، احسب عدد الأرغفة الصغيرة التي بيعت.

(جـ) بفرض أن عدد الأرغفة الكبيرة التي بيعت ضعف عدد قطع الكعك المبيع احسب قياس زاوية القطاع الدائري الذي يمثل عدد الأرغفة الكبيرة التي بيعت.

الحل

(أ) الكسر المطلوب = $\frac{20^\circ}{360^\circ}$

$= \frac{1}{18}$

(ب) 20° تمثل 80 قطعة مرطبات.

∴ 130° تمثل $\frac{130^\circ}{20^\circ} \times 80 = 520$ رغيفًا صغيرًا.

(جـ) عدد الأرغفة الكبيرة : عدد قطع الكعك = 2 : 1

قياس الزاوية الكلية للقطاعين = $360^\circ - 130^\circ - 20^\circ$

$= 210^\circ$

∴ قياس زاوية قطاع الأرغفة الكبيرة = $\frac{2}{3} \times 210^\circ$

$= 140^\circ$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 7-جـ

1- في يوم رياضي، يشترك فيه كل متنافس في نوع واحد من الرياضات، كان لإحدى الفرق الرياضية 40 متنافساً:

28 في الجري	2 للوثب العالي
5 للوثب الطويل	3 لرمي الجلة
2 للتصويب	

انقل الجدول الآتي ثم أكمله وارسم القطاعات الدائرية التي تمثل البيانات الآتية:

المتنافسون	العدد	قياس زاوية القطاع
الجري	28	
الوثب العالي	2	
الوثب الطويل	5	
رمي الجلة	3	
التصويب	2	$\frac{2}{40} \times 360^\circ = 18^\circ$
المجموع	40	

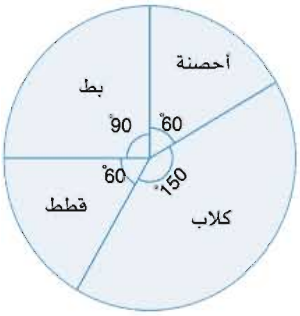
2- في أحد الأيام وعند الساعة 6 مساءً كانت خيارات برامج الإذاعة كالآتي: الأخبار، عرض رياضي، برنامج فكاهي، مسلسل. وكانت أعداد المشاهدين كما يلي:

30% يشاهدون الأخبار
10% يشاهدون البرنامج الفكاهي
5% يشاهدون العرض الرياضي
55% يشاهدون المسلسل

مثل البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية.

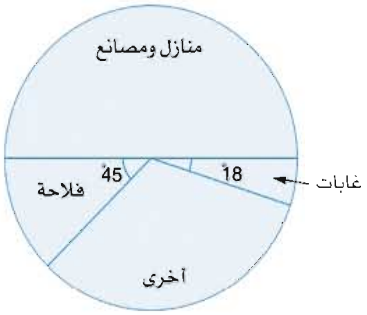
3- لكل من القطاعات الدائرية الآتية، انقل ثم أكمل الجدول المقابل:

(أ)



الحيوانات	كسر الحيوانات	النسبة المئوية
أحصنة		
كلاب		
قطط		
بط		

4- يوضح الشكل البياني الآتي توزيع أرض إحدى البلاد.



(أ) احسب قياس زاوية القطاع المميزة بكلمة "أخرى".

(ب) ما النسبة المئوية للأرض المستعملة للفلاحة؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

4-7 التوزيعات التكرارية للبيانات غير المجمعة

Frequency Distributions for Ungrouped Data

أعداد الأهداف التي أحرزها 90 فريقًا بدوري كرة القدم في أحد أيام الجمعة بيانها كالآتي:

0	3	0	0	0	2	1	1	1	0
1	3	1	1	1	0	2	2	1	4
2	1	1	2	0	0	0	0	0	5
2	2	2	1	3	0	0	2	1	1
2	1	0	1	4	0	1	6	3	3
0	0	1	3	0	1	0	2	0	2
2	5	3	2	3	0	0	1	1	3
0	1	0	2	3	1	1	1	1	0
1	4	5	0	2	2	1	2	2	3

من الصعب جدًا استخلاص أي معلومات من البيانات كما عرضت أعلاه، لذا تعتبر أول مهمة عند التعامل مع مجموعة من الأعداد وضعها في صورة أكثر سلاسة. علينا إيجاد **تكرار** وقوع نتيجة المباراة، أي عدد مرات ظهور كل نتيجة ويتم ذلك باستعمال علامات، تشير كل منها إلى نتيجة واحدة. الصف الأول من الأهداف وضحناه فيما يلي:

عدد الأهداف	العلامات
0	𝍸
1	𝍸 |
2	|
3	|
4	
5	
6	

ملحوظة: يوجد خمسة فرق لم تحرز أهدافًا، بدلاً من وضع ||||| نستخدم الخامس (/) ليقطع الأربعة الأخرى، أي 𝍸. تعرف هذه الرموز بالحزمة، وتسهل علينا عملية إيجاد المجموع الكلي في النهاية.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

لكل الفرق (90 فريقًا) يكون التوزيع التكراري كما يلي :

عدد الأهداف	العلامات	التكرار
0	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	26
1	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	27
2	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||||	19
3	𝍸 𝍸 𝍸 |	11
4	|||	3
5	|||	3
6	|	1
		المجموع = 90

يطابق شكل (6-5) مجموع العلامات عدد مرات (التكرار) النتائج التي سجلت. لذا يسمى الجدول السابق **جدول تكرارات**.

ملحوظة

نرى في الحال أن خمس مجموعات من خمس فرق + فرقة = 26 فرقة لم تسجل أي أهداف.

راجع المجموع في الجدول التكراري للتأكد من أننا لم ننس أية نتائج.

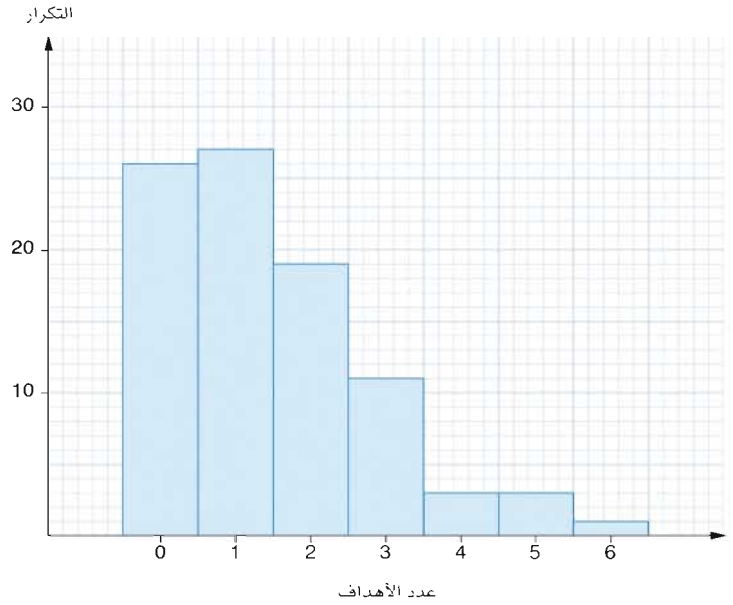
5-7 المدرج التكراري Histograms

التوزيع التكراري للجدول التكراري يمكن تمثيله **بمدرج تكراري**. تُمَثَّل التكرارات في المدرج التكراري بمساحة كل عمود مستطيل، والفرق بين المدرج التكراري والتمثيل البياني بالأعمدة هو أن المدرج التكراري يرتبط دائمًا بالبيانات في التوزيع التكراري (كما هو مبين على المحور الأفقي للمدرج التكراري) في حين يمكن أن يرتبط التمثيل بالأعمدة أو لا يرتبط بالتوزيع التكراري.

يمكن أن نستخدم في هذا المثال ارتفاع كل عمود ليمثل التكرارات لأن الأعمدة متساوية العرض.

ملحوظة

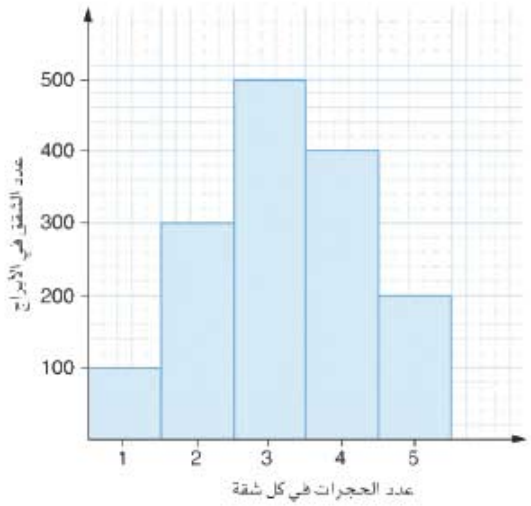
حالة عدم تساوي العرض سوف تعالج في كتاب الصف الأول الثانوي.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 7:

يوضح المدرج التكراري الآتي توزيع الشقق ببعض الأبراج السكنية في إحدى المناطق.



احسب :

(أ) العدد الكلي للشقق.

(ب) العدد الكلي للحجرات.

(جـ) متوسط عدد الحجرات في كل شقة.

الحـل

(أ) المجموع الكلي للشقق

$= 100 + 300 + 500 + 400 + 200$

$= 1500$

(ب) المجموع الكلي للحجرات

$= (1 \times 100) + (2 \times 300) + (3 \times 500) + (4 \times 400) + (5 \times 200)$

$= 100 + 600 + 1500 + 1600 + 1000$

$= 4800$

(جـ) متوسط عدد الحجرات في الشقة

$= \frac{\text{العدد الكلي للحجرات}}{\text{العدد الكلي للشقق}}$

$= \frac{4800}{1500}$

$= 3.2$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 7-د

1- يحتوي صندوق على 4 كرات صفراء، و6 سوداء. سحبت أربع كرات عشوائيًّا من الصندوق وتعاد كل كرة قبل سحب التالية. أعيدت هذه التجربة 50 مرة، وفي كل مرة تعد الكرات الصفراء ضمن الأربع المسحوبة. توضح البيانات الآتية عدد الكرات الصفراء التي حصلنا عليها في كل مرة من المرات الخمسين.

1	0	2	1	0	1	1	0
1	2	1	0	2	1	2	1
1	1	0	3	1	4	0	1
1	2	0	1	2	2	0	1
3	0	1	1	2	3	0	2
0	2	1	0	2	3	2	1
						1	2

(أ) ما العدد الأكبر من الكرات الصفراء في أي سحبة من 4 كرات؟

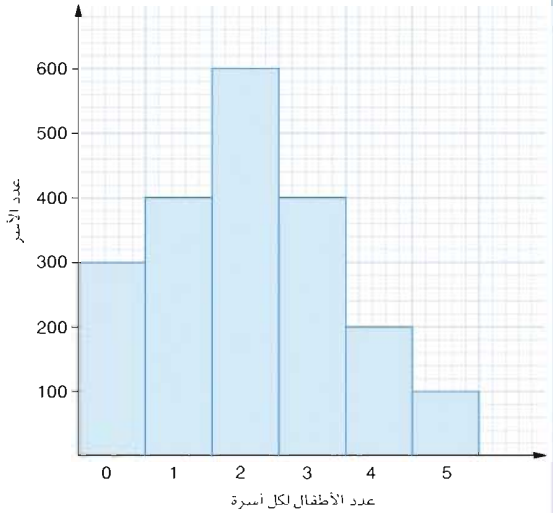
(ب) ما أصغر عدد من الكرات الصفراء في أي سحبة من 4 كرات؟

(جـ) انقل الجدول الآتي ثم أكمله:

عدد الكرات الصفراء	العلامات	التكرارات
0		
1		
2		
3		
4		
	المجموع =	

(د) مَثِّل هذه البيانات بمدرج تكراري.

2- يوضح المدرج التكراري نتيجة دراسة مسحية عن عدد الأطفال لكل أسرة في إحدى المناطق السكنية



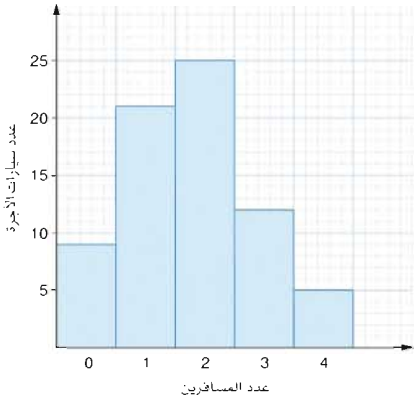
احسب:

(أ) عدد الأسر التي تمت عليها الدراسة.

(ب) العدد الكلي للأطفال.

(جـ) متوسط عدد الأطفال لكل أسرة.

3- يوضح المدرج التكراري الآتي نتيجة دراسة مسحية عن عدد ركاب كل سيارة أجرة خلال فترة معينة في منطقة سكن إداري.



احسب:

(أ) عدد سيارات الأجرة التي تمت عليها الدراسة.

(ب) العدد الكلي للركاب.

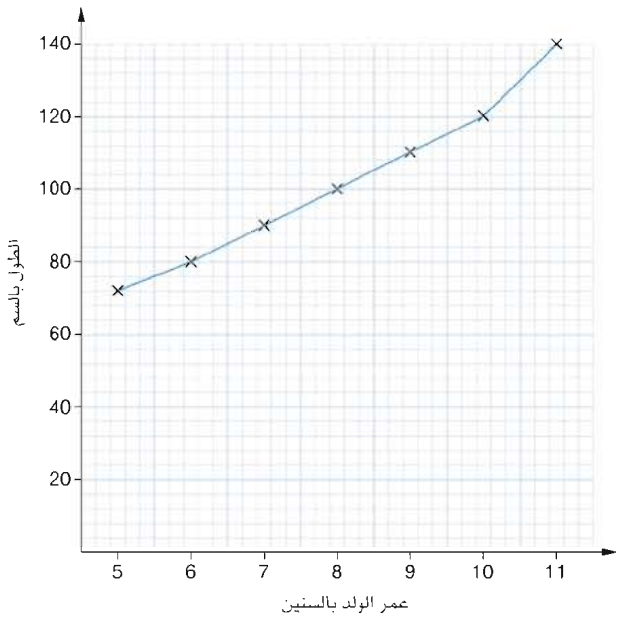
(جـ) قياس زاوية القطاع الدائري مثلاً سيارات الأجرة ذات الراكب الواحد.

(د) النسبة المئوية لسيارات الأجرة التي تحمل على الأقل 2 من الركاب.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6-7 التمثيل البياني بالخط المنكسر

Line Graphs



استعملت معظم الأشكال البيانية التي درسناها لعقد مقارنات، مثل أيهما الأكبر، أو أيهما الأصغر....إلخ. وسندرس الآن نوعًا آخر من الأشكال البيانية والتي تستعمل أكثر في مجالات الأعمال للنظر إلى الاتجاه أو الميل، مما يعني أنه يستعمل للبحث عن **النمط العام** للأشياء مثل أرباح الشركة، أو التكاليف، أو الوظائف. يسمى هذا النوع من التمثيل البياني **التمثيل البياني بالخط المنكسر**، وكما يدلنا الاسم هو عبارة عن خط يصل النقط المعطاة في البيانات ببعضها البعض.

من الخط المنكسر المبين نجد اتجاه الخط إلى أعلى، وفي الحقيقة يمكن القول بأن **الاتجاه** في طول الولد خلال الفترة يزداد زيادة ثابتة.

مثال 8

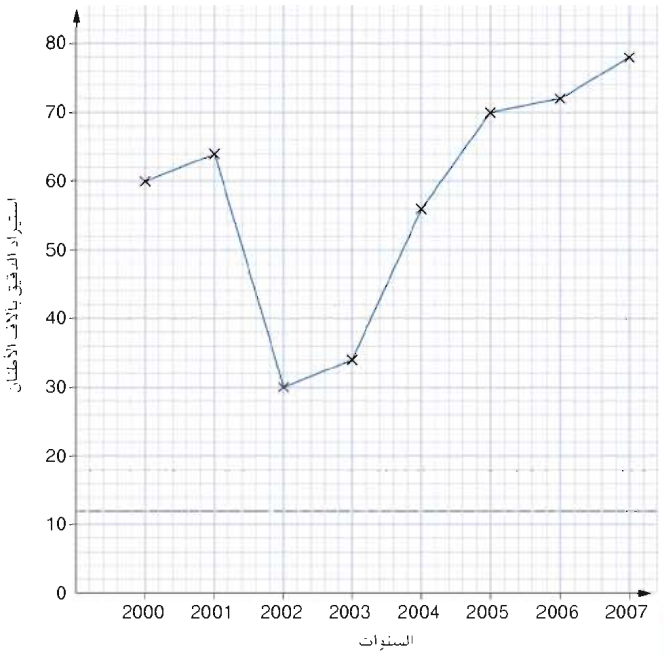
استخدم الخط المنكسر أدناه للإجابة عن الأسئلة الآتية:

(أ) كم طنًا من الدقيق تم استيرادها خلال عام 2000؟

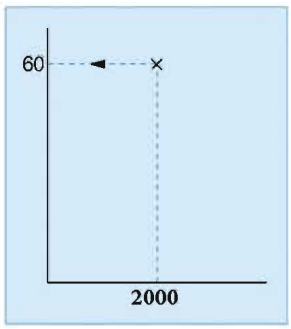
(ب) كم طنًا من الدقيق تم استيرادها خلال عام 2004؟

(جـ) ماذا حدث في اعتقادك خلال عام 2002؟

(د) ما الاتجاه العام لاستيراد الدقيق منذ عام 2002؟



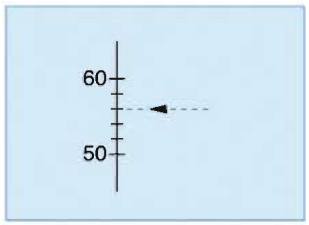
الحل



(أ) انظر إلى النقطة التي تقع مباشرة فوق 2000، ثم اقرأ المقابل لها على المقياس الرأسي تجد العدد 60. ليس معنى ذلك أن 60 طنًا من الدقيق فقط تم استيرادها، ولكن 60 ألف طن. وعلى ذلك في عام 2000 تم استيراد 60000 طن من الدقيق.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

(ب) بإيجاد النقطة فوق 2004 مباشرة وقراءة المقابل على المقياس الرأسي نجد أنه يبعد 3 مربعات صغيرة فوق 50. وبما أن كل خمسة مربعات صغيرة تمثل 10000 طن فإن كل مربع صغير يمثل 2000 طن من الدقيق
∴ في عام 2004 تم استيراد 56000 طن من الدقيق.



(جـ) نزل الخط البياني فجأة في عام 2002 إلى 30 ألف طن. قد يرجع السبب في ذلك إلى أن دول ما وراء البحار في حاجة للدقيق، أو بسبب الجفاف.

(د) أصبح الاتجاه العام لاستيراد الدقيق منذ 2002 في زيادة ثابتة كما هو مبين، حيث يرتفع الخط البياني بشدة إلى أعلى.

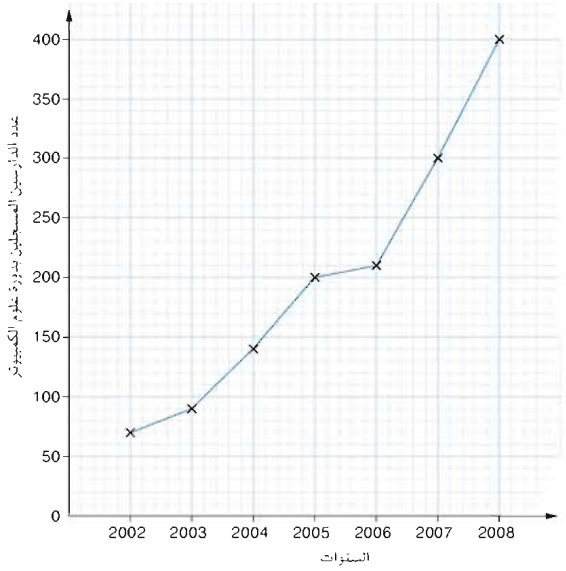
لاحظ أنه بين كل سنتين متتاليتين نتوقع تغير استيراد القمح حسب الطلب وليس تدريجيًّا كما يقترح الخط المستقيم الذي يربط بين نقطتين، ولذا فالقيم بين النقطتين ليس لها معنى.

تمرين 7-هـ

1- يوضح الشكل البياني المعطى عدد الدارسين المسجلين بدورة علوم الحاسوب في إحدى الجامعات.

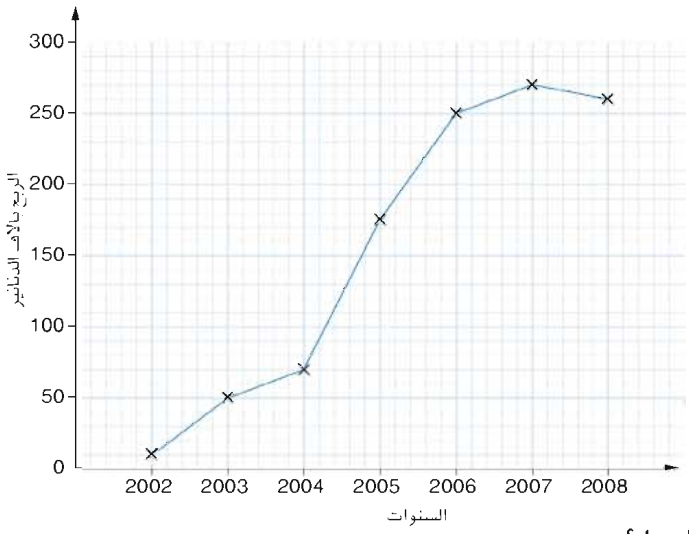
(أ) ما عدد الدارسين في عام :
(i) 2005 (ii) 2002

(ب) ماذا تقول عن الاتجاه العام للتسجيل بين عامي 2002، 2008؟



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2- الشكل البياني المعطى يوضح الربح السنوي لمشروع صغير بدأ العمل في عام 2002 ثم بيع للملاك جدد في عام2007



(أ) كم كانت الأرباح في عام2005؟

(ب) كم كانت الأرباح في السنة الأولى من العمل؟

(جـ) ماذا تقول عن المشروع أثناء فترة المالك الأصلي (2002-2007)؟

(د) ماذا لاحظت منذ تولي الملاك الجدد إدارة المشروع؟

7-7 التمثيل البياني بمخطط النقط Dot Diagrams

ادرس قائمة البيانات في (جدول 7 - 1) لدرجات إملاء 26 تلميذًا بأحد الفصول:

التلميذ	الدرجات
أ	5
ب	6
ت	7
ث	7
ج	4
ح	8
خ	6
د	7
ذ	8
ر	8
ز	5
س	6
ش	7
ص	7
ض	5
ط	6
ظ	8
ع	7
غ	9
ف	7
ق	6
ك	7
ل	5
م	7
ن	6
هـ	5

جدول (7 - 1)
الدرجات غير مصنفة

التلميذ	الدرجات
جـ	4
أ	5
ز	5
ض	5
ل	5
هـ	5
ب	6
خ	6
ذ	6
س	6
ط	6
ق	6
ن	6
ت	7
ث	7
د	7
ش	7
ص	7
ع	7
ف	7
ك	7
م	7
ح	8
ر	8
ظ	8
غ	9

جدول (7 - 2)
الدرجات مصنفة

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

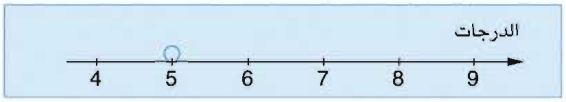
تعتبر القائمة الهجائية في جدول (7 - 1) مفيدة عند البحث عن درجة تلميذ معين. نريد أحيانًا معرفة أي التلاميذ له أعلى درجة ومن له أقل درجة. نستطيع تصنيف الدرجات (بأنفسنا أو بالحاسوب) من الأدنى إلى الأعلى كما هو موضح في جدول (7 - 2).

من جدول (7 - 2) نستطيع بسهولة تحديد أن التلميذ (ح) درجته أقل الدرجات بينما التلميذ (غ) درجته أعلى الدرجات، ونستطيع فحص الدرجات الوسطى بسهولة أكثر مما في الجدول غير المصنف (جدول 7 - 1).

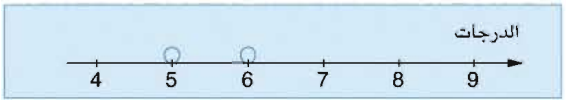
هل توجد طريقة أسهل من ترتيب الدرجات ترتيبًا تصاعديًّا؟ نستطيع تفسير الشكل البياني واستقاء المعلومات منه بسهولة أكبر من قائمة الدرجات.

أحد الطرق السهلة للأشكال البيانية هو **مخطط النقط**.
يستخدم مخطط النقط نقطًا أو دوائر صغيرة لتمثيل الدرجات، مرتبة بطول محور يوضح مقياس الرسم.

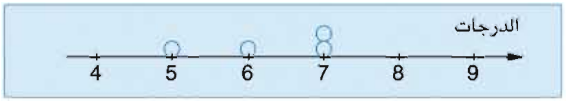
من جدول (7 - 1) الدرجة الأولى هي 5 (للتلميذ أ). ضع نقطة أو دائرة صغيرة فوق الدرجة 5 على المحور كما هو مبين.



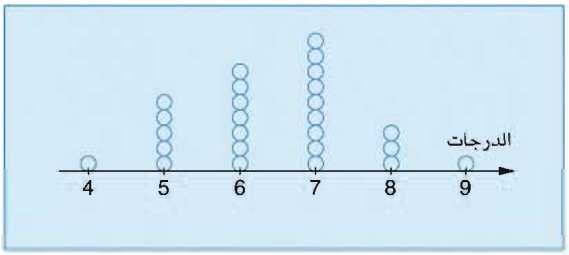
الدرجة التالية هي (6). ضع نقطة (دائرة) فوق الدرجة 6 كما هو مبين بعد:



الدرجتان التاليتان هما (7)، ضع دائرتين فوق الدرجة 7 كما يلي:



ونستمر حتى نضع 26 دائرة على الشكل. مخطط النقط الناتج مبين في شكل (7 - 6).



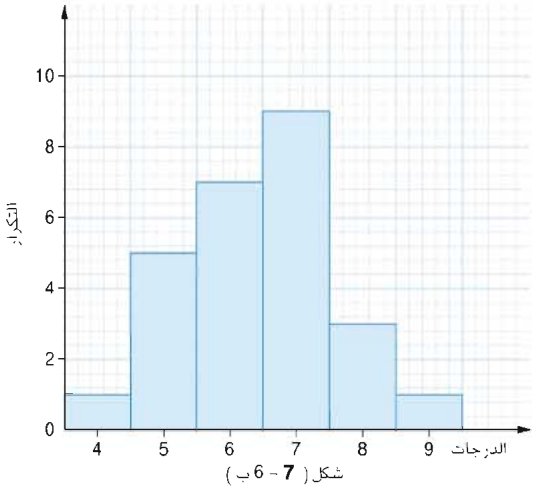
شكل (7 - 6أ) كل دائرة تمثل درجة من البيانات

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مخطط النقط هو شكل بياني تستخدم فيه النقط لتمثيل الدرجات بوضعها بطول محور أو خط أعداد.

يبين مخطط النقط في شكل (7 - 6أ) نفس البيانات مثل المدرج التكراري في شكل (7 - 6ب). أيهما أنسب؟

مخطط النقط مفيد بصفة خاصة عندما توجد بيانات قليلة (أقل من 30)، أما في حالة المجموعات الكبيرة للبيانات فيكون من الأفضل معالجتها بيانيًا بالمدرج التكراري.



شكل (7 - 6ب)

7-8 التمثيل البياني بمخطط الأصل والفروع Stem - and - Leaf Diagrams

طور "جون توركي John Turkey" أحد علماء الرياضيات والإحصاء المشهورين، الشكل البياني المعروف بالأصل والفروع (أو مخطط الأصل والفروع أو اختصارًا مخطط الأصل).

وهي تقنية لتلخيص مجموعة بيانات دون فقدان الملاحظة الفردية. وهذه الطريقة مفيدة بوجه خاص لاكتشاف الأنماط ونتائج البيانات المتطرفة وهي تساعد في استطلاع مجموعة بيانات للخروج برؤى مبدئية عنها. فمثلًا قد يكون لدينا بيانات عن الوزن لـ "سبع" فهل هذه الكتل منتظمة أم مختلفة؟ هل يوجد فرق بين كتل الأولاد وكتل البنات؟

لعمل مخطط الأصل، نقسم أرقام كل عدد في البيانات إلى مجموعتين، المجموعة اليسرى للأرقام في المقدمة وتسمى **الأصل**، ومجموعة الأرقام الباقية جهة اليمين تسمى الفروع. فمثلاً العدد 712 يمكن فصله إلى 71 - 2 أو 7 - 12 كما يلي :

الفرع	الأصل
2	71

أو

الفرع	الأصل
12	7

ونشئ الآن "مخطط الأصل" للمجموعة الآتية والمكونة من 20 **كتلة** (بالكيلوجرامات) **تلاميذ الصف السابع**.

38	51	42	39	37	29	46	44	37	41
39	41	38	26	38	43	33	36	34	31

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

سنجد بنظرة سريعة أن الأعداد في العشرينات، والثلاثينات، والأربعينات، والخمسينات. فدعنا نستخدم الرقم الأول (العشرات) لكل عدد كأصل والرقم الثاني (الآحاد) كفرع. ننشئ عادة الشكل في وضع رأسي. ارسم خطًّا رأسيًّا، وضع الأصل (بالترتيب) يسار الخط.

الأصل
2
3
4
5

ثم نضع الفرع عند أصله، ويتم ذلك بوضع الأرقام الباقية يمين الخط الرأسي أمام الرقم المناظر الذي في المقدمة.

أول عدد في البيانات هو 41

4 هي الأصل، 1 الفرع.

لذا نضع الفرع 1 أمام الأصل 4

2	
3	
4	1
5	

العدد الثاني في البيانات هو 37 لذا فإن الفرع 7 يوضع عند الأصل 3

2	
3	7
4	1
5	

ونستمر في العمل إلى أن نضع الـ 20 فرعًا على الشكل، فيكون مخطط الأصل كما يلي:

كتل 20 طالبًا وطالبة بالكيلوجرامات للصف السابع

2	9 6
3	7 7 9 8 1 4 6 3 8 8 9
4	1 4 6 2 3 1
5	1

يظهر أحيانًا الشكل شيئًا لا يمكن توقعه. في الحقيقة في جدول البيانات السابق، **الكتل** في صف البيانات الأول من البنات، **والكتل في** الصف الثاني من الأولاد. ونستطيع رسم مخطط آخر لدراسة ما إذا كان يوجد اختلاف في نمط الكتل بين البنات والبنين.

كتل 20 طالبًا وطالبة بالكيلوجرامات للصف السابع

بنات		بنين
9	2	6
8 9 7 7	3	1 4 6 3 8 8 9
2 6 4 1	4	3 1
1	5	

اقترح جون توركي أن الفروع الفرادى مفضلة عمومًا، حيث أنها أسهل في القراءة والتفسير.

ملحوظة

"مخطط الأصل" جنبًا إلى جنب يبينا بوضوح أن كتل البنات أثقل من كتل البنين

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 9:

عدد أيام الغياب بين الطلبة خلال عام دراسي بإحدى المدارس موضح في مخطط الأصل:

عدد أيام الغياب خلال عام دراسي	
0	4 2 3 5
1	6 7 6 6 0
2	3 9 6
3	1 2
4	0

(أ) كم غائبًا تم تمثيلهم؟

(ب) ما أقل عدد أيام الغياب؟

(جـ) ما أكثر عدد أيام الغياب؟

(د) ما هو العدد المشترك من أيام الغياب؟

الحل

(أ) بحساب عدد الفروع نجد أن هناك 15 غائبًا.

(ب) أقل عدد أيام الغياب = 2 (من 02).

(جـ) أكبر عدد أيام الغياب = 40

(د) العدد المشترك لأيام الغياب = 16

مثال 10:

طُلب من كل كشاف تقدير عرض نهر. فيما يلي مخطط الأصل لمجموعة من الكشافة الذين قاموا بتقدير عرض النهر.

5	5 5 6 3
6	4 5 0 4 1 2 1 4
7	3 1 7 1 0 4 2 1 2 0 5
8	6 1

(أ) ما عدد الكشافة في المجموعة؟

(ب) إذا كان أكبر تقدير هو 8.6 م فما هو أصغر تقدير؟

(جـ) إذا كان عرض النهر 7.0 م ما النسبة المئوية من الكشافة في هذه المجموعة الذين كانت تقديراتهم أكبر من عرض النهر الفعلي؟

الحل

(أ) بحساب الفروع يكون لدينا 25 كشافًا.

(ب) أصغر تقدير هو 5.3 م.

(جـ) عدد الكشافة الذين كانت تقديراتهم أكبر من عرض النهر الفعلي = 11

∴ نسبة الكشافة الذين كانت تقديراتهم أكبر من عرض النهر الفعلي

$$= \frac{11}{25} \times 100\%$$

$$= 44\%$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 7-و

1- المسافة (بالكم) التي تقطعها عينة عشوائية مكونة من 20 تلميذاً في ذهابهم إلى المدرسة كانت كالآتي:

6	4	4	1	5	2	5	4	4	3
6	7	5	3	6	4	7	3	5	5

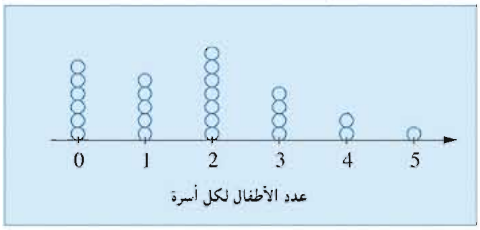
(أ) مثل العينة السابقة بمخطط النقط.

(ب) ارسم مخطط النقط للسطر الأول من البيانات لتلاميذ الصف السابع.

(جـ) ارسم مخطط النقط للسطر الثاني من البيانات والتي لتلاميذ الصف الثامن.

(د) ماذا تستنتج من (ب)، (جـ)؟

2- مخطط النقط الآتي يبين عدد الأطفال لكل أسرة في مبنى سكني.



(أ) كم عائلة مجتمعة في المبنى؟

(ب) ما عدد الأطفال جميعًا؟

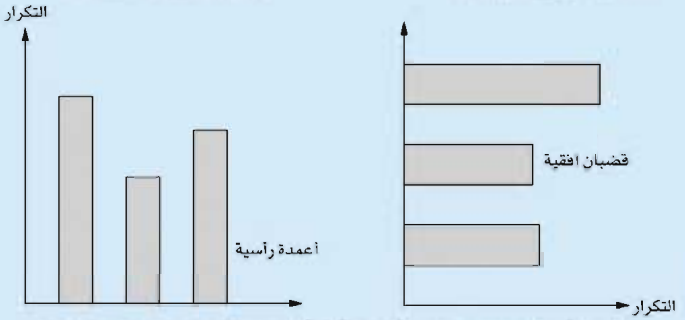
(جـ) ما متوسط عدد الأطفال لكل أسرة؟

ملخص

1- في الشكل البياني بالصور، تستخدم الصور لتمثيل البيانات.

2- الشكل البياني:

(أ) بالقضبان الأفقية (ب) بالأعمدة الرأسية.



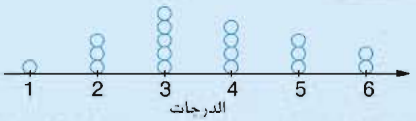
- يجب أن تكون القضبان الأفقية أو الأعمدة الرأسية متساوية العرض.
- يمثل طول القضيب الأفقي أو ارتفاع العمود الرأسي التكرار.

3- عند التمثيل بالقطاعات الدائرية، يتناسب قياس زاوية القطاع مع التكرار الممثل بالقطاع.

4- تمثل مساحة كل عمود في المدرج التكراري التكرار، إذا كانت كل الأعمدة متساوية العرض فيمكن استخدام ارتفاع العمود ليمثل التكرار.

5- يستخدم التمثيل بالخط المنكسر لدراسة الاتجاه.

6- مخطط النقط هو شكل بياني تمثل فيه النقط نتائج موضوعة على محور أو خط الأعداد.



7- يقدم مخطط الأصل والفروع طريقة سريعة لبيان شكل التوزيع التكراري مع تضمين القيم العددية الفعلية في الشكل البياني.

كتل، الأولاد بالكجم

2	9
3	4 1 2 6 5 0
4	3 8 1 4 7 2
5	0 1

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

التقويم

التقويم 1

القسم أ

غير مسموح باستخدام الآلة الحاسبة:

1- (أ) قرب 24.68 لأقرب:

(i) رقم عشري واحد.

(ii) 3 أرقام معنوية.

(ب) قرب 86.42

(i) لأقرب عدد كلي.

(ii) لأقرب عشرة.

2- (أ) أوجد ع.م.أ. للعددين 24.16

(ب) أوجد م.م.أ. للعددين 18.12

3- اختصر:

(أ) $4\frac{5}{6} + 1\frac{2}{3}$ (ب) $2\frac{5}{21} - 3\frac{5}{14}$

4- أوجد ناتج:

(أ) 3.6×2.9 (ب) $0.057 \div 0.003$

5- حول:

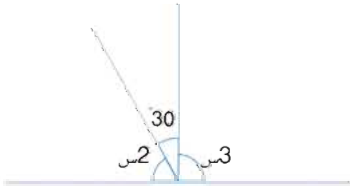
(أ) 2.456 لتر إلى مل (ب) 2456جم إلى كجم

6- اختصر:

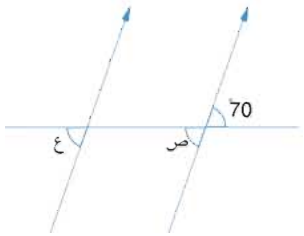
(أ) $5أ + 4ب + 3حـ + 2ب + أ$

(ب) $23س - 20ص + 5س + 6ص$.

7- (أ) أوجد س:

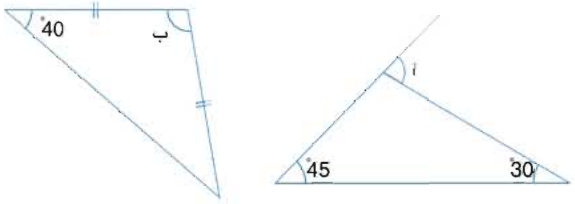


(ب) أوجد ص، ع.



8- أوجد قياسات الزوايا المجهولة

(أ) (ب)

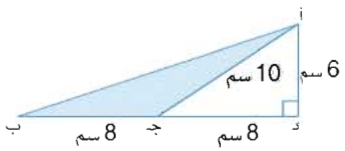


القسم ب

غير مسموح باستخدام الآلة الحاسبة:

9- (أ) عملة معدنية فئة 100 درهم طول قطرها 2.1 سم، معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$، احسب محيطها

(ب) أوجد مساحة Δ أ ب جـ



10- أوجد قيمة ب: (أ) ب : 3 = 4 : 5

(ب) 6 : 5 = 4 : ب

11- ضع في صورة نسبة مئوية:

(أ) $\frac{11}{25}$ (ب) 0.48

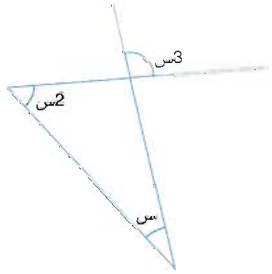
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

12- (أ) احسب حجم المنشور الذي مساحة مقطعه 3 سم^2 وارتفاعه 4 سم.

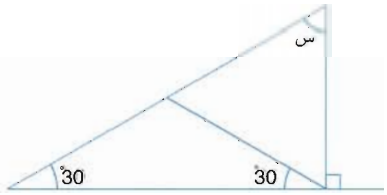
(ب) احسب ارتفاع المنشور الذي حجمه 60 سم^3 ومساحة مقطعه 12 سم^2.

13- أوجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية:

(أ)



(ب)



14- إذا كان محيط مستطيل 96 سم وطوله 40 سم فأوجد:

(أ) عرضه (ب) مساحته

15- معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$، أوجد حجم الأسطوانة التي طول نصف قطر قاعدتها $3\frac{1}{2}$ سم وارتفاعها $2\frac{1}{2}$ سم.

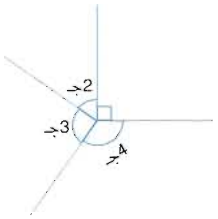
16- (أ) بفرض أن أ = -1، ب = 2، حـ = -3 أوجد قيمة 3أ + 2ب - حـ.

(ب) إذا كانت ل = س ص^2، فأوجد ل عندما س = 4، ص = 5

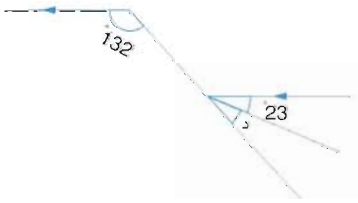
القسم جـ

يمكن استخدام الآلة الحاسبة:

17- (أ) أوجد حـ.



(ب) أوجد د :



18- أنشئ الشكل الرباعي ك ل م ن حيث ك ل = 4 سم، ل م = 5 سم، م ن = 7 سم، ن ك = 6 سم وطول القطر ك م = 6 سم أوجد ل ن، ق (∠ك ل م).

19- مساحة مثلث متساوي الساقين 300 سم^2 وارتفاعه 20 سم وطول كل من ساقيه المتساويين 25 سم. احسب:

(أ) طول قاعدة المثلث.

(ب) محيط المثلث.

20- مكعب طول حرفه 6 سم. احسب:

(أ) مساحة سطحه الكلية.

(ب) حجمه.

(جـ) كتلته إذا كانت كثافة المادة المصنوع منها 3 جم/سم^3.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

التقويم 2

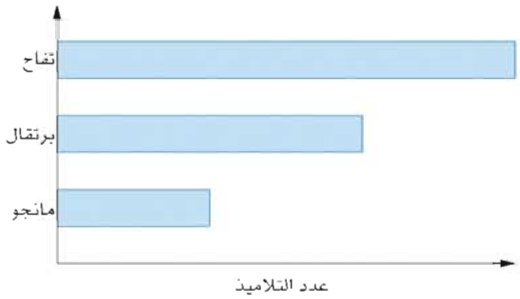
القسم أ

غير مسموح باستخدام الآلة الحاسبة:

1- بفرض أ = 2، ب = 3، حـ = 4، س = 5، ص = 6، ع = 7. احسب

(أ) $ب^2 س - 2أص$ (ب) $\frac{3أ(ب + حـ)}{ع}$

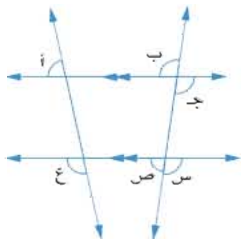
2- سئلت مجموعة من التلاميذ عن أفضل أنواع الفاكهة لديهم. الشكل الآتي يوضح البيانات التي جمعت.



(أ) بفرض أن 20 تلميذًا يفضلون البرتقال أوجد عدد التلاميذ في الاستطلاع.

(ب) احسب قياس زاوية القطاع الذي يمثل التلاميذ الذين يفضلون المانجو.

3- أي الزوايا المميزة بالحروف متساوية في القياس؟ اذكر السبب.



4- ضع النسب الآتية في أبسط صورة.

(أ) 50 جم إلى 1 كجم.

(ب) 15 دقيقة إلى $1\frac{1}{2}$ ساعة.

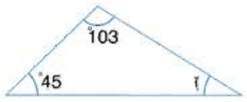
5- عبر عن الكمية الأولى كنسبة مئوية من الثانية:

(أ) 36 دينارًا، 50 دينارًا.

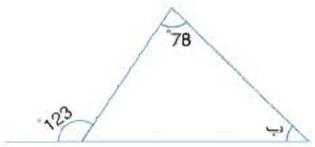
(ب) 2.7 كم، 3 كم.

6- أوجد قياسات الزوايا المجهولة والمعنونة فيما يلي:

(أ)



(ب)



7- مساحة مستطيل 320 $كم^2$ وطوله 40 كم احسب:

(أ) عرضه.

(ب) محيطه.

8- قطعة سلك طولها 16 كم ثنيت لتكون مربعًا:

(أ) ما طول ضلع المربع؟

(ب) ما مساحة المربع؟

القسم ب

غير مسموح باستخدام الآلة الحاسبة:

9- اذكر أيهما أكبر:

(أ) $3\frac{1}{7}$ أو $3\frac{2}{9}$

(ب) $\frac{27}{13}$ أو $\frac{35}{17}$

10-(أ) ضع 1.2 في صورة كسر عادي في أبسط صورة.

(ب) ضع $2\frac{3}{4}$ في صورة عدد عشري.

(جـ) أوجد ناتج $2\frac{3}{4} - 1.2$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

11- (أ) باستخدام المنقلة ارسم، واكتب أسماء الزوايا الآتية على الشكل:

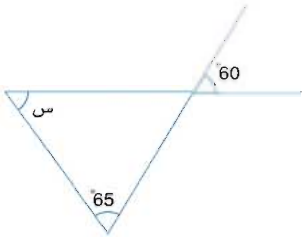
(i) $\angle$ ا ب حـ = 56°

(ii) $\angle$ س ص ع = 111°

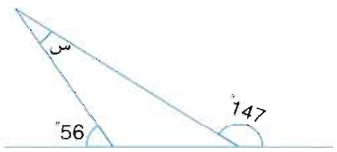
(ب) باستخدام الفرجار والمسطرة نصف الزوايا في (أ).

12- أوجد س في كل من الشكلين الآتيين:

(أ)



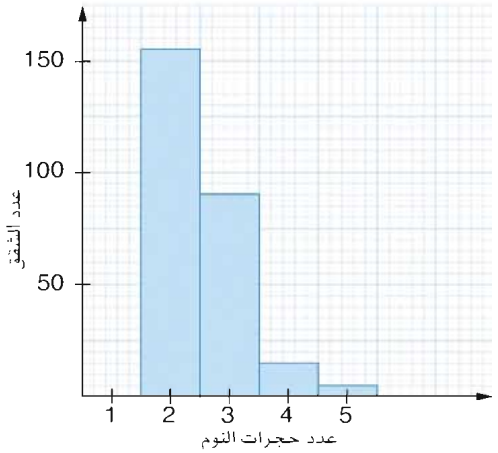
(ب)



القسم جـ

يمكن استخدام الآلة الحاسبة:

13- (أ)



يبين المدرج التكراري عدد حجرات النوم بكل شقة في المجمع السكني.

(i) ما مجموع عدد الشقق؟

(ii) احسب متوسط عدد حجرات النوم في الشقة.

(ب) أطوال تلاميذ أحد فصول الصف السابع مبينة في مخطط "الأصل والفروع" الآتي بالسم:

13	8	9	3	7	7	4	4		
14	3	4	5	5	6	1	0		
15	5	8	1	3	2	1	1	4	4
16	1	1	2	3	2	3	3		

(i) ما عدد التلاميذ في هذا الفصل؟

(ii) إذا كان طول أقصر التلاميذ 133 سم فما طول أطول التلاميذ؟

(iii) احسب متوسط الطول لتلاميذ هذا الفصل.

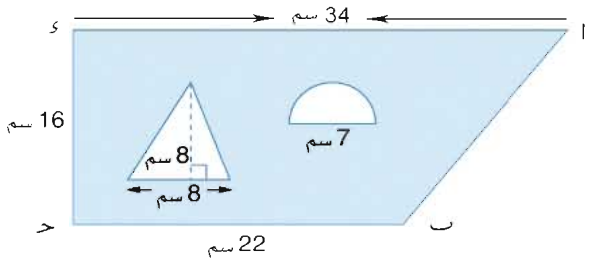
14- احسب في الشكل الآتي مساحة:

(أ) شبه المنحرف.

(ب) نصف الدائرة.

(جـ) المنطقة المظللة.

(معتبرًا $\pi = \frac{22}{7}$)



15- حجم مكعب 216 سم^3. احسب:

(أ) طول حرف المكعب

(ب) مساحة سطح المكعب الكلية.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الإجابات

الفصل الأول

تمرين 1أ

1- (أ) 6 (ب) -3 (جـ) -6 (د) 3 (هـ) $\frac{1}{2}$ (و) -1

2- (أ) 5 (ب) 3 (جـ) 0.9 (د) 0.4 (هـ) -0.4 (و) $\frac{1}{2}$

3- (أ) 3 (ب) -5 (جـ) -4 (د) 6 (هـ) $\frac{1}{3}$ (و) $-\frac{1}{5}$

4- (أ) 35 (ب) -18 (جـ) -28 (د) 72 (هـ) $\frac{5}{8}$ (و) 5

5- (أ) $1\frac{1}{3}$ (ب) 15 (جـ) 90 (د) -1 (هـ) $-\frac{1}{4}$ (و) -6

تمرين 1ب

1- (أ) 3 (ب) 2 (جـ) $\frac{3}{20}$ (د) 0.4

2- (أ) 4 (ب) 5 (جـ) $2\frac{1}{9}$ (د) $-\frac{1}{4}$

تمرين 1جـ

1- (أ) 5 (ب) 2 (جـ) 3 (د) -4 (هـ) 1 (و) 1 (ز) 2

2- (أ) 1 (ب) $4\frac{1}{2}$ (جـ) 1 (د) 2 (هـ) 2 (و) -2 (ز) -1

3- (أ) 10 (ب) $2\frac{3}{4}$ (جـ) 10 (د) $1\frac{1}{3}$ (هـ) $1\frac{10}{13}$ (و) $-2\frac{3}{5}$

تمرين 1د

1- (أ) 2 (ب) -28 (جـ) 28 (د) 21 (هـ) 2

2- (أ) 10 (ب) $-1\frac{1}{5}$ (جـ) 3 (د) -10 (هـ) -8

3- (أ) 6 (ب) 2 (جـ) 4 (د) 10 (هـ) -7 (و) $-1\frac{3}{5}$

4- (أ) 20 (ب) 20 (جـ) 4 (د) -2

تمرين 1هـ

1- (أ) 3 (ب) 35 (جـ) 5 (د) 4 (هـ) 12

2- (أ) أ + 3 = 5، أ = 2 (ب) ك + 10 = 3، ك = -7 (جـ) ح - 2 = 8، ح = 10

3- (أ) س + 5 = 12 (ب) س = 7

4- 3 5- 11 6- 3 7- 4

8- 9 9- 5,15 10- 15 سنة

11- 8 سنة، 40 سنة

الفصل الثاني

تمرين 2أ

1- (أ) 2 : 3 (ب) 1 : 4 (جـ) 5 : 1 (د) 2 : 1 (هـ) 3 : 1 (و) 3 : 4

تمرين2ب

1- (أ) $\frac{4}{1}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{6}{7}$ (هـ) $\frac{4}{3}$ (و) $\frac{2}{5}$ (ز) $\frac{5}{1}$ (ح) $\frac{7}{2}$

2- (أ) (i) 3 : 7 (ii) $\frac{7}{3}$ (ب) (i) 1 : 4 (ii) $\frac{4}{1}$ (جـ) (i) 2 : 3 (ii) $\frac{3}{2}$ (د) (i) 7 : 4 (ii) $\frac{4}{7}$

تمرين2جـ

1- (أ) 1 : 1 (ب) 1 : 1 (جـ) 3 : 1 (د) 1 : 2 (هـ) 1 : 6 (و) 10 : 1 (ز) 18 : 1 (ح) 1 : 25 (ط) 1 : 16

2- (أ) 9 : 16 (ب) 4 : 3 (جـ) 3 : 4

3- (أ) 5 : 4 (ب) 5 : 1 (جـ) 1 : 4

4- (أ) 9 : 5 (ب) 9 : 4 (جـ) 4 : 5

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 2 د

1- (أ) 1 : 6 (ب) 13 : 20 (جـ) 4 : 5
(د) 2 : 3 (هـ) 7 : 12 (و) 37 : 50
(ز) 2 : 1 (ح) 3 : 8

2- (أ) 2 : 1 (ب) 1 : 2 (جـ) 1 : 5
(د) 2 : 1 (هـ) 2 : 3 (و) 7 : 10
(ز) 9 : 8 (ح) 2 : 3

3- (أ) 5 : 1 (ب) 1 : 3 (جـ) 3 : 1
(د) 6 : 1 (هـ) 25 : 3 (و) 8 : 1
(ز) 9 : 2 (ح) 10 : 1

4- (أ) 1 : 5 (ب) 1 : 100 (جـ) 1 : 15
(د) 50 : 3 (هـ) 20 : 13 (و) 1 : 40
(ز) 10 : 9 (ح) 3 : 1 (ط) 4 : 39
(ى) 1 : 5 (ك) 1 : 2 (ل) 4 : 3

5- (أ) 5 : 6 (ب) 3 : 11

6- (أ) 4 : 3 (ب) 10 : 13

تمرين 2 هـ

1- (أ) 30 سم، 30 سم (ب) 40 سم، 20 سم
(جـ) 45 سم، 15 سم (د) 50 سم، 10 سم
(هـ) 24 سم، 36 سم (و) 36 سم، 24 سم
(ز) 42 سم، 18 سم

2- (أ) 2 م (ب) 4 م

3- 180 رجلاً، 120 امرأة 4- 21 فازوا، 6 خسروا

5- (أ) 28 طنًا (ب) 20 طنًا

6- (أ) 166 (ب) 581

تمرين 2و

1- (أ) 6 (ب) 4 (جـ) 15 (د) 49
(هـ) 12 (و) 90 (ز) 8 (ح) 70

2- 36 م 3- 4200 دينار 4- 0.75 كجم

5- 22.5 كم/س 6- 6 دنانير 7- 6000 $م^2$

8- 21 سم 9- (أ) 12 سم (ب) 15 كم

10- 39.60 دينارًا 11- 3.00 دنانير

12- (أ) 24.00 دينارًا (ب) 15 كجم

تمرين 2ز

1- 24 يومًا 2- 8 عمال 3- 15 يومًا

4- 10 عمال 5- 36 خروفًا 6- 15 عامـــل نظافة

7- $1\frac{1}{3}$ ساعة

تمرين 2ح

1- 0.72 كم

2- (أ) 1500م، 1000م (ب) 150 هكتار

3- 20 كم

4- (أ) 1 : 1000 (ب) 1 : 100000 (جـ) 1 : 250000
(د) 1 : 250 (هـ) 1 : 40 (و) 1 : 40000

5- 12 كم

6- (أ) 5.5 كـم (ب) 1.6 كم

7- (أ) 8 $م^2$ (ب) 3.2 $م^2$

8- 17م (لأقرب متر).

تمرين 2ط

1- (أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{1}{8}$ (هـ) $\frac{7}{8}$
(و) $\frac{2}{3}$

2- (أ) 0.5 (ب) 0.4 (جـ) 0.24
(د) 0.42 (هـ) 0.425 (و) 0.025
(ز) 0.164

3- (أ) $\frac{1}{5}$ ، 1.2 (ب) $\frac{4}{5}$ ، 1.8 (جـ) $\frac{1}{4}$ ، 1.25
(د) $\frac{3}{4}$ ، 1.75 (هـ) $\frac{1}{25}$ ، 1.04 (و) $\frac{7}{25}$ ، 1.28

تمرين 2ى

1- (أ) 50% (ب) 125% (جـ) 130%
(د) 140% (هـ) 137.5% (و) 162.5%
(ز) 55% (ح) 38% (م) $66\frac{2}{3}$%

2- (أ) 10% (ب) 20% (جـ) 34% (د) 45%
(هـ) 67.8% (و) 234% (ز) 567% (ح) 890%
(ط) 120% (ى) 300%

3- (أ) 60% (ب) $\frac{3}{5}$

4- (أ) 40%، 60% (ب) 70%، 30%
(جـ) 25%، 75% (د) 80%، 20%
(هـ) $\frac{2}{3}$ 66%، $33\frac{1}{3}$% (و) $91\frac{2}{3}$%، $8\frac{1}{3}$%
(ز) $37\frac{1}{2}$%، $62\frac{1}{2}$%

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين2ك

تمرين 2ل

تمرين 2م

تمرين 2ن

تمرين2س

تمرين 2ع

تمرين2ف

الفصل الثالث

تمرين 3أ

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الفصل الرابع

تمرين 4أ

1- (أ) مختلف الأضلاع وقائم (ب) مختلف الأضلاع ومنفرج.
(جـ) متساوي الأضلاع. حاد الزوايا (د) متساوي الساقين وحاد الزوايا.
(هـ) متساوي الساقين. منفرج الزاوية (و) متساوي الساقين وقائم.
(ز) مختلف الأضلاع، قائم (ح) متساوي الساقين، حاد الزوايا

تمرين 4ب

1- (أ) 47° (ب) 90° (جـ) 60° (د) 60° (هـ) 46°
(و) 105°

2- (أ) 20° (ب) 20° (جـ) 30° (د) 20°

3- (أ) 69° (ب) 69°

تمرين 4جـ

1- 142° 2- 135° 3- 120° 4- 105° 5- (أ) 43° (ب) 78°

6- (أ) 115° (ب) 65° (جـ) 135°

تمرين 4د

5- (أ) 7.7 كم أو 77م (ب) 115°

تمرين 4هـ

1- 90° 2- 80° 3- 75° 4- 70° 5- 130°

أنشطة ص91

1- (أ) متوازي الأضلاع (ب) مستطيل (جـ) مربع
(د) شبه منحرف (هـ) معين (و) طائرة ورقية

تمرين 4و

1- س = 36°، ص = 54° 2- (أ) 70° (ب) 40°

3- س = 29°، ص = 119°

4- (أ) 67.5° (ب) 22.5°

5- (أ) س = 60°، ص = 120° (ب) س = 37°، ص = 32°

6- (أ) س = 20°، ص = 100° (ب) س = 60°، ص = 100°

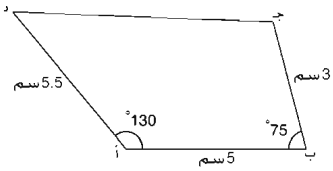
7- (أ) س = 80°، ص = 120° (ب) س = 110°، ص = 50°

تمرين 4ز

7- (أ) 6 كم (ب) (i) 125° (ii) 115°

8- (أ) 8.3 كم (ب) 2.8 كم

9- (أ)



(ب) (أ) 7.9 كم (ii) 115°

تمرين 4ح

1- مثلث، شكل رباعي، خماسي، سداسي، سباعي، ثماني، تساعي عشاري

2- (أ) (i) 60° (ii) 60°
(ب) مثلث متساوي الأضلاع (جـ) شبه منحرف

3- (أ) (i) مثلث متساوي الساقين (ii) مثلث قائم الزاوية
(ب) (i) طائرة ورقية. (ii) مربع

4- (أ) أ حـ، ب د (ب) 2

5- (أ) أ حـ، أ د، ب د، ب هـ، حـ هـ (ب) 5

6- (أ) 1175 (ب) 1225 - 1175 = 50

الفصل الخامس

تمرين 5أ

1- (أ) 9.6 كم (ب) 91 م (جـ) 11.6 كم

2- (أ) 114م (ب) 1770 م

3- (أ) 28 كم (ب) 12.2 كم

تمرين 5ب

1- (أ) 20 كم (ب) 19 كم (جـ) 16.8 كم (د) 12.8 كم

2- (أ) 40 كم (ب) 25.2 كم (جـ) 34 كم
(د) 36 كم (هـ) 48 كم (و) 69.2 كم

3- (أ) 6 كم (ب) 8 كم 4- 4 كم 5- 5.2 كم

تمرين 5جـ

1- (أ) 25 كم^2 (ب) 45 كم^2 (جـ) 45 كم^2 (د) 34 كم^2

2- (أ) 16 كم^2 (ب) 28 كم^2 (جـ) 27 كم^2 (د) 20 كم^2

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 5د

1- (أ) 49م^2 (ب) 12.25م^2 (جـ) 8م (د) 12 كم
2- (أ) 143 كم^2 (ب) 3.22 م^2 (جـ) 12 كم
(د) 6 م (هـ) 3.6 كم (و) 2.4 م
3- (أ) 14 كم^2 (ب) 156 كم^2 (جـ) 55 كم^2
4- (أ) 672 م^2 (ب) 1088 م^2
5- 48 م^2 6- 36 كم^2
7- (أ) 16 م^2 (ب) 64 بلاطة
8- (أ) 9 م^2 (ب) 45 دينارًا

تمرين 5هـ

1- (أ) 30 كم^2 (ب) 63 كم^2
(جـ) 54 كم^2 (د) 45 كم^2
(هـ) 18 كم^2
2- (أ) 10 كم (ب) 6 كم
(جـ) 7 كم
3- (أ) 60 كم^2 (ب) 8 كم
4- (أ) 12 كم^2 (ب) 6 كم^2
5- (أ) 6 كم^2 (ب) 57 كم^2

تمرين 5و

1- (أ) 50 كم^2 (ب) 15 م^2
(جـ) 56 كم^2
2- (أ) 12 كم (ب) 16 كم
3- (أ) 8 كم (ب) 3 كم
(جـ) 10 كم
4- (أ) 32 كم^2 (ب) $5\frac{1}{3}$ كم

تمرين 5ز

1- (أ) 48 كم^2 (ب) 35 م^2 (جـ) 49.5 كم^2
2- (أ) 12 كم 3- (أ) 14 كم
(ب) 8 كم (ب) 4 كم

تمرين 5ح

1- (أ) 44 كم (ب) 88 كم
(جـ) 22 كم (د) 30.8 كم
2- (أ) 7 كم (ب) 21 كم
(جـ) 1.4 م (د) 0.35 م
3- (أ) 75 كم (ب) 7.2 م (جـ) 4.7 م
4- (أ) 29.7 م (ب) 48.84 كم 5- 400 م

تمرين 5ط

1- (أ) 154 كم^2 (ب) 6.16 م^2
(جـ) 154 كم^2 (د) 38.5 كم^2
2- (أ) 7 كم 3- (أ) 208.26 كم^2
(ب) 3.5 م (ب) 14 م^2
4- 137.44 م^2 5- 39.25 كم^2 6- 339.12 كم^2
7- 1256 م^2 8- (أ) 14.13 كم^2
(ب) 15.42 كم

تمرين 5ى

1- (أ) 81000 كم^2 (ب) 2040 كم^2
(جـ) 533.7 كم^2 (د) 0.9 كم^2
2- (أ) 2400000 م^2 (ب) 560000 م^2
(جـ) 88.06 م^2 (د) 0.1953 م^2
3- (أ) 747 م^2 4- (أ) 2.766 كم^2 5- 3 كم^2
(ب) 19.88 م^2 (ب) 0.058 كم^2

الفصل السادس

تمرين 6أ

1- (أ) 150 كم^2 (ب) 8.64 كم^2
(جـ) 253.5 كم^2 (د) 24 كم^2
2- (أ) 198 كم^2 (ب) 1300 كم^2
(جـ) 4.5 م^2 (د) 5.5 م^2
3- (أ) 25 كم^2 4- 4 كم 5- 234 كم^2 6- 424 كم^2
(ب) 5 كم
7- (أ) 8200 كم^2 8- (أ) 880 كم^2 (ب) 220 كم^2 (جـ) 66 كم^2
(ب) 336 كم^2
9- (أ) 748 كم^2 (ب) 341 كم^2 (جـ) 561 كم^2 10- 14 كم

تمرين 6ب

1- (أ) 15.625 كم^3 (ب) 46.656 م^3
2- (أ) 84 كم^3 (ب) 1200 كم^3
3- 4.5 م^3 4- 337500 كم^3
5- 5 كم 6- 16 كم
7- (أ) 760 كم^2 (ب) (i) 1200 (ii) 150
8- (أ) 72 كم^3 (ب) 180 كم^3
(جـ) 450 كم^3 (د) 192.5 كم^3
9- (أ) 280 م^3 (ب) 280 م^3 (جـ) 864 كم^3
(د) 380 كم^3

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 6 جـ

1- (أ) 88 م^3 (ب) 12320 سم^3

2- (أ) 141 م^3 (ب) 46.2 سم^3

3- (أ) 6928.1 سم^3 (ب) 346.4 سم^3

4- 22 سم 5- 9.48 سم

6- 5 سم 7- 3.5 سم

8- (أ) 78.5 سم^2 (ب) 942 سم^3

تمرين 6 د

1- (أ) 9000 م^3 (ب) 3200 م^3 (جـ) 8 سم^3 (د) 8.2 سم^3

(هـ) 8000000 سم^3 (و) 7600000 سم^3 (ز) 2 م^3 (ح) 8.7 م^3

تمرين 6 هـ

1- (أ) 2.5 جم/سم^3 2- (أ) 10.5 جم 3- (أ) 0.005 م^3

(ب) 920 كجم/م^3 (ب) 2.5 كجم (ب) 500 سم^3

4- (أ) 27 سم^3 5- (أ) 0.0088 م^3

(ب) 24.3 جم (ب) 9000 كجم/م^3

الفصل السابع

تمرين 7 أ

1- (أ) شاي (ب) عصير ليمون

(جـ) (i) 5 (ii) 7

(iii) 9 (iv) 4

(د) 25

2- (أ) الحافلة (ب) 16 (جـ) 12

(د) 2 (هـ) 4 (و) 47

3- (أ) ص خامس (ب) ص أول، 36

(جـ) (i) 28 (ii) 22 (د) 122

4- (أ) (i) القطار (ii) سيارة أجرة

(ب) (i) 30 (ii) 9

(جـ) (i) حافلة (ii) سيارة خاصة (iii) القطار

(د) 144

تمرين 7 ب

1- (أ) أغسطس (ب) نوفمبر

(جـ) (i) 7 (ii) 3

(د) (i) يوليو ، ديسمبر (ii) نوفمبر

(هـ) 23

(و) 1سم يمثل 1 فأرًا

2- (أ) موسيقا تصويرية (ب) موسيقا آلية

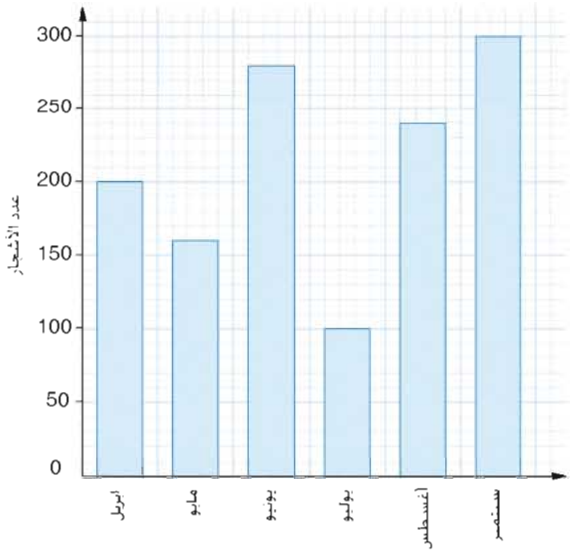
(جـ) 1 سم يمثل 5 أقراص ممغنطة، 1 قرص ممغنط

(د) 25 (هـ) 33

(و) (i) "الصوت الرجالي" (ii) موسيقى آلية.

(ز) 147

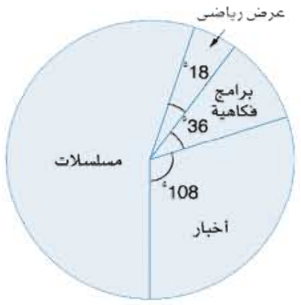
3-



تمرين 7 جـ

1- 252°، 18°، 45°، 27°، 18°، 360°

2-



3- (أ) $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{3}$ 16...، $\frac{5}{12}$ ، $\frac{2}{3}$ 41...، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{3}$ 16...، $\frac{1}{4}$ ، 25

4- (أ) 117° (ب) 12.5%

تمرين 7 د

1- (أ) 4 (ب) 0

(جـ)

عدد الكرات الصفراء	العلامات	التكرار
0	𝍸 𝍸 𝍸 |	12
1	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	20
2	𝍸 𝍸 |||	13
3	||||	4
4	|	1
المجموع = 50		

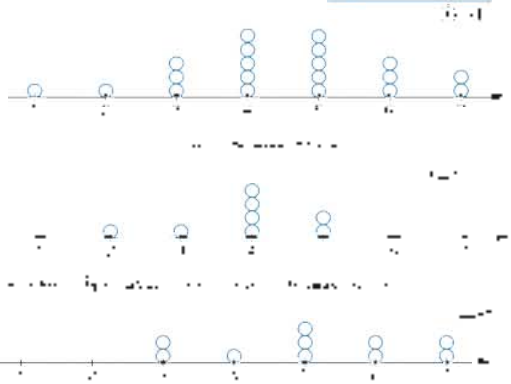
2- (أ) 2000 (ب) 4100 (جـ) 2.05

3- (أ) 72 (ب) 127 (جـ) 105° (د) $\frac{1}{3}$ 58%

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تمرين 7 هـ

تمرين 7 و



تقويم (1)

تقويم (2)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا