دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

مبادئ الإحصاء

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
«القسم الأدبي»

إعداد إدارة المناهج

1440 – 1441هـ
2019 – 2020 م

قائمة المحتويات

الموضوع الصفحة

الفصل الأول

الفصل الثاني

العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

الفصل الثالث

العرض البياني للبيانات الإحصائية

الموضوع الصفحة

الفصل الرابع

مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات)

الفصل الخامس

مقاييس التشتت

الفصل الأول

(1-1) المقدمة :

إن علم الإحصاء هو علم قائم بحد ذاته له قوانينه وقواعده الرياضية الخاصة به ، ومجالات تطبيقه تشمل جميع فروع العلوم الطبيعية والاجتماعية والتطبيقية.

وقد كان علم الإحصاء في بدايته يهتم فقط بعملية العد والحصر للأشياء ومن هنا جاءت تسميته العربية (إحصاء) فهي مشتقة من كلمة أحصى وتعني استخدام الحصى أو الحجارة الصغيرة كوسيلة بدائية لعد الأشياء الكثيرة ، فقد كان الإنسان قديماً يستعين بالحصى في عملية العد .

وكان علم الإحصاء مقصوراً على تعدادات السكان وثرواتهم وعدد المواليد والوفيات لمعرفة القوى البشرية المتوفرة لدى الدولة، وذلك للاهتداء بها في تصريف أمور الدولة ورسم سياستها ، وحيث إن الإحصاء كان مقصوراً على الحقائق الخاصة بالدولة فمن هنا جاءت تسميته باللغة الأجنبية (Statistics) فهي مشتقة من كلمة State أي الدولة .

وبمرور الزمن تطور الإحصاء فشمل إلى جانب التعدادات ، تجميع المعلومات عن الظواهر المختلفة في جميع المجالات ، واستخدمت الطريقة الرقمية للتعبير عن هذه الظواهر ، وبالتالي أصبح من السهل الاستعانة بالنظريات الرياضية لشرح الأساليب الإحصائية المستخدمة ، فنظريات ومبادئ الإحصاء تعتمد بدرجة كبيرة جداً على فروع الرياضيات المختلفة كالتفاضل والتكامل والهندسة التحليلية والجبر ... إلخ ، وقد عكف عدد من العلماء على دراسة واستنباط نظريات هذا العلم ، وكيفية تطبيقها في العلوم الأخرى ، وبفضل هذه المجهودات أصبح علم الإحصاء علماً مستقلاً له نظرياته وقواعده ، وفي الآونة الأخيرة تطور علم الإحصاء تطوراً ملموساً في مجال التطبيق وذلك بسبب انتشار الحاسبات الآلية التي أصبح لها دور هام في سهولة وسرعة معالجة حجم كبيرمن البيانات وتطبيق الأساليب الإحصائية المتعددة عليها.

تعريف علم الإحصاء :

علم الإحصاء هو العلم الذي يبحث في المبادئ والقوانين والطرق العلمية المختلفة لجمع البيانات وتبويبها وعرضها وتحليلها، ثم استخلاص النتائج والتعميمات والتوصل إلى أحسن القرارات لحل المشاكل المختلفة على أساس من التحليل العلمي للبيانات المتاحة .

فروع علم الإحصاء:

ينقسم علم الإحصاء إلى فرعين رئيسين هما :

1 – الإحصاء الوصفي :

يختص هذا الفرع من فروع الاحصاء بالطرق والأساليب الخاصة بجمع وتبويب وتلخيص وعرض ووصف البيانات وذلك كما تشاهد في الواقع بغرض توفير المعلومات عن الظاهرة محل الدراسة وجعل البيانات أكثر وضوحاً مما يسهل فهمها والاستفادة منها ، والأساليب الإحصائية المستخدمة في هذا الفرع هي ما تسمى بجداول التوزيعات التكرارية والرسومات البيانية ، وحساب بعض المقاييس الوصفية ، مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومقاييس الالتواء والتفلطح وغيرها من المقاييس الإحصائية التي تصف البيانات وتحدد معالمها الأساسية ، وهذا الفرع من الإحصاء هو موضوع دراستنا في هذا الكتاب .

2 – الإحصاء الاستنتاجي :

يعتمد هذا الفرع على ما يسمى بنظرية الاحتمالات ، ويستخدم مجموعة الطرق والأساليب الإحصائية الخاصة بكيفية استخلاص النتائج واتخاذ القرارات المناسبة التي تعمم على الكل ، وهو ما يعرف بالمجتمع ويتم ذلك من خلال دراسة البيانات المتحصل عليها من جزء من هذا الكل ويطلق عليه العينة ، وفي هذه الدراسات قد لا تمثل العينة المستخدمة المجتمع الذي سحبت منه تمثيلاً سليماً لذلك فإن أي معلومة تستنتج من عينة تعتبر تقديراً للمعلومة الحقيقية التي نحصل عليها إذا ما تمت دراسة المجتمع بأكمله وباستخدام نظرية الاحتمالات يستطيع الباحث تحديد احتمال الخطأ الممكن الوقوع فيه نتيجة لاستخدام الاستنتاج الإحصائي أي دراسة الجزء بدلاً من الكل ،وتعميم النتائج على مجتمع الدراسة .

أهمية علم الإحصاء وعلاقته بالعلوم الأخرى :

اكتسب علم الإحصاء أهميته من إمكانية تطبيق نظرياته ومبادئه وأساليبه في كل مجال يمكن التعبير عن ظواهره ببيانات عددية أو نوعية أي كل مجال تكون فيه المعلومات المجمعة عن الظاهرة محل البحث معلومات عددية أو حتى غير عددية ، ولكن يمكن إعادة صياغتها وتحويلها إلى معلومات عددية .

وهكذا أصبح بالإمكان استخدام الأساليب الإحصائية وتطبيقها في مختلف العلوم ، ففي علم الاقتصاد استخدم علم الإحصاء لتفسير الظواهر الاقتصادية المختلفة كنظريات العرض والطلب والعلاقة بين مستويات الدخل والإنفاق الاستهلاكي ، ونوع هذه العلاقة وكيفية قياسها ، وفي مراقبة إنتاج المصانع من حيث كمية ودرجة جودته ومدى ملاءمته لاحتياجات السوق وأذواق المستهلكين ، وغيرها من الدراسات الاقتصادية .

أما في علم النفس فقد استخدمت الطرق الإحصائية في قياس ذكاء الأشخاص ، وفي دراسة العلاقة بين ذكاء الأشخاص ومهاراتهم ... إلخ ، واعتمد علم الأحياء على علم الإحصاء في

دراسة الأجناس البشرية والفصائل الحيوانية والنباتية المختلفة ودراسة خواص كل منها ، وعلاقتها ببعضها .
أما في علم الوراثة استخدمت الأساليب الإحصائية لدراسة انتقال الصفات من الآباء إلى الأبناء وإمكانية التمييز بين الصفات الوراثية والصفات المكتسبة .
كما استخدمت الطرق الإحصائية في علم الفلك وفي الدراسات الخاصة بتحديد مدارات الكواكب والنجوم وغيرها من الأجرام السماوية ، وللإحصاء أهمية كبيرة في الجغرافيا بشقيها الطبيعي والبشري ، فقد استخدمت الأساليب الإحصائية في دراسة أشكال سطح الأرض والجغرافيا المناخية وجغرافيا البحار والمحيطات ، هذا فضلاً عن تطبيق الطرق الإحصائية في الجغرافيا السكانية وجغرافيا المدن وعلم الخرائط ... إلخ .
أما بالنسبة للعلوم الطبية فيطبق علم الإحصاء في أغلبية الدراسات الطبية لمقارنة الأمراض المختلفة وسبل علاجها وتحديد العلاقة بين بعض الأمراض ومسبباتها .وهكذا نرى أن علم الإحصاء قد أصبح في وقتنا الحاضر علماً هاماً كثير النفع والاستعمال في شتى أنواع العلوم ، وبصفة عامة فإن أي تخطيط اقتصادي أو اجتماعي لا يمكن أن يكون تخطيطاً صحيحاً ما لم تستخدم الأساليب والمبادئ والنظريات الإحصائية في تنفيذه وتقييم نتائجه .

أهداف علم الإحصاء :

1. تبسيط البيانات الإحصائية بعرضها في جداول أو رسومات بيانية ، وذلك لتسهيل فهمها وتلخيصها وتحليلها .
2. التعبير عن الحقائق بصورة عددية واضحة ودقيقة بدلاً من عرضها والتعبير عنها بطريقة إنشائية .
3. مقارنة المجموعات المختلفة وإيجاد العلاقات القائمة بينها .
4. التنبؤ ببيانات مستقبلية مما يساعد عملية التخطيط .
5. استخلاص النتائج واتخاذ القرارات المناسبة بقدر كبير من الصحة ، وذلك بعد قيام الباحث في أي فرع من فروع العلوم المختلفة بتحليل البيانات المتوفرة لديه .

(2-1) مصادر البيانات الإحصائية :

البيانات الإحصائية هي المعلومات والحقائق التي يجمعها الباحث عن الظاهرة التي يقوم بدراستها ، وتشكل البيانات المادة الرئيسية في أي بحث إحصائي فعلى قدر صحتها ودقتها تتوقف على دقة البحث والتحليل الإحصائي ، وهذا يؤثر بالطبع في أهمية النتائج المتوصل إليها وصحة القرارات المتخذة . ويقوم الباحث بجمع البيانات اللازمة لبحثه من أحد مصدرين اثنين هما :

- **المصادر التاريخية (المصادر غير المباشرة) .**
- **المصادر الميدانية (المصادر المباشرة) .**

1 – المصادر التاريخية :

تشمل الوثائق والمطبوعات الحالية والقديمة ، ومن أهمها النشرات الإحصائية التي تصدرها الهيئات والمنظمات الدولية كهيئة الأمم المتحدة ومنظماتها المختلفة أو التي تنشرها مصالح الإحصاء والتعداد الموجودة في أغلب دول العالم ، مثل المجموعة الإحصائية التي تصدرها مصلحة الإحصاء والتعداد في ليبيا وهي تضم بيانات مختلفة عن المجتمع الليبي ، وكذلك السجلات مثل سجلات المواليد والوفيات والطلاق والزواج ... إلخ والتي تصدر عن مصلحة الأحوال المدنية .
والمصادر التاريخية تصنف إلى نوعين منها ما يعتبر مصادر أولية ومنها ما يعتبر مصادر ثانوية ويتم تعريفها كما يلي :

1 – المصادر التاريخية الأولية : وهي النشرات التي تقوم بنشرها نفس الهيئة التي قامت بجمعها مثل النشرات الإحصائية الصادرة من مصلحة الإحصاء والتعداد .

2 – المصادر التاريخية الثانوية : وهي النشرات التي تقوم بنشرها هيئة أو جهة أخرى غير تلك التي قامت بجمعها ، كالنشرات الإحصائية المنشورة في الصحف والمجلات والكتب أو المقتبسة من جهات أخرى .

2 – المصادر الميدانية :

إذا كانت المصادر التاريخية ، أي البيانات المنشورة غير كافية لدراسة المشكلة محل البحث ، يضطر الباحث إلى النزول بنفسه إلى الميدان وتجميع المعلومات الضرورية لبحثه من المفردات محل الدراسة مباشرة ، أو بالحصول على معلومات عنها من أشخاص لهم علاقة بالظاهرة محل البحث ، ويتم جمع البيانات الميدانية بإتباع إحدى الطرق التالية :

أ – الملاحظة :

تتم عملية جمع البيانات عن طريق ملاحظة الباحث لمفردات الظاهرة محل الدراسة مباشرة ثم تسجيل ملاحظاته والإجابة عن الأسئلة المعدّة والتي تعتبر إجابتها ضرورية للمشكلة محل البحث ، وتتبع هذه الطريقة في حالة التجارب العلمية التي تجرى في المعامل والمعتمدة على الملاحظة المباشرة ، وكذلك في حالة البحوث الخاصة بالعلوم الإنسانية أو الاقتصادية،كالدراسات الخاصة بسلوك الأطفال في سن معينة مثلاً ، أو الذين يعانون من مشكلة معينة أو في حالة الدراسات الخاصة بمقارنة نوعين من المحاصيل الـزراعية مثل

مقارنة محصول الطماطم نوع جالو بمحصول الطماطم نوع طرابلس من حيث الإنتاجية ، فيهيئ الباحث قطعتين زراعيتين لهما نفس الخواص ويزرع في أحدهما النوع الأول من الطماطم وفي الثانية النوع الثاني وفي نهاية الموسم يجمع المحصول ويقوم بملاحظة أيهما أكثر إنتاجية . ومن مزايا هذه الطريقة أن البيانات المجمعة بهذه الكيفية تكون أكثر دقة وملائمة للغرض الذي جمعت من أجله ولكن إذا أردنا مراقبة وملاحظة عدد كبير من المفردات ستكون هذه الطريقة مكلفة من الناحية المادية وتتطلب مجهوداً شاقاً .

ب – المقابلة الشخصية :

في هذه الطريقة يقوم الشخص الباحث بمقابلة الشخص المبحوث مباشرة ويطرح عليه أسئلة محددة ومعدة مسبقاً تغطى إجابتها المعلومات الضرورية والهامة للمشكلة محل البحث ، ويقوم الباحث بنفسه بتسجيل إجابات المبحوث على هذه الأسئلة .

ومن مميزات هذه الطريقة الحصول على معلومات دقيقة ، ويستطيع الباحث توضيح أي غموض في الأسئلة وبالتالي الحصول على أكبر قدر من الإجابات الصحيحة ، ولكن غالباً ما يعجز الباحث بنفسه عن إتمام عملية جمع البيانات بهذه الطريقة وذلك لكثرة المفردات المدروسة فيستعين بمساعدين للقيام بعملية جمع البيانات وذلك بعد تدريبهم تدريباً جيداً ، وهذا ييسّر إنجاز عملية جمع البيانات في وقت قصير ولكنه يؤدي إلى زيادة التكلفة المادية بصورة كبيرة ، إلى جانب أن الشخص المكلف بجمع البيانات قد يؤثر على إجابة الشخص المبحوث بقصد أو بدون قصد .

جـ - الاتصال بالهاتف :

يقوم الباحث بجمع البيانات التي يرغب فيها عن طريق الاتصال هاتفياً بالمبحوث والحصول منه على إجابات الأسئلة المعدة ، ومن مزايا هذه الطريقة أنها سريعة وغير مكلفة من الناحية المادية .

د – الاتصال بالبريد :

يقوم الباحث في هذه الطريقة بإعداد الاستمارة الإحصائية التي تحتوي على كل الأسئلة التي يرغب الباحث في الحصول على إجابتها ثم إرسالها عبر البريد العادي أو الإلكتروني إلى المبحوث ويجب أن يرسل الباحث مع الاستمارة ظرفاً عليه طابع بريد وعنوان الباحث وذلك لتشجيع المبحوث باعادة الاستمارة بعد ملئها ، كذلك يرفق مع الاستمارة خطاباً يوضح الباحث فيه الغرض من البحث ويؤكد على سرية البيانات المتحصل عليها واستخدامها لغرض البحث العلمي فقط . ومن مزايا هذه الطريقة أنها غير مكلفة ويكون لدى المبحوث الوقت الكافي لإجابة الأسئلة بحرية وبدون حرج ولكن يعاب عليها أن عدداً كبيراً من الاستمارات لا تُرد إلى الباحث .

(3-1) أنواع البيانات الإحصائية :

يتصل بالبيانات مفهوم المتغيرات ، فمثلاً إذا كانت الدراسة خاصة بأطوال طلبة الثانوية العامة ، فستكون البيانات المجمعة هي أطوال هؤلاء الطلبة ، وسنجد أن الطول سيتغير من طالب إلى آخر وبالتالي يطلق على الطول مصطلح " متغير " لأن قيمته تتغير من مفردة إلى أخرى من مفردات البحث ، حيث المفردة محل البحث في هذه الدراسة هي طالب الثانوية العامة .

كذلك إذا كانت البيانات المجمعة تمثل عدد الأطفال في الأسر القاطنة في مدينة ما ، فإن عدد الأطفال سيتغير من أسرة إلى أخرى فأسرة لا يوجد بها أطفال ، وأسرة لها طفل واحد ، وأسرة لها طفلان ... إلخ ، وبالتالي يطلق على عدد الأطفال مصطلح " متغير" حيث تتغير قيمته من مفردة إلى أخرى ، والمفردة هنا هي الأسرة .

ويُعرف المتغير بأنه " كمية قابلة للتغير من مفردة إلى أخرى " .

وتجدر الإشارة بأنه ليس من الضروري أن تكون قيم المتغير لجميع المفردات محل البحث مختلفة بل قد نجد أن بعض المفردات تأخذ نفس القيمة فمثلاً في المثال الأول الخاص بأطوال الطلبة قد نجد طالبين أو أكثر لهم نفس الطول ، وكذلك في المثال الثاني قد نجد بعض الأسر لها نفس عدد الأطفال وهكذا ... وتصنف البيانات الإحصائية وفق المتغير الذي تمثله إلى نوعين رئيسين :

1 – بيانات وصفية (نوعية أو كيفية) :

هي البيانات التي تمثل متغيرات خاصة بخصائص أو ظواهر لا يمكن التعبير عنها بأرقام ، وذلك مثل مستوى التعليم (أمي ، ابتدائي ، إعدادي ، ثانوي ...) والديانة (مسلم ، مسيحي ، ...) ولون الشعر (أسود ، بني ، أصفر ...) والجنسية (عربي ، أمريكي، إنجليزي ، ...) إلخ .

وتصنف البيانات الوصفية إلى نوعين هما :

أ – بيانات وصفية تمثل متغيراً لا يمكن ترتيبه تصاعدياً أو تنازلياً وفق معيار ثابت ، وذلك مثل لون الشعر ، الديانة ، الجنسية ... إلخ .

ب – بيانات وصفية تمثل متغيراً يمكن ترتيبه تصاعدياً أو تنازلياً وذلك مثل المستوى التعليمي يمكن ترتيبه تصاعدياً (أمي ، ابتدائي ، إعدادي ، ثانوي ، جامعي ، عالٍ) وكذلك مثل تقديرات الطلبة في الامتحانات يمكن ترتيبها تنازلياً (ممتاز ، جيد جداً ، جيد ، مقبول ، راسب) .

2 – بيانات كمية :

هي البيانات التي تمثل متغيرات خاصة بخصائص أو ظواهر يمكن التعبير عنها كمياً أي يمكن التعبير عنها بالأرقام ، وهي إما أن تكون حالات يمكن عدها أو خصائص يمكن قياسها ،

ومن أمثلة البيانات التي نحصل عليها بالعد : (عدد السكان ، عدد المواليد ، عدد الأطفال في الأسرة ... إلخ) ، ومن أمثلة البيانات التي نحصل عليها بالقياس : الأطوال ، الأوزان ، درجات الحرارة ... إلخ . وتصنف البيانات الكمية هي الأخرى إلى نوعين :

أ . بيانات كمية منفصلة " متقطعة " :

وهي البيانات التي تمثل متغيراً منفصلاً وهو المتغير الذي يأخذ عدداً محدوداً من القيم في مدى معين ، أو عدداً غير محدود من القيم ولكن يمكن كتابتها على صورة متتابعة من الأعداد ، فالمتغير المنفصل يأخذ قيماً معينة فقط ولا يأخذ أي قيمة بين هذه القيم .
مثلاً إذا كان المتغير يمثل عدد الأطفال في الأسر القاطنة في مدينة ما ورمزنا لهذا المتغير بالرمز س ، وبافتراض أن أكبر أسرة في هذه المدينة لديها 15 طفلاً ، فسنجد أن القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير س هي القيم التالية :
0 ، 1 ، 2 ، 3 .... ، 15 ، فهنا المتغير يمكنه أن يأخذ 16 قيمة فقط أي انه يأخذ عدداً محدوداً من القيم ، كذلك نلاحظ أن القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير هي قيم منفصلة أو متقطعة عن بعضها ، فالمتغير يأخذ القيمة 0 ثم يأخذ القيمة 1 ، ولا يستطيع أن يأخذ القيم التي بين 0 ، 1 ، فمثلاً لا يستطيع أن يأخذ القيمة 0.675 ، وكذلك يستطيع أن يأخذ القيمة 1 والقيمة 2 ، ولكنه لا يستطيع أن يأخذ القيمة 1.34 مثلاً ، وبالتالي فالقيم التي يمكن ان يأخذها هذا المتغير الذي يمثل عدد الأطفال هي قيم منفصلة أو متقطعة عن بعضها ولذا يطلق على هذا النوع من المتغيرات (المتغيرات المنفصلة أو المتقطعة) والبيانات التي تمثل هذه المتغيرات يطلق عليها (البيانات المنفصلة أو المتقطعة) .
وذكرنا في تعريف المتغير المنفصل بأنه يمكن أن يأخذ عدداً غير محدود من القيم لكن يمكن كتابتها في شكل أعداد متتابعة ، والمثال على ذلك ، المتغير الذي يمثل عدد الطيور المهاجرة إلى منطقة الجبل الأخضر ، فهنا لا نستطيع تحديد عدد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير ولكن يمكن كتابتها على شكل متتابعة من الأعداد وذلك كما يلي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ... فقد لا يهاجر أي طائر ، وقد يهاجر طائر واحد ، وقد يهاجر طائران ... إلخ .
ومن تعريف البيانات المنفصلة نجد أن كل البيانات التي نحصل عليها بالعد تمثل قيماً لمتغيرات منفصلة وبالتالي نستطيع أن نطلق عليها بيانات منفصلة .

ب – بيانات كمية متصلة " مستمرة " :

وهي البيانات التي تمثل متغيراً متصلاً وهو المتغير الذي يمكنه أن يأخذ أي قيمة في مدى معين ، وبالتالي فالقيم التي يستطيع أن يأخذها هذا المتغير هي قيم متصلة ببعضها أي مستمرة ،وبالتالي سمى بالمتغير المتصل أو المستمر ، والبيانات التي تمثل هذا المتغير سميت بالبيانات المتصلة أوالمستمرة .

فمثلاً إذا كان المتغير يمثل طول طالب في الثانوية العامة ، فلو فرضنا أن أقصر طالب قامته 155 سم وأطولهم قامة 170 سم ، فهنا المتغير يستطيع أن يأخذ أي قيمة في المدى بين 155 و 170 سم ، فمثلاً يمكنه أن يأخذ القيمة 160.02 سم ويمكنه أن يأخذ القيمة 165.731 سم وهكذا ...

وبالتالي فإن القيم التي يمكن أن يأخذها هذا المتغير هي قيم متصلة أو مستمرة في المدى من 155 إلى 170 ، ولذلك يطلق على هذا النوع من المتغيرات اسم المتغيرات المتصلة أو المستمرة، والبيانات التي تمثل هذه المتغيرات تسمى بيانات متصلة أو مستمرة، وبصفة عامة فكل البيانات التي نحصل عليها بالقياس هي قيم لمتغيرات متصلة ، وبالتالي نستطيع أن نطلق عليها بيانات متصلة .

(4-1) جمع البيانات الإحصائية :

قبل البدء في عملية جمع البيانات الإحصائية يجب على الباحث تحديد الهدف من الدراسة التي سيقوم بها تحديداً دقيقاً ، وعلى ضوء هذا يقوم بتحديد البيانات المطلوبة والضرورية لبحثه ، ثم يقوم بتصميم استمارة إحصائية وهي عبارة عن قائمة تشمل أسئلة تكون الإجابة عليها مؤدية إلى البيانات المطلوبة في البحث ، وتوجد بعض الاعتبارات التي يجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة الإحصائية والمتمثلة فيما يلي :

1. أن تحتوي الاستمارة على أقل عدد ممكن من الأسئلة بشرط أن تعطي جميع المعلومات المطلوبة في البحث .
2. يجب أن تكون الأسئلة بسيطة واضحة المعنى ، كما يفضل اختيار الألفاظ الشائعة المفهومة .
3. من الأفضل أن تصاغ الأسئلة بحيث تكون إجابتها بنعم أو لا أو إجابة من ثلاث أو أربع إجابات ، يصيغها مصمم الاستمارة ويضع الشخص الذي يملأ الاستمارة علامة أمام الإجابة التي تناسبه .
4. يجب تجنب الأسئلة المحرجة والمتعلقة بالأمور الشخصية السرية كالسؤال عن الأرباح مثلاً .
5. تجنب الأسئلة الإيحائية ، أي التي توحي بإجابات معنية مثلاً ، هل تغيبت عن العمل بسبب المرض ؟ فالإجابة على هذا النوع من الأسئلة تكون غالباً بالإيجاب والطريقة الأفضل للسؤال : لماذا تغيبت عن العمل؟
6. تجنب الأسئلة التي تكون إجابتها نسبية مثل السؤال عن الثقافة ، عن التدين ... إلخ .
7. يجب أن يخصص لكل سؤال نقطة واحدة للإجابة عليها ، فيجب عدم وضع سؤالين أو أكثر في نفس السؤال . ويجب ترتيب الأسئلة ترتيباً منطقياً وإعطاء رقم لكل سؤال حتى يسهل الرجوع إليه .

8. يجب تكرار الأسئلة التي يرى الباحث أن إجابتها مهمة جداً ، وذلك بأن يعبر عن السؤال بأكثر من صيغة في مواضع متباعدة من الاستمارة ، وذلك للتأكد من صحة المعلومات التي يعطيها المستجوب أي الشخص الذي يملأ الاستمارة .

أنواع الاستمارة الإحصائية :

تنقسم الاستمارة الإحصائية إلى نوعين هما :

1 - كشف البحث :

هو استمارة إحصائية يقوم الباحث أو الشخص المكلف بجمع البيانات بتدوين الإجابة عن الأسئلة التي بها بنفسه وذلك بعد أن يتحصل على الإجابات عن طريق الملاحظة المباشرة للظاهرة محل الدراسة ، كما هو الحال في العلوم المعملية أو عن طريق المقابلة الشخصية للمبحوث أو عن طريق الهاتف حيث إنه عند جمع البيانات بهذه الطرق يقوم الباحث بتوجيه الأسئلة للمبحوث ثم يسجل الباحث إجابات الشخص المبحوث كما هي ، ويستخدم كشف البحث في الدراسات الخاصة بالمجتمعات التي ترتفع فيها نسبة الأمية وكذلك في الدراسات الخاصة بالأطفال .

2 – صحيفة الاستبيان :

هي استمارة إحصائية يقوم المبحوث أي الشخص الذي لديه المعلومات بتدوين الإجابة بنفسه عن الأسئلة التي بها ، في هذه الحالة يقوم الباحث بتسليم الاستمارة للمبحوث ثم يستعيدها منه بعد ملئها أو يرسلها إليه بواسطة البريد العادي أوالإلكتروني ويطلب منه تعبئتها وإعادتها ، ولتشجيع المستجوب على إعادة الاستمارة يجب أن يرفق معها ظرفاً عليه طابع بريد وعنوان الباحث أو الهيئة المشرفة على الدراسة ، أويطلب منه تعبئة الإستمارة إلكترونياً وإعادتها بواسطة البريد الإلكتروني للباحث أو الجهة المشرفة على الدراسة .

(5-1) أساليب جمع البيانات :

بعد إعداد الاستمارة الإحصائية يبدأ الباحث بجمع البيانات وذلك بإتباع أحد أسلوبين هما :

1 – إسلوب الحصر الشامل " أسلوب التعداد " :

يتطلب هذا الأسلوب جمع المعلومات عن كل مفردات المجتمع محل الدراسة دون ترك أي مفردة منها . والمقصود بالمجتمع في علم الإحصاء :

" هو مجموعة كل المفردات التي يهتم بها موضوع البحث ، وقد تكون هذه المفردات أشخاصاً أو أسراً أو شركات أو حيوانات أو أشياء " .

فمثلاً إذا كان بحثنا أو دراستنا خاصة بالمستوى الاقتصادي للموظفين في مدينة طرابلس ، فالمجتمع يتكون من كل قياسات المستوى الأقتصادي للموظفين بمدينة طرابلس ، والمفردة في هذه الدراسة هي قياس المستوى الأقتصادي للموظف ، أما إذا كانت الدراسة خاصة بالراتب الشهري للأسر القاطنة في مدينة اجدابيا ، فالمجتمع سيتكون من كل قياسات الدخل للأسر القاطنة في هذه المدينة ، والمفردة في هذه الدراسة هي الأسرة ، أما إذا كانت الدراسة خاصة بجودة السجاد المنتج في مصنع بني وليد في شهر معين ، فالمجتمع يتكون من كل السجاد المنتج في هذا المصنع في هذا الشهر ، والمفردة في هذه الدراسة هي السجادة ، وإذا أردنا إتباع أسلوب الحصر الشامل في هذه الدراسات ، ففي الدراسة الأولى الخاصة بالموظفين يجب أن نجمع البيانات عن كل الموظفين في مدينة طرابلس ، وفي الدراسة الثانية يجب أن نجمع بيانات من كل الأسر القاطنة في مدينة اجدابيا ، أما في الدراسة الثالثة فيجب أن نفحص جودة كل السجاد المنتج في المصنع في هذا الشهر .

ويستخدم أسلوب الحصر الشامل عندما يكون الغرض من البحث هو جمع البيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع وذلك كما في حالة التعداد العام للسكان الذي من أغراضه معرفة عدد السكان في منطقة معينة وهو يجرى في أغلب الدول كل عشر سنوات ، ففي هذه التعدادات تُنفق أموال طائلة للحصول على بيانات كاملة عن كل مفردة من مفردات المجتمع سواء كانت المفردة شخصاً أو أسرة أو مزرعة أو مصنعاً .. إلخ .

وكذلك يستخدم أسلوب الحصر الشامل عندما يرغب الباحث في الحصول على نتائج دقيقة جداً جداً ، فمثلاً تطبق الشركة المنتجة لأسطوانات الغاز أسلوب الحصر الشامل عند فحص الأسطوانات المنتجة ، فتفحص كل الأسطوانات المنتجة ، وذلك للتأكد من سلامتها حتى لا يتعرض أي شخص للخطر .

ومن مزايا أسلوب الحصر الشامل أنه يعطي نتائج دقيقة وموثوقا بها لوصف المجتمع محل الدراسة ، وذلك لأننا نجمع المعلومات عن المجتمع بأكمله دون استثناء ، ولكن هذا الأسلوب مكلف من الناحية المادية وخصوصاً إذا كان المجتمع محل الدراسة يتكون من عدد كبير من المفردات ، ففي هذه الحالة يحتاج الباحث لعدد كبير من جامعي البيانات المدربين تدريباً جيداً ، وكذلك إلى وقت طويل مما يؤدي أحياناً إلى عدم ظهور نتائج الدراسة في الميعاد المناسب ، ومن عيوب إسلوب الحصر الشامل أيضاً أنه يتطلب إستخدام عدد كبير من جامعي البيانات ، وقد يكون بعضهم تنقصهم الخبرة والتدريب الكافي ، وبالتالي هناك مجال كبير لإرتكاب أخطاء في جمع وتسجيل البيانات مما يؤثر على صحة النتائج النهائية .

2 – أسلوب العينات " أسلوب المعاينة " :

المقصود بأسلوب العينات هو جمع المعلومات عن عينة من المجتمع محل الدراسة ، وتعرف

العينة بأنها " جزء فقط من المجتمع المدروس " . فيقوم الباحث عند إتباع هذا الأسلوب بجمع البيانات عن بعض مفردات المجتمع وليس عن كل المفردات كما في حالة أسلوب الحصر الشامل ، ويراعى في اختيار العينة طرق علمية معينة بحيث يضمن الباحث أنها تمثل المجتمع المختارة منه تمثيلاً سليماً ، ثم يقوم الباحث بجمع البيانات عن مفردات العينة ويقوم بدراستها وتحليلها واستخلاص النتائج منها ، ثم يعمم هذه النتائج على المجتمع بأكمله وذلك باستخدام أساليب إحصائية يحتويها فرع الإحصاء المسمى بالإحصاء الاستنتاجي ، ويمكن تحديد مدى الخطأ الناجم عن استقراء العينة والتي هي جزء فقط من المجتمع ، وذلك باستخدام ما يسمى بنظرية الاحتمالات .

ومن مزايا هذا الأسلوب أنه يقلل النفقات ويوفر المال والوقت، إلا أنه إذا لم يعتمد على أسس علمية سليمة فإن نتائجه والقرارات المترتبة عليها ستكون غير دقيقة ونسبة الخطأ فيها كبيرة.

وعند إتباع أسلوب العينات وقبل الشروع في اختيار العينة يقوم الباحث بإعداد ما يسمى بالإطار ويعرف الإطار بأنه قائمة أو خريطة تحتوي على جميع مفردات المجتمع المقصود بالدراسة ومن الإطار يتم اختيار مفردات العينة التي ستستخدم في الدراسة ، ويراعى في الإطار أن يكون شاملاً لجميع مفردات المجتمع ودقيقاً وحديث العهد ويجب أن يوضح الإطار الموقع والعنوان والحدود الخاصة بمفردات المجتمع في حالة الدراسات الجغرافية . وعادة تتخذ بيانات التعدادات أساسً لتكوين الإطارات .

مثلاً قبل اختيار العينة التي ستستخدم في دراسة مستوى طلبة الثالثة ثانوي في مادة اللغة الإنجليزية علينا أن نحضر قائمة تشمل جميع طلبة الثالثة ثانوي وعلى أماكن تواجدهم وكذلك على كيفية الاتصال بهم ... إلخ وأي عينة يتم اختيارها من مجتمع معين دون أن يكون اختيارها مستنداً على إطار واضح ودقيق للمجتمع فإن عملية الاختيار تكون غير صحيحة ولا تمثل العينة المختارة مجتمعها تمثيلاً سليماً .

(6-1) أسباب استعمال أسلوب العينات :

توجد عدة أسباب تجعل الباحث يجمع البيانات عن جزء من المجتمع بدلاً من المجتمع كله ، أي يستخدم أسلوب العينات بدلاً من أسلوب الحصر الشامل ، ويمكن تلخيص هذه الأسباب فيما يلي :

1. الإمكانيات المادية والفنية للباحث قد لا تسمح له بدراسة المجتمع بأكمله والمقصود بالإمكانيات المادية والفنية هو المال المخصص للبحث والوقت المحدد لإنجازه وكذلك الأشخاص المتخصصين في موضوع البحث والمتدربين على جمع البيانات تدريباً جيداً .
2. عندما يكون المجتمع محل الدراسة مجتمعاً لا نهائياً ، أي عدد مفرداته غير محدود فلا يستطيع الباحث جمع معلومات عن كل مفردة من مفرداته ، مثل مجتمع الطيور والأسماك والحيوانات ... إلخ .

3. عندما يؤدي أسلوب الحصر الشامل إلى فناء المجتمع محل الدراسة وذلك عندما فحص المفردات يؤدي إلى هلاكها ، فمثلاً عند فحص طلبية من البيض ، فالبيضة هنا هي المفردة ولفحصها نضطر إلى كسرها مما يؤدي إلى إتلافها وبالتالي لا يمكن إتباع أسلوب الحصر الشامل ، بل نكتفي بفحص جزء من هذه الطلبية أي نتبع أسلوب العينات

4. توفير الوقت ، فقد يستدعى الأمر أحياناً إلى الحصول على نتائج البحث في وقت قصير بحيث يصعب إتباع أسلوب الحصر الشامل .

5. في حالة المجتمعات المتجانسة ، أي تكون مفردات المجتمع متشابهة تماماً ، فإن أسلوب الحصر الشامل يصبح إهداراً للوقت والجهد ، فمثلاً يكفي اختيار قطعة من قماش الثوب بدلاً من الثوب كله إذا كان القماش متجانساً تماماً .

(1-7) الأخطاء الشائعة في جمع البيانات :

إن البيانات المجمعة عرضة لنوعين من الأخطاء هما :

- **خطأ الصدفة " خطأ العينات " .**
- **خطأ التحيز .**

1 – خطأ الصدفة " خطأ العينات " :

يظهر هذا الخطأ في البيانات الإحصائية المجمعة بأسلوب العينات ولا تتعرض له البيانات المجمعة بأسلوب الحصر الشامل ، وينشأ هذا الخطأ بسبب طبيعة العينة نفسها أي كونها جزءاً من الكل، فقد لا تمثل العينة كل خصائص وصفات المجتمع الذي سحبت منه تمثيلاً سليماً ، أي لا تكون صورة تقريبية للمجتمع الأصلي ، وذلك بالرغم من إتباع الأساليب العلمية في اختيارها ، ويرجع هذا الخطأ إلى اختيار مفردات دون أخرى . ولكن هذا النوع من الأخطاء يمكن تقديره وتحديد مداه ما دام اختيار العينة قد تم بإتباع طرق علمية سليمة ، ويؤثر في هذا الخطأ مايلي :

أ - حجم العينة أي عدد المفردات التي تشملها العينة ، فكلما زاد حجم العينة كلما قل خطأ الصدفة وذلك لأنه كلما زاد حجم العينة كلما اقتربت خصائصها من خصائص المجتمع الذي سحبت منه .

ب - تباين المجتمع : أي الاختلاف بين مفردات المجتمع ، فكلما قل تباين المجتمع كلما قل خطأ الصدفة وأصبحت العينة المختارة موضع ثقة أكبر .

2 – خطأ التحيز :

تتعرض لهذا الخطأ كل البيانات المجمعة بأي أسلوب من أساليب جمع البيانات ، فتتعرض له البيانات المجمعة بأسلوب الحصر الشامل ، كما تتعرض له البيانات المجمعة بأسلوب العينات، وينشأ هذا الخطأ عند جمع البيانات أو عند اختيار العينة ، فعند جمع البيانات ينشأ خطأ التحيز للأسباب التالية :

أ - عند استخدام استمارة كشف البحث في حالة جمع البيانات بطريقة المقابلة الشخصية أو بطريقة الاتصال بالهاتف ، يكون لجامع البيانات سلطة كبيرة على الإجابات فقد يتحيز لإجابة معينة ويوحى بها للمبحوث وذلك بقصد أو بدون قصد ، فمثلاً في بعض الدراسات الاجتماعية إذا كان جامع البيانات متحيزاً لأفكار معينة فإن اتصاله الشخصي بالمبحوث يتيح له فرصة التأثير عليه وتوجيه الأسئلة بحيث تأتي الإجابات مؤيدة لأفكاره ولذلك يجب أن يدرب جامعو البيانات تدريباً جيداً والقيام بتوعيتهم علمياً حتى يتصفون بالحياد التام .

ب - أخطاء غير مقصودة من قبل الشخص المبحوث وذلك لعدم فهمه لبعض الأسئلة الموجودة في الاستمارة الإحصائية .

ج - أخطاء مقصودة في الإجابة من قبل الشخص المبحوث وذلك في حالة الأسئلة المحرجة والشخصية جداً .

وقد ينشأ خطأ التحيز عند اختيار العينة وذلك للأسباب التالية :

أ - اختيار العينة من إطار غير شامل لكل مفردات المجتمع محل الدراسة ويكون التحيز خطيراً إذا كانت المفردات التي لم يشملها الإطار لها علاقة قوية بموضوع الدراسة ، فمثلاً عند دراسة المستوى الصحي في رياض الأطفال ، فإن اختيار عينة من الأطفال الحاضرين فقط وإهمال الأطفال الغائبين ستكون متحيزة للأصحاء لأن المرض هو أهم أسباب غياب الأطفال وهذا سيؤدي إلى نتائج غير صحيحة في البحث .

ب - اختيار العينة بدون إطار ، مثل اختيار العينة من الأهل والأصدقاء فقط وتجاهل الآخرين ، وهذا يطلق عليه تحيز متعمد أو مقصود .

ج - استخدام إطار به ازدواج أي تتكرر فيه أسماء بعض المفردات، وبالتالي فإن المفردات المكررة سيكون لها فرصة أكبر من المفردات الأخرى ، للظهور في العينة ، فمثلاً عند دراسة نوعية البضائع التي تعرضها المحلات التجارية في مدينة بنغازي فيجب عند تحضير الإطار الانتباه بأن لبعض المحلات التجارية أكثر من فرع ، وإذا احتوى الإطار على كل فروع المحل يعني تكرار هذا المحل في الإطار وبالتالي سيكون له أكثر من فرصة للدخول في العينة بينما لا يكون للمحلات الأخرى إلا فرصة واحدة فقط .

د - إتباع طريقة الاختيار المنظم ، عندما تكون مفردات المجتمع مرتبة ترتيباً معيناً ، له علاقة بموضوع البحث يؤدي الاختيار المنظم إلى اختيار مفردات ذات خاصية مشتركة ،

فمثلاً عند دراسة مبيعات محل للخضروات وذلك باختيار عينة تتكون من مبيعات اليوم السابع في كل أسبوع ، فإذا كانت قائمة المبيعات اليومية لهذا المحل تبدأ بيوم السبت فسنجد أن في كل أسبوع سيقع الاختيار على يوم الجمعة ، وبالتالي ستكون العينة الناتجة مكونة من أيام الجمع فقط ، ومن الواضح أنها عينة متحيزة .

هـ - عند عدم إجابة بعض المفردات في العينة أو رفضهم الإجابة يقوم الباحث أحياناً بالاستعاضة عن هذه المفردات بمفردات أخرى دون إتباع طريقة علمية صحيحة عند الاختيار .

وخطأ التحيز خطأ لا يمكن تقديره ولذلك يجب تلافيه بحذف مصدره وليس بعمليات حسابية ، فيمكن تجنبه باختيار العينة من إطار صالح وتدريب جامعي البيانات تدريباً جيداً والإشراف عليهم ونشر الوعي الإحصائي بين المشتغلين بالبحث والدراسة .

(8-1) أنواع العينات :

توجد عدة طرق لاختيار عينة من مجتمع بحيث تكون ممثلة له تمثيلاً سليماً ، وتتوقف طرق الاختيار على مايلي :

1. طبيعية المجتمع المراد دراسته .
2. الهدف من الدراسة والبحث .
3. التباين أو الاختلاف بين مفردات المجتمع .

وباختلاف طرق الاختيار تنتج أنواع مختلفة من العينات سنتعرض لأهمها فيما يلي :

1 – العينة العشوائية البسيطة :

يستخدم هذا النوع من العينات إذا كان التباين أو الاختلاف بين مفردات المجتمع صغيراً أو في حالة المجتمعات المتجانسة ، والعينة العشوائية البسيطة هي عينة مختارة بطريقة عشوائية ، ويعني ذلك اختيارها على أساس إعطاء فرص متكافئة لجميع مفردات المجتمع للظهور في العينة ، وهذا ما يطلق عليه الاختيار العشوائي ، ولاختيار العينة عشوائياً أي بطريقة تضمن إعطاء نفس الفرصة لجميع مفردات المجتمع ، يجب أن يكون الاختيار خاضعاً لعامل الصدفة المطلقة دون تدخل العامل البشري فيه . ويتم الاختيار أو السحب العشوائي بإعطاء مفردات المجتمع أرقاماً مسلسلة ثم كتابة هذه الأرقام على قصاصات متماثلة من الورق بحيث إن كل قصاصة تمثل مفردة من المفردات ، ثم توضع هذه القصاصات في سلة وتخلط جيداً ، وتسحب منها الواحدة بعد الأخرى إلى أن نستوفى عدد المفردات المطلوبة في العينة .

مثال (1-1) :

إذا كانت الدراسة خاصة بالحالة الصحية للعاملين بمصنع المكرونة بمدينة بنغازي ، فهنا المفردة المبحوثة هي للعاملين ، أي أن كل العاملين في هذا المصنع يمثلون المجتمع محل الدراسة ، فإذا كان العدد الكلي للعاملين في هذا المصنع هو 176 عاملاً ، أي حجم المجتمع يساوي 176 وأردنا أن نختار منهم عينة عشوائية بسيطة تتكون من 25 عاملاً ، فنقوم بالخطوات التالية :

1. نُحضر الإطار الخاص بهذا المجتمع وهو عبارة عن قائمة تشمل أسماء كل العاملين في هذا المصنع مقرونة بعناوينهم وأماكن تواجدهم ، ونعطي لهم أرقاماً متسلسلة من 1 إلى 176 .
2. نحضر 176 بطاقة متماثلة تماماً في جميع المواصفات ونخصص لكل عامل بطاقة نكتب عليها رقمه المذكور في الإطار .
3. نضع كل البطاقات في سلة أو صندوق ونخلطها بشكل جيد ، ثم نختار منها ونحن مغمضو العينين 25 بطاقة ، وبذلك تتكون العينة العشوائية من الخمسة والعشرين عاملاً الذين ظهرت بطاقاتهم ، وهكذا نكون قد ضمنا الاختيار العشوائي لمفردات العينة وتحصلنا على عينة عشوائية بسيطة من عاملي المصنع .

2 – العينة العشوائية المنتظمة :

يستخدم هذا النوع من العينات عند وجود تباين بين مفردات المجتمع ونستطيع ترتيب هذه المفردات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً حسب الظاهرة محل الدراسة ، والصفة الأساسية لهذا النوع من العينات هي تساوي المسافات في الإطار بين المفردات المتتالية المختارة في العينة ، وتعتمد المسافة المنتظمة على حجم المجتمع وحجم العينة وتحسب كما يلي :

المسافة المنتظمة = حجم المجتمع ÷ حجم العينة

مثال (1-2) :

فإذا فرضنا أن المجتمع يتكون من 250 مفردة وأردنا أن نختار منه عينة عشوائية منتظمة حجمها يساوي 25 مفردة فالمسافة المنتظمة التي سيتم على أساسها السحب تحسب كما يلي :

المسافة المنتظمة = 250 ÷ 25 = 10 .

ويعني هذا أننا سنختار مفردة واحدة من كل عشر مفردات ، ونجرى هذا الاختيار بعد أن نعد إطار المجتمع ونعطي لمفرداته أرقاماً متسلسلة ثم نختار عشوائياً رقما يقع بين 1 و 10 ولنفرض أنه وقع اختيارنا على الرقم 3 فتكون المفردة الثالثة في الإطار هي المفردة الأولى

في العينة وبإضافة 10 إلى ترتيب المفردة الأولى في العينة نحصل على ترتيب المفردة الثانية وهكذا نحصل على ترتيب بقية مفردات العينة ، وستكون العينة المختارة تتكون من المفردات التالية :

3	13	23	33	43
53	63	73	83	93
103	113	123	133	143
153	163	173	183	193
203	213	223	233	243

ويمتاز هذا النوع من العينات بسهولته ، كما أن العينة العشوائية المنتظمة تمثل المجتمع الذي يمكن ترتيب مفرداته تصاعدياً أو تنازلياً تمثيلاً أدق من العينة العشوائية البسيطة ، فمثلاً إذا أردنا أن نختار عينة من طلبة الشهادة الإعدادية التابعين لمدرسة من المدارس ، فلكي تكون العينة محتوية على جميع المستويات العلمية للطلبة في المدرسة (عال ومتوسط وضعيف) يجب ترتيب الطلبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب المستوى العلمي كما توضحه درجاتهم في امتحانات سابقة ثم نقوم باختيار عينة منتظمة ، وهكذا نضمن أن العينة تشمل المستويات العلمية المختلفة ، مما يؤدي إلى التقليل من خطأ الصدفة وهذا قد لا تحققه العينة العشوائية البسيطة .

تمارين (1)

1. عرف علم الإحصاء ، مع ذكر أهدافه .
2. تكلم عن فروع علم الإحصاء .
3. فيما يلي مصادر مختلفة للبيانات الإحصائية ، وضح في كل حالة ما إذا كانت المصادر تاريخية أو ميدانية ؟

أ - في دراسة خاصة بالمستوى الاقتصادي للأسر القاطنة في مدينة ما ، قام الباحث بزيارة الأسر وجمع البيانات منها .

ب – في دراسة خاصة بالحالة الصحية لأطفال المرحلة الابتدائية ، قام الباحث بجمع البيانات من النشرات التي يصدرها قسم الصحة المدرسية بالمستوصفات .

ج – في دراسة خاصة بالحالة الاجتماعية لمدرسي المدارس الثانوية في مدينة ما ، قام الباحث بجمع البيانات باستخدام المجموعة الإحصائية التي تصدر عن مصلحة الإحصاء والتعداد .

4. ما هي الطرق المتبعة لجمع البيانات الميدانية ؟ تكلم على اثنين منها بالتفصيل .
5. في كل دراسة من الدراسات التالية ، وضح إذا كانت البيانات المتحصل عليها بيانات وصفية أم كمية ؟

أ – دراسة خاصة بمرتبات الموظفين في مدينة ما .

ب – دراسة خاصة بأطوال طلبة السنة الأولى في المرحلة الابتدائية .

ج – دراسة خاصة بالعلاقة بين لون شعر الأب ولون شعر الابن .

د – دراسة خاصة بأوزان معلبات تنتجها مصانع المجمعات الغذائية في مدينة ما .

هـ - دراسة خاصة بجنسية المرضى الأجانب الذين يترددون على المستشفيات في مدينة ما .

6. في كل حالة من الحالات التالية ، اذكر ما إذا كان المتغير منفصلاً أو متصلاً :

أ – عدد السيارات التي تدخل أحد المدن الجامعية يومياً .

ب – درجات الحرارة المسجلة ظهراً بمدينة ما .

ج – عدد المواليد في مدينة ما يومياً .

د – أوزان المرضى الذين يترددون على عيادة مرضى السكر في أحد المدن .

هـ - أعمار الطلبة المشتركين في امتحان الثانوية العامة لسنة معينة.

و – الوقت الذي يستغرقه الطلبة في حل امتحان معين .

7. عرف الاستمارة الإحصائية ، ثم اذكر القواعد التي يجب مراعاتها عند تصميمها .

8. اذكر الاستمارة الإحصائية المناسبة في كل دراسة مما يلي :

أ – دراسة خاصة بأنواع الفطريات التي تعيش على مادة معينة .

ب – دراسة خاصة بالعاملين الأميين في مدينة ما .

ج – دراسة خاصة بالطلبة التابعين لأقسام الاقتصاد في الجامعات الليبية .

د – دراسة خاصة بسلوك الأطفال الذين أعمارهم أقل من سنة .

9. ما هي أسباب استعمال أسلوب العينات ؟

10. ما هي الأخطاء الشائعة عند جمع البيانات ؟

11. اذكر الأسباب التي تؤدي إلى خطأ التحيز .

12. ما العلاقة بين خطأ الصدفة وحجم العينة ؟ مع تعليل هذه العلاقة . وما قيمة هذا الخطأ عندما تشمل العينة كل مفردات المجتمع ؟

13. عرف العينة ، ثم تكلم عن نوعين من العينات .

14. اذكر الفرق بين كل من :

أ – كشف البحث وصحيفة الاستبيان .

ب – خطأ الصدفة وخطأ التحيز .

ج – أسلوب الحصر الشامل وأسلوب العينات .

الفصل الثاني

العرض الجدولي للبيانات الإحصائية

(1-2) جداول التوزيعات التكرارية :

إن البيانات التي تم جمعها من أو عن مفردات المجتمع محل الدراسة وقبل أن يجرى عليها أي تنظيم أو تبويب تسمى بيانات خام غير مبوبة ، والبيانات الخام لا توضح لنا اتجاهات الظاهرة المدروسة ، بل لا نستطيع أن نجري عليها أي تحليل رياضي لحساب المقاييس الإحصائية المختلفة . ولذلك فالخطوة التالية بعد عملية جمع البيانات هي تنظيمها وتبويبها وعرضها في جدول ليسهل فهمها وتحليلها واستخلاص النتائج منها ، ويطلق على هذا الجدول جدول التوزيع التكراري ، ويطلق على البيانات بعد عرضها في جدول توزيع تكراري بيانات مبوبة .

تعريف جدول التوزيع التكراري :

يعرف جدول التوزيع التكراري بأنه جدول ذو عمودين ، العمود الأول نقسم فيه البيانات إلى فئات مصنفة حسب النوع أو القيمة العددية والعمود الثاني نسجل فيه أمام كل فئة عدد القيم التابعة لها ، ويسمى هذا العدد بتكرار الفئة .

كيفية إعداد الجداول التكرارية :

إن أول خطوة لتبويب البيانات الخام ووضعها في جداول تكرارية هي عمل ما يسمى بجدول تفريغ البيانات وهو جدول مقسم إلى ثلاثة أعمدة حيث إن :

- العمود الأول تدون فيه الفئات مصنفة حسب النوع أو القيمة العددية وإذا كان ترتيب البيانات ممكناً فيجب أن تكون الفئات مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .
- العمود الثاني خاص بالعلامات حيث نقوم بقراءة القيم المشاهدة المذكورة في البيانات والمقصود بالقيم المشاهدة أو المشاهدات هي قيم المتغير التي تحصلنا عليها من أو عن المفردات محل الدراسة عند جمع البيانات ، ونضع هذه العلامة (/) أمام الفئة التي تشمل القيمة ، ولتسهيل عملية عد العلامات يستحسن أن نضع كل أربع علامات بجوار بعضها (////) أما العلامة الخامسة فتكتب عكس اتجاه العلامات الأربعة على هذا النحو ($\cancel{////}$) . وبذلك يكون لدينا حزم من العلامات كل منها يحتوي على خمس علامات .

• العمود الثالث يُسجل به عدد العلامات التابعة لكل فئة وهذا العدد هو الذي يمثل التكرار . وبذلك نكون قد تحصلنا على تكرار كل فئة من فئات الجدول ، وبالطبع مجموع التكرارات يجب أن يساوي العدد الكلي للقيم المشاهدة .

وبعد الانتهاء من جدول التفريغ نستطيع معرفة جدول التوزيع التكراري لهذه البيانات فهو عبارة عن العمود الأول والثالث لجدول التفريغ مع حذف العمود الخاص بالعلامات . وفيما يلي سنقوم بدراسة كيفية إعداد الجداول التكرارية لكل نوع من أنواع البيانات .

أولاً – جدول التوزيع التكراري لبيانات وصفية " كيفية " :

إذا كانت البيانات وصفية مثل مستوى التعليم ، الديانة ، الجنسية ، ... إلخ ، فإننا نصنف البيانات في فئات بحيث تمثل كل فئة صفة أو نوعاً ، ثم نقوم بإعداد جدول تفريغ البيانات ومنه نحصل على جدول التوزيع التكراري ، والمثال التالي يوضح ذلك .

مثال (2-1) :

البيانات الخام التالية توضح المستوى الدراسي لعشرين عاملة في أحد المصانع :

أمي	إعدادي	أمي	ابتدائي	ابتدائي
ثانوي	إعدادي	إعدادي	ابتدائي	أمي
أمي	أمي	ابتدائي	ابتدائي	ابتدائي
إعدادي	ابتدائي	إعدادي	ثانوي	إعدادي

اعرض هذه البيانات في جدول تكراري .

الحل :

البيانات السابقة بيانات وصفية تمثل متغيراً وصفياً وهو المستوى التعليمي والذي ينقسم إلى 4 أنواع هي : أمي ، ابتدائي ، إعدادي ، ثانوي ، ويمكننا أن نضعها في جدول تفريغ البيانات بحيث تمثل كل فئة مستوى تعليمياً مع ترتيب الفئات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ، وعندها سيكون لدينا 4 فئات ، ثم نسجل أمام كل فئة العلامات التي تمثل المفردات التي تتبعها ويكون عدد العلامات هو تكرار الفئة وبالطبع يجب أن يكون مجموع التكرارات يساوي العدد الكلي للعاملات ، وجدول (2-1) يوضح جدول تفريغ البيانات المذكورة .

جدول (2-1)

جدول تفريغ للمستويات التعليمية لعشرين عاملة

المستوى التعليمي(الفئة)	العلامات	عدد العاملات(التكرار)
أمي	~~////~~	5
ابتدائي	~~////~~ //	7
إعدادي	~~////~~ /	6
ثانوي	//	2
المجموع		20

ومن جدول تفريغ البيانات نحصل على جدول التوزيع التكراري المناظر عن طريق الاكتفاء بالعمود الأول والثالث وحذف العمود الخاص بالعلامات والموضح فيما يلي :

جدول (2-2)

جدول التوزيع التكراري للمستوى التعليمي لعشرين عاملة

المستوى التعليمي (الفئة)	عدد العاملات (تكرار)
أمي	5
ابتدائي	7
إعدادي	6
ثانوي	2
المجموع	20

وبعد وضع البيانات الخام في جدول تكراري أصبحت واضحة وسهلة الفهم ، فنفهم من الجدول أنه يوجد في المصنع 5 عاملات أميات ، و7 عاملات مستواهن ابتدائي ، و6 عاملات مستواهن إعدادي وهكذا .

ثانياً – جدول التوزيع التكراري لبيانات كمية :

(1) جدول التوزيع التكراري لبيانات منفصلة (متقطعة) :

إذا كانت البيانات كمية وتمثل متغيراً منفصلاً فتوجد طريقتان لإعداد الجداول التكرارية :

(أ) إذا كان عدد القيم المختلفة التي يأخذها المتغير عدداً محدوداً وصغيراً ، فنكون جدولاً تكرارياً تمثل كل فئة من فئاته قيمة واحدة من القيم التي يأخذها المتغير مع مراعاة ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً، ثم نقوم بإعداد جدول لتفريغ البيانات ونشتق منه جدول التوزيع التكراري .

مثال (2-2) :

إذا ألقينا 4 مكعبات نرد معا 30 مرة وحصلنا على البيانات التالية التي تمثل عدد المكعبات التي يظهر عليها الرقم 6 في كل رمية .

0 ، 1 ، 4 ، 1 ، 2 ، 0 ، 1 ، 0 ، 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 1 ، 0 ، 2 ،

3 ، 0 ، 2 ، 1 ، 0 ، 3 ، 1 ، 0 ، 1 ، 0 ، 1 ، 4 ، 2 ، 1 ، 2.

الحل :

المتغير محل الدراسة في هذا المثال هو عدد المكعبات التي يظهر عليها الرقم 6 في كل رمية ، وهو متغير عشوائي منفصل والقيم المختلفة التي يأخذها هي :

0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4

حيث المقصود بكل قيمة من هذه القيم ما يلي :

0 : لا يظهر الرقم 6 على أي مكعب من المكعبات الأربعة .

1 : يظهر الرقم 6 على مكعب واحد فقط من المكعبات الأربعة .

2 : يظهر الرقم 6 على مكعبين من المكعبات الأربعة .

3 : يظهر الرقم 6 على ثلاثة مكعبات من المكعبات الأربعة .

4 : يظهر الرقم 6 على المكعبات الأربعة .

وحيث إن عدد القيم المختلفة التي يأخذها المتغير يساوي 5 وهو عدد محدود وصغير وبالتالي سنجعل كل فئة من فئات جدول التوزيع التكراري تمثل قيمة واحدة فقط من هذه القيم ، وسيكون جدول تفريغ البيانات كما يلي :

جدول (2-3)

جدول تفريغ عدد المكعبات التي ظهر عليها الرقم 6 في ثلاثين رمية.

عدد المكعبات التي ظهر عليها الرقم 6 (الفئة)	العلامات	عددالرميات (التكرار)
0	~~////~~ ////	9
1	~~////~~ ~~////~~	10
2	~~////~~ /	6
3	///	3
4	//	2
المجموع		30

ومن جدول تفريغ البيانات نحصل على جدول التوزيع التكراري المناظر .

جدول (2-4)

جدول التوزيع التكراري لعدد المكعبات التي ظهر عليها الرقم 6 في ثلاثين رمية لأربع مكعبات

عدد المكعبات التي ظهر عليها الرقم 6 (الفئة)	عدد العاملات (التكرار)
0	9
1	10
2	6
3	3
4	2
المجموع	30

ومن جدول التوزيع التكراري نفهم بسهولة أن عدد الرميات التي لم يظهر فيها الرقم 6 على أي مكعب من المكعبات الأربعة هي 9 رميات من 30 رمية وعدد الرميات التي ظهر فيها الرقم 6 على مكعب واحد فقط من المكعبات الأربعة هي 10 رميات وهكذا ... وهذا لا يمكن فهمه من

البيانات الخام بسهولة بالإضافة إلى أننا نستطيع حساب مقاييس إحصائية مهمة وكثيرة عند وضع البيانات الخام في صورة جدول توزيع تكراري .

(ب) إذا كانت البيانات المنفصلة تمثل متغيراً منفصلاً يأخذ عدداً كبيراً من القيم ففي هذه الحالة نجعل كل فئة في الجدول تمثل عدداً من القيم أي مجموعة من القيم بدلاً من قيمة واحدة ، وذلك حتى لا يكون الجدول مطولاً مما يؤدي إلى تشتت المعلومات فيه ، ولتكوين الجدول التكراري في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية :

خطوات إنشاء جداول التوزيعات التكرارية :

1- نحدد المدى الذي تنتشر فيه القيم المشاهدة للبيانات وذلك بطرح أصغر قيمة في البيانات (الحد الأدنى للبيانات الخام) من أكبر قيمة فيها (الحد الأعلى للبيانات الخام) .

المدى = الحد الأعلى للبيانات – الحد الأدنى للبيانات

2- نقسم المدى إلى عدد من الفئات وعادة يفضل أن يتراوح عددها من 5 إلى 15 فئة ، ويفضل أن تكون متساوية الطول ، والمقصود بطول الفئة في حالة المتغير المنفصل هو عدد القيم التي تمثلها الفئة ، ونقوم بتحديد طول الفئة كما يلي :

طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات

وإذا كان خارج القسمة كسراً فنستعمل العدد الصحيح الأكبر منه مباشرة حتى لا تكون حدود فئات الجدول محتوية على كسور مما يجعل الجدول في صورة معقدة وغير واضحة .

3- بعد تحديد طول الفئة نحدد الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فئة ، حيث يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أقل أو يساوي أصغر قيمة مشاهدة في البيانات الخام ، والحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر من أو يساوي أكبر قيمة مشاهدة في البيانات الخام ، وذلك حتى نضمن بأن فئات الجدول التكراري ستشمل كل القيم المشاهدة .

4- نكون جدول تفريغ البيانات الذي تحدثنا عنه سابقاً ، ومنه نشتق جدول التوزيع التكراري عن طريق الاكتفاء بالعمود الأول والثالث وحذف العمود الخاص بالعلامات . والمثال التالي يوضح هذه الخطوات .

مثال (3-2) :

البيانات التالية تمثل عدد زبائن محل تجاري في مدينة ما يومياً خلال شهرين متتاليين :

40	57	60	55	52	50	45	38	41	39
44	53	56	36	35	60	50	52	44	40
54	46	45	49	41	48	50	49	47	55
47	48	47	62	58	54	48	46	45	51
41	43	36	39	44	46	48	49	51	58
49	46	43	47	48	61	39	38	43	44

اعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري يتكون من 6 فئات متساوية الطول .

الحل :

لتكوين جدول التوزيع التكراري لهذه البيانات نتبع الخطوات المذكورة سابقاً ، وذلك كما يلي :

- نحدد الحد الأعلى والحد الأدنى للبيانات ثم نحسب قيمة المدى ، فنجد أن :

الحد الأعلى = 62 ، الحد الأدنى = 35

إذن : المدى = 62 - 35 = 27

- بما أننا نريد تقسيم هذا المدى إلى 6 فئات فسيكون طول كل فئة كما يلي :

طول الفئة = $27 \div 6 = 4\frac{3}{4}$

وعندئذ سيكون طول الفئة مساوياً 5 ، أي كل فئة تمثل 5 قيم من القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير . حيث إن أقل قيمة في البيانات 35 فسيكون الحد الأدنى للفئة الأولى 35 ، وبما أن طول الفئة يساوي 5 ، إذن الفئة الأولى ستمثل القيم التالية :

35 ، 36 ، 37 ، 38 ، 39

وبالتالي يكون الحد الأعلى للفئة الأولى مساوياً 39 وتكتب هذه الفئة كما يلي :

35 – 39 ، أي تمثل قيم المتغير من 35 إلى 39 (بما فيها 35 و 39) وبنفس الطريقة نكتب الفئات الأخرى ، وعندئذ ستكون الفئات الستة هي :

35 - 39 وتمثل القيم 35 ، 36 ، 37 ، 38 ، 39 .
40 - 44 وتمثل القيم 40 ، 41 ، 42 ، 43 ، 44 .
45 - 49 وتمثل القيم 45 ، 46 ، 47 ، 48 ، 49 .
50 - 54 وتمثل القيم 50 ، 51 ، 52 ، 53 ، 54 .
55 - 59 وتمثل القيم 55 ، 56 ، 57 ، 58 ، 59 .
60 - 64 وتمثل القيم 60 ، 61 ، 62 ، 63 ، 64 .

كما ذكرنا سابقاً أن الحد الأعلى للفئة الأخيرة يجب أن يساوي أو يزيد عن أكبر قيمة في البيانات الخام ،نحدد عدد القيم المشاهدة التابعة لكل فئة من الفئات الستة ؛ أي نحدد تكرار كل فئة ، وذلك باستخدام جدول تفريغ البيانات المشار إليه سابقاً ، فنمثل القيمة المشاهدة الأولى في البيانات وهي 39 بعلامة أمام الفئة التي تحتويها وهي الفئة الأولى ، والقيمة الثانية وهي 41 بعلامة أمام الفئة التي تحتويها وهي الفئة الثانية ، والقيمة الثالثة وهي 38 نمثلها بعلامة أمام الفئة الأولى ، ... وهكذا ، فنحصل على جدول تفريغ البيانات التالي :

جدول (2-5)

جدول تفريغ لعدد الزبائن لمحل تجاري في 60 يوم

الفئة	العلامات	التكرار
35 – 39	~~////~~ ///	8
40 – 44	~~////~~ ~~////~~ //	12
45 – 49	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	20
50 – 54	~~////~~ ~~////~~	10
55 – 59	~~////~~ /	6
60 - 64	////	4
المجموع		60

ومن جدول تفريغ البيانات نحصل على جدول التوزيع التكراري المناظر عن طريق الاكتفاء بالعمود الأول والثالث وحذف العمود الخاص بالعلامات وذلك كما هو واضح في جدول (2 – 6).

جدول (2-6)

جدول التوزيع التكراري لزبائن محل تجاري في 60 يوم

عدد الزبائن(الفئة)	عدد الأيام (التكرار)
35 – 39	8
40 – 44	12
45 – 49	20
50 – 54	10
55 – 59	6
60 - 64	4
المجموع	60

وبسهولة نفهم من هذا الجدول أنه في 8 أيام من هذين الشهرين كان عدد زبائن هذا المحل يتراوح بين 35 إلى 39 زبون، وفي 12 يوماً كان عدد الزبائن يتراوح بين 40 إلى 44 وهكذا ... وهذه المعلومات بالطبع لم تكن واضحة عندما كانت البيانات خاماً أي غير مبوبة في جدول تكراري .

(2) جدول التوزيع التكراري لبيانات متصلة (مستمرة) :

إذا كانت البيانات كمية وتمثل متغيراً متصلاً ، فلقد علمنا سابقاً أن المتغير المتصل يمكنه أن يأخذ كل القيم الموجودة بمدى معين ، لذلك عند إعداد جدول تكراري لبيانات تمثل متغيراً متصلاً سنتعامل مع فترات وليس مع قيم محددة كما في حالة المتغير المنفصل ، أي كل فئة ستمثل فترة بها عدد لا نهائي من القيم المتصلة . ولتكوين هذا الجدول نتبع نفس الخطوات المذكورة سابقاً في حالة المتغير المنفصل مع مراعاة الفرق بين النوعين عند وضع حدود الفئات .

في المثال السابق كان المتغير عبارة عن عدد الزبائن وهو متغير منفصل ، ولذلك قسمنا الفئات بحيث إن الفئة الأولى تبدأ من 35 وتنتهي عند 39 ، والفئة الثانية تبدأ من 40 وتنتهي عند 44 لأن المتغير في هذا المثال لا يأخذ القيم المحصورة بين 39 و 40 كالقيمة 39.72 مثلاً ، ولكن هذا التقسيم الذي يحتوي على فجوات بين الفئات لا يناسب المتغير المتصل لأن المتغير المتصل يمكنه أن يأخذ أي قيمة بين الحد الأدنى والحد الأعلى للبيانات ، لذلك عند تكوين جدول التوزيع التكراري لمتغير متصل يجب أن نجعل كل الفئات متصلة ببعضها وليس بينها

فجوات ، فكل فئة تنتهي عند بداية الفئة اللاحقة لها ، وبذلك تكون الفئات شاملة لجميع القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير المتصل .
وطول الفئة في حالة المتغير المتصل هو طول الفترة أو المسافة التي تمثلها هذه الفئة ، ونحصل على طول الفئة بطرح حدها الأدنى من حدها الأعلى ، أي أن :

طول الفئة = الحد الأعلى للفئة - الحد الأدنى للفئة

ويفضل أن يكون طول الفئة خالياً من الكسور لتسهيل فهم الجدول وتسهيل العمليات الحسابية اللازمة عند حساب المقاييس الإحصائية ، وعند ظهور كسر نقربه إلى أعلى ، فمثلاً إذا كان طول الفئة يساوي 7.23 فنعتبره 8 وهكذا ....
ثم نقوم بتحديد حدود الفئات ، فيجب أن يكون الحد الأدنى مساوياً أقل قيمة في البيانات وإذا كانت أقل قيمة تحتوي على كسر فنعتبر القيمة الصحيحة التي أقل منها مباشرة كحد أدنى للفئة الأولى وذلك لتسهيل الجدول وتسهيل العمليات الحسابية ، ثم نكون جدول تفريغ للبيانات ونحدد تكرار كل فئة بطريقة العلامات المذكورة سابقاً . ثم نشتق منه جدول التوزيع التكراري عن طريق الاكتفاء بالعمود الأول والثالث وحذف العمود الخاص بالعلامات .

مثال (2-4) :

البيانات التالية تمثل الراتب الأسبوعي بالدينار لثلاثين موظفاً من الموظفين العاملين بشركة ما :

55.231	56.801	65.981	71.312	51.020	50.239
70.900	59.012	35.900	50.231	62.839	75.021
74.923	54.999	55.212	48.311	55.210	55.923
71.231	64.981	49.201	77.610	57.390	60.100
30.510	59.030	40.230	62.321	66.000	60.998

المطلوب عرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري يتكون من 5 فترات .

الحل :

في هذا المثال المتغير محل الدراسة هو راتب الموظف وهو متغير متصل ، ولتكوين جدول التوزيع التكراري لهذا المتغير سنتبع نفس الخطوات التي اتبعناها في المثال (2 – 3) مع مراعاة تحديد حدود الفئات بالطريقة التي تلائم المتغير المتصل ، وذلك كما يلي :

• نحدد الحد الأعلى والحد الأدنى للبيانات ثم نحسب قيمة المدى ، فنجد أن :

الحد الأدنى = 30.510 (أقل راتب في البيانات)

الحد الأعلى = 77.610 (أعلى راتب في البيانات)

المـــــدى = 77.610 – 30.510 = 47.100

• إذا أردنا تقسيم هذا المدى إلى 5 فئات فسيكون طول كل فئة كما يلي :

طول الفئة = 47.100 ÷ 5 = 9.420

وعندئذ سنعتبر طول الفئة (الفترة) مساوياً 10 ، وحيث إن الحد الأدنى في البيانات 30.510 ، فنستطيع أن نجعل الفئة الأولى تبدأ من العدد الصحيح الأقل من الحد الأدنى مباشرة وذلك لتسهيل صورة الجدول . وبالتالي سيكون الحد الأدنى للفئة الأولى مساوياً 30 ، وحيث إن طول الفئة يساوي 10 فستكون الفئات كما يلي :

30 إلى أقل من 40

40 إلى أقل من 50

50 إلى أقل من 60

60 إلى أقل من 70

70 إلى أقل من 80

وبكتابة الفئات بهذه الطريقة لن يكون لدينا فجوات تفصل الفئات وبالتالي نكون قد عبرنا عن المتغير المستمر بطريقة صحيحة .

بعد تحديد الفئات ، نقوم بتكوين جدول تفريغ البيانات الموضح فيما يلي :

جدول (2-7)

جدول تفريغ لمرتبات ثلاثين موظفاً بالشركة

الفئة	العلامات	التكرار
30 إلى أقل من 40	//	2
40 إلى أقل من 50	///	3
50 إلى أقل من 60	~~////~~ ~~////~~ //	12
60 إلى أقل من 70	~~////~~ //	7
70 إلى أقل من 80	~~////~~ /	6
المجموع		30

ويكون جدول التوزيع التكراري للراتب الأسبوعي لثلاثين موظفاً ، كما يلي :

جدول (2-8)

جدول التوزيع التكراري للراتب الأسبوعي بالدينار لثلاثين موظفاً

الراتب الأسبوعي بالدينار (الفئة)	عدد الموظفين (التكرار)
30 إلى أقل من 40	2
40 إلى أقل من 50	3
50 إلى أقل من 60	12
60 إلى أقل من 70	7
70 إلى أقل من 80	6
المجموع	30

مركز الفئة :

مركز الفئة هو القيمة الواقعة في منتصفها ، ويحسب كما يلي :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

ونطبق هذه الصيغة سواء كانت البيانات منفصلة أم متصلة ، فمثلاً في المثال (2 – 3) الخاص ببيانات منفصلة ، فإن مركز الفئة الأولى يحسب كما يلي :

$\frac{39+35}{2}=37$ ، وهكذا بالنسبة لمراكز بقية الفئات .

وفي المثال (2 – 4) الخاص ببيانات متصلة ، فإن مركز الفئة الأولى يحسب كما يلي :

$\frac{40+30}{2} = 35$ وهكذا بالنسبة لمراكز بقية الفئات .

ومركز الفئة هو عبارة عن قيمة نظرية أي ليس بالضروري أن يأخذها المتغير محل الدراسة ، وفي العمليات الحسابية اللازمة لبعض المقاييس الإحصائية تستعمل قيمة مركز الفئة كممثل عن كل القيم التي تحتويها الفئة ، فمثلاً في الجدول التكراري (2 – 8) الفئة الأولى تبدأ من 30 إلى أقل من 40 وتكرارها مساو 2 فهذا يعني أن موظفين راتبهما الأسبوعي في هذه الفئة ولكن لا يوضح الجدول التكراري راتب كل موظف منهما . وبافتراض أن المفردات موزعة توزيعاً عادلاً داخل كل فئة فنعتبر أن كل راتب مساو لمركز الفئة والذي يساوي 35 وبالتالي سيكون مجموع الرواتب الأسبوعية للموظفين التابعين للفئة الأولى مساوياً $35 \times 2 = 70$ دينار ، وبنفس الطريقة نستطيع أن نحسب المجموع الكلي للرواتب الأسبوعية للموظفين التابعين لأي فئة في الجدول التكراري وذلك بضرب مركز الفئة في تكرارها ، وبجمع مجاميع الرواتب الخاصة بجميع الفئات نحصل على المجموع الكلي للرواتب الأسبوعية لثلاثين موظفاً.
ونستعمل هذه المجاميع عند حساب كثير من المقاييس الإحصائية . كما سنلاحظ في الفصول القادمة من هذا الكتاب .

الجداول غير المنتظمة :

يسمى جدول التوزيع التكراري جدولاً غير منتظم إذا كانت فئاته غير متساوية الطول ، أما إذا كانت فئاته ذات أطوال متساوية فيسمى الجدول جدولاً منتظماً . وعادة تفضل الجداول المنتظمة لسهولة التعامل معها حسابياً عند حساب المقاييس الإحصائية المختلفة ، ولكن أحياناً تكون البيانات مركزة في جزء من التوزيع بينما مبعثرة في الأجزاء الأخرى ، فإذا جعلنا أطوال الفئات متساوية فسنجد أن كثيراً من الفئات خالية من التكرارات ولهذا يفضل أن تكون الفئات غير متساوية الطول فنجعل الفئات في الأجزاء التي تتركز فيها القيم ذات طول قصير بينما تكون الفئات في الأجزاء التي تتبعثر فيها القيم أوسع .
كذلك نضطر لتكوين جدول غير منتظم إذا أردنا توضيح خصائص معينة للمتغير محل الدراسة ، فمثلاً عند تكوين جدول تكراري لدرجات امتحان في مادة من المواد لتوضيح تقديرات الطلبة ، فسيكون هذا الجدول غير منتظم وذلك لأن الفئات الخاصة بالتقديرات غير متساوية الطول حيث :

0 – 29	تقدير ضعيف جداً	65 – 74	تقدير جيد
30 – 49	تقدير ضعيف	75 – 84	تقدير جيد جداً
50 – 64	تقدير مقبول	85 – 100	تقدير ممتاز

الجداول المفتوحة :

يسمى جدول التوزيع التكراري جدولاً مفتوحاً إذا لم يُحدد الحد الأدنى للفئة الأولى أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة أو كلاهما ، وذلك لعدم توفر البيانات اللازمة لتحديد البداية أو النهاية ، أو نظراً لوجود قيم قليلة متباعدة في أعلى التوزيع أو أسفله .

والجدول المفتوح من طرفه الأدنى هو الجدول الذي يكون فيه الحد الأدنى للفئة الأولى غير محدد ، والجدول المفتوح من طرفه الأعلى هو الجدول الذي يكون فيه الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد ، أما إذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى غير محدد والحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد فيكون الجدول مفتوحاً من الطرفين. ويمكن توضيحها بالأمثلة التالية

مفتوح من طرفه الأدنى	مفتوح من طرفه الأعلى	مفتوح من الطرفين
أقل من 5	1 – 5	أقل من 5
6 – 10	6 – 10	6 – 10
11 – 15	11 – 15	11 – 15
16 – 20	16 – 20	16 – 20
21 – 25	21 أو أكثر	21 أو أكثر

(2-2) جداول التوزيعات التكرارية المتجمعة :

التوزيعات التكرارية العادية التي درسناها في البند السابق توضح لنا عدد المفردات التابعة لكل فئة من فئات الجدول على حدة، ولكننا أحياناً نرغب في معرفة عدد المفردات التي قيمتها أقل من قيمة معينة أو عدد المفردات التي قيمتها أكثر من أو تساوي قيمة معينة ، فمثلاً في المثال (2 – 4) قد يهمنا معرفة عدد الموظفين الذين مرتباتهم أقل من 50 دينار أسبوعياً أو عدد الموظفين الذين مرتباتهم 50 أو أكثر ، ولتوضيح معلومات كهذه يجب وضع التوزيع التكراري في شكل آخر يطلق عليه التوزيع التكراري المتجمع ويوجد نوعان من التوزيعات التكرارية المتجمعة وهي :

1 – التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

يوضح التوزيع التكراري المتجمع الصاعد عدد المفردات التي قيمتها أقل من الحد الأدنى لأي فئة من فئات جدول التوزيع التكراري العادي ، فمثلاً في مثال (2 – 4) نجد أن عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي أقل من 30 دينار يساوي صفر ، أي لا يوجد موظفون

يتقاضون أقل من هذه القيمة ، أما عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي أقل من 40 دينار يساوي 2 وهو عدد الموظفين التابعين للفئة الأولى وبالنسبة لعدد الموظفين الذين راتبهم أقل من 50 يساوي (2 + 3 = 5) وهم الموظفون التابعون للفئة الأولى والفئة الثانية ، وهكذا نستمر في عملية التجميع إلى أن نحصل على عدد الموظفين الذين يتقاضون أقل من الحد الأدنى لكل فئة وبالتالي سنحصل على ما يسمى بجدول التكرار المتجمع الصاعد ، وقد سمي بالصاعد لأن قيمة التكرار في صعود مستمر ، وعند تكوين هذا النوع من الجداول نفترض وجود فئة أكبر من الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكراري العادي ، وبالتالي تكون كل المفردات قيمتها أقل من الحد الأدنى لهذه الفئة ، وسنجد أن أي جدول تكراري متجمع صاعداً يبدأ من الصفر وينتهي بالعدد الكلي للمفردات ، والمثال التالي يوضح ذلك .

مثال (2-5) :

كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للمثال (2 – 4) الخاص بالراتب الأسبوعي لثلاثين موظفاً .

الحل :

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للموظفين الذين مرتباتهم الأسبوعية أقل من قيمة معينة .

جدول (2-9)

الراتب الأسبوعي بالدينار (الفئة)	التكرار المتجمع الصاعد	
أقل من 30	0	
أقل من 40	2	
أقل من 50	5	(2 + 3)
أقل من 60	17	(2 + 3 + 12)
أقل من 70	24	(2 + 3 + 12 + 7)
أقل من 80	30	(2+3+12+7+6)

2 – التوزيع التكراري المتجمع الهابط :

التوزيع التكراري المتجمع الهابط يوضح عدد المفردات التي قيمتها تساوي أو أكثر من الحد الأدنى لأي فئة من فئات جدول التوزيع التكراري العادي ، فمثلاً في مثال (2 – 4) نجد أن عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي 30 أو أكثر هو 30 وهو عبارة عن تكرار الفئة الأولى

مضافاً إليه تكرارات كل الفئات اللاحقة بها ، وفي نفس الوقت هو عبارة عن العدد الكلي للموظفين لأن كل الموظفين الذين تمثلهم القيم المشاهدة للبيانات المتوفرة لدينا يتقاضون أسبوعياً 30 دينار أو أكثر ، أما عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي 40 أو أكثر يساوي 28 موظفاً ، وهم عدد الموظفين التابعين للفئة الثانية والفئات اللاحقة بها ، وهكذا نستطيع أن نحسب عدد المفردات التي قيمتها تساوي أو أكثر من الحد الأدنى لكل فئة وذلك بجمع تكرار الفئة التي نتعامل مع حدها الأدنى مع تكرارات كل الفئات اللاحقة بها ، ولذلك سمي بالتكرار المتجمع ، وسمي بالهابط لأن قيمة التكرار في هبوط مستمر ، وهنا كذلك نفترض وجود فئة أكبر من الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكراري العادي ، وبالتالي يكون عدد المفردات التي قيمتها تساوي الحد الأدنى لهذه الفئة أو أكثر منه هو صفر ، وبالتالي سنجد أن أي جدول تكراري متجمع هابط يبدأ من العدد الكلي للتكرارات وينتهي بالصفر ، وذلك كما هو موضح بالمثال التالي .

مثال (2-6) :

كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط للمثال (2 – 4) .

الحل :

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري المتجمع الهابط للموظفين الذين راتبهم الأسبوعي يساوي أو أكثر من قيمة معينة .

جدول (2-10)

الراتب الأسبوعي بالدينار (الفئة)	التكرار المتجمع الهابط	
30 أو أكثر	30	
40 أو أكثر	28	(2-30)
50 أو أكثر	25	(3-2-30)
60 أو أكثر	13	(12-3-2-30)
70 أو أكثر	6	(7-12-3-2-30)
80 أو أكثر	0	(6-7-12-3-2-30)

ونستطيع وضع جدول التكرارالمتجمع الصاعد وجدول التكرارالمتجمع الهابط في جدول واحد، فإذا وضعنا جدول (2-9) وجدول (2-10) معاً فسنحصل على مايلي :

جدول (2-11)

الفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الفئة	التكرار المتجمع الهابط
أقل من 30	0	30 أو أكثر	30
أقل من 40	2	40 أو أكثر	28
أقل من 50	5	50 أو أكثر	25
أقل من 60	17	60 أو أكثر	13
أقل من 70	24	70 أو أكثر	6
أقل من 80	30	80 أو أكثر	0

ونلاحظ من هذا الجدول أن مجموع التكرارين الصاعد والهابط المتقابلين يساوي دائماً المجموع الكلي للتكرارات ، وبالتالي نستطيع أن نستنتج أحد الجدولين بمعرفة الجدول الآخر .

(2-3) جداول التوزيعات التكرارية النسبية :

نستطيع حساب التكرار النسبي لجميع جداول التوزيعات التكرارية سواء خاصة ببيانات وصفية أو بيانات كمية وسواء كانت عادية أو متجمعة ، فبصفة عامة التكرار النسبي لأي فئة نحصل عليه بقسمة تكرار هذه الفئة على العدد الكلي للمشاهدات (التكرارات) أي أن

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{العدد الكلي للمشاهدات (التكرارات)}}$$

ويمكن التعبير عن التكرار النسبي بكسر عشري أو نسبة مئوية .

مثال (2-7) :

أوجد جدول التكرار النسبي لجدول التوزيع التكراري في المثال (2 – 1) الذي يمثل المستوى الدراسي لعشرين عاملة من عاملات أحد المصانع .

الحل :

في المثال (2 - 1) الخاص بالمستوى التعليمي لعشرين عاملة ، نجد أن :

التكرار النسبي للفئة الأولى $\frac{5}{20} = 0.25$

أي أن 25% من العاملات أميات . وبنفس الطريقة نستطيع أن نحسب التكرار النسبي لجميع الفئات بالجدول ، وبالتالي نحصل على الجدول التالي :

جدول (2-12)

المستوى التعليمي (الفئة)	التكرار النسبي
أمي	0.25
ابتدائي	0.35
إعدادي	0.3
ثانوي	0.1
المجموع	1

ومن جدول (2 – 12) نفهم أن 25% من العاملات أميات، 35% يحملن الشهادة الابتدائية، 30% يحملن الشهادة الإعدادية، و10% يحملن الشهادة الثانوية ، ويمكن كتابة التكرار النسبي على شكل نسب مئوية بدلاً من كسور عشرية ، وفي هذه الحالة سيكون المجموع 100% .

مثال (2-8) :

أوجد التكرار النسبي لجدول التوزيع التكراري في مثال (2 – 3) الذي يمثل عدد زبائن محل تجاري خلال شهرين .

الحل :

في المثال (2 – 3) الخاص بعدد الزبائن لمحل تجاري ، نجد أن :

التكرار النسبي للفئة الأولى = $\frac{8}{60} = 0.13$

أي أن حوالى 13% من الأيام كان عدد الزبائن فيها يتراوح من 35 إلى 39 .

وبنفس الطريقة نستطيع أن نحسب التكرار النسبي لجميع الفئات بالجدول ، وبالتالي نحصل على الجدول التالي :

جدول (2-13)

عدد الزبائن(الفئة)	التكرار النسبي
39 – 35	0.13
44 – 40	0.20
49 – 45	0.33
54 – 50	0.17
59 – 55	0.10
64 - 60	0.07
المجموع	1.00

مثال (2-9) :

كون جدول التكرار المتجمع الصاعد النسبي للمثال (2 – 5) ، وجدول التكرار المتجمع الهابط النسبي للمثال (2 – 6) .

الحل :

من جدول (2 – 9) بالمثال (2 – 5) نجد أن :
التكرار المتجمع الصاعد لعدد الموظفين الذين راتبهم أقل من 60 هو 17 ، وبالتالي فإن :
التكرار المتجمع الصاعد النسبي لعدد الموظفين الذين راتبهم أقل

من 60 هو $\frac{17}{30} = 0.57$

وبنفس الطريقة نستطيع الحصول على التكرار المتجمع النسبي لجميع فئات جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ولجميع فئات جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط الموضح في جدول (2 – 10) بالمثال (2 – 6) ، وعندئذ نحصل على الجدولين التاليين:

جدول (2-14)

الفئة	التكرار المتجمع الصاعد النسبي
أقل من 30	0.00
أقل من 40	0.07
أقل من 50	0.17
أقل من 60	0.57
أقل من 70	0.8
أقل من 80	1.00

جدول (2-15)

الفئة	التكرار المتجمع الهابط النسبي
30 أو أكثر	1.00
40 أو أكثر	0.93
50 أو أكثر	0.83
60 أو أكثر	0.43
70 أو أكثر	0.2
80 أو أكثر	0.00

تمارين (2)

1- البيانات التالية تمثل هوايات 40 طالباً :

قراءة	رياضة	رياضة	قراءة	موسيقى	رسم	رياضة	قراءة
رياضة	موسيقى	رياضة	قراءة	رسم	قراءة	رياضة	رسم
رسم	رياضة	موسيقى	رياضة	رياضة	رسم	رياضة	رياضة
قراءة	رسم	رياضة	قراءة	رسم	قراءة	رسم	رياضة
قراءة	قراءة	رياضة	رسم	موسيقى	رياضة	رياضة	رياضة

أعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ، ثم أحسب التكرار النسبي .

2- البيانات التالية تبين تقديرات 30 طالباً في مادة الرياضيات :

مقبول ، جيد ، ضعيف ، جيد جداً ، ضعيف ، جيد ، مقبول ، ممتاز ، جيد ،

مقبول ، جيد ، ضعيف ، ضعيف ، جيد ، جيد ، جيد جداً ، مقبول ، مقبول ،

ضعيف، مقبول ، جيد ، ضعيف ، مقبول ، جيد جداً ، جيد ،مقبول ، ضعيف،

مقبول ، ضعيف ، ممتاز .

أ – أعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري .

ب – أوجد جدول التكرار النسبي .

3- من سجلات شركة الغزل والنسيج ، وجدنا أن عدد الغائبين من العاملين خلال شهر كما يلي :

3 ، 2 ، 0 ، 0 ، 3 ، 1 ، 2 ، 0 ، 4 ، 5 ، 3 ، 1 ، 1 ، 0 ،

1 ، 2 ، 2 ، 0 ، 0 ، 4 ، 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 2 ، 0 ، 1 ، 2 ، 1

أعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري بحيث كل فئة تمثل قيمة واحدة فقط ، ثم أوجد جدول التكرار النسبي لعدد الغائبين .

4- البيانات التالية تبين المبيعات الأسبوعية من السيارات خلال 50 أسبوع لوكالة من وكالات السيارات :

2 ، 1 ، 4 ، 0 ، 4 ، 1 ، 2 ، 0 ، 1 ، 3 ، 3 ، 0 ، 1 ، 3 ، 2 ، 2 ، 2 ،1،

1 ‘ 2 ، 2 ، 0 ، 3 ، 4 ، 0 ، 3 ، 2 ، 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 3 ، 1 ، 3 ، 4 ،2،

0 ، 1 ، 2 ، 2 ، 0 ، 2 ، 3 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1 ، 2 ، 1 ، 2 .

أ – أعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري بحيث كل فئة تمثل قيمة واحدة فقط .

ب – أوجد جدول التكرار النسبي لعدد السيارات المباعة أسبوعياً .

5- البيانات التالية تبين عدد المدرسين في 25 مدرسة ابتدائية بمدينة ما :

30 ، 24 ، 23 ، 27 ، 28 ، 31 ، 21 ، 25 ، 18 ، 29 ، 29 ،

20 ، 27، 28 ، 26 ، 26 ، 24 ، 23 ، 27 ، 28 ، 22 ، 26 ،

26 ، 28 ، 30

أ – كون جدول توزيع تكراري لهذه البيانات وذلك باستخدام 5 فئات متساوية في الطول .

ب – أوجد جدول التوزيع التكراري النسبي .

ج – أوجد جدول التكرار المتجمع الصاعد لهذه البيانات .

د – من الجدول الذي تحصلت عليه في (ج) أوجد جدول التكرار المتجمع الهابط لهذه البيانات .

6- البيانات التالية تمثل درجات 50 طالباً في مادة الإحصاء :

68	65	69	12	89	71	75	18	69	72
76	87	66	39	74	69	59	67	81	24
69	72	64	59	50	62	60	51	52	63
75	30	84	80	64	49	80	60	10	77
82	73	20	63	66	72	69	15	70	70

أ – كون جدول التوزيع التكراري لهذه البيانات ، وذلك باستخدام 8 فئات متساوية الطول بافتراض أن الدرجات تمثل متغيراً منفصلاً .

ب – أوجد جدول التوزيع التكراري النسبي لهذه الدرجات .

ج – أوجد جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي لهذه البيانات .

7- البيانات التالية عبارة عن قيمة مبيعات أحد المحلات التجارية خلال خمسة وأربعين يوماً :

202.20	153.80	153.72	149.82	240.81	128.44
188.92	174.52	166.40	153.92	151.20	143.35
102.39	191.63	176.68	168.64	154.03	151.43
249.10	124.27	111.70	177.84	170.15	156.39
186.48	223.18	129.07	113.64	180.91	170.98
198.79	189.28	143.94	137.34	115.60	184.70
230.00	104.21	152.47	149.51	141.81	115.89
			103.20	191.62	184.04

أ – كون جدول التوزيع التكراري لهذه البيانات ، وذلك باستخدام 6 فئات متساوية الطول .

ب – كون جدول التوزيع التكراري النسبي لهذه البيانات .

ج – أوجد جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط .

د – أوجد جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط النسبي .

8- فيما يلي جدول التكرار المتجمع الهابط لرواتب 68 موظفاً (باعتبار أن الراتب متغير متصل) :

الفئة	التكرار المتجمع الهابط
240 أو أكثر	68
250 أو أكثر	60
260 أو أكثر	50
270 أو أكثر	34
280 أو أكثر	20
290 أو أكثر	8
300 أو أكثر	0

أ – كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي .

ب – كون جدول التوزيع التكراري العادي لرواتب الموظفين .

ج – كون جدول التوزيع التكراري النسبي لرواتب الموظفين .

9- فيما يلي جدول التوزيع التكراري لعدد الأطفال لدى 55 عائلة :

عدد الأطفال (الفئة)	0 - 3	4 - 7	8 - 11	12 - 15	16 - 19
عدد العائلات (التكرار)	10	24	11	7	3

أ – كون جدول التوزيع التكراري النسبي .

ب – كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي .

ج – كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط النسبي .

الفصل الثالث
العرض البياني للبيانات الإحصائية

شرحنا في الفصل السابق كيفية عرض عدد كبير من البيانات في صورة جداول تكرارية ، وذلك لتبسيط هذه البيانات وتسهيل فهمها ، ولكن الجداول التكرارية قد لا تكفي أحياناً للتوضيح وخاصة أن بعض الناس يجدون صعوبة كبيرة في إدراك مدلولات الأرقام التي تعرض عليهم في جداول ، ولزيادة الإيضاح يحاول الإحصائي عرض البيانات بطريقة أخرى وهي الرسومات البيانية ، وتوجد عدة طرق لتمثيل البيانات الإحصائية بيانياً ، وسندرس أهمها والمتمثلة فيما يلي :

- **القطاعات الدائرية .**
- **الأعمدة البيانية .**
- **المدرج التكراري .**
- **المضلع التكراري .**
- **المنحنى التكراري .**
- **المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والهابط.**

(1-3) القطاعات الدائرية :

في هذه الطريقة نمثل العدد الكلي للمفردات (المجموع الكلي للتكرارات) بدائرة كاملة ونمثل عدد المفردات التابعة لكل فئة (تكرار الفئة) بقطاع من الدائرة بحيث تتناسب مساحات القطاعات مع تكرارات الفئات التي تمثلها ، ولما كانت مساحة القطاع تتناسب مع زاويته المركزية في الدائرة الواحدة ، فما علينا إلا تقسيم الزاوية المركزية للدائرة والتي تساوي 360° إلى زوايا تتناسب مع تكرارات فئات التوزيع ، ولتحقيق ذلك تحسب زاوية القطاع الذي يمثل كل فئة ، كما يلي :

$$\text{زاوية القطاع الذي يمثل الفئة} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}} \times 360^\circ$$

وعلى أساس قياسات الزوايا نقسم مساحة الدائرة إلى قطاعات، كل قطاع يمثل فئة ويمكن

تظليل هذه القطاعات أو تلوينها للتمييز بينها ويكتب داخل أو بجوار كل قطاع اسم الفئة التي يمثلها، وعادة تستخدم طريقة القطاعات الدائرية في حالة البيانات الوصفية.

مثال (3-1) :

يبين الجدول التالي قيمة الواردات حسب الموانئ لسنة 1982 ، وفقاً لنشرات اتجاهات التجارة الخارجية التي تعدها مصلحة الإحصاء والتعداد :

الموانئ	القيمة بالدنانير الليبية (لأقرب مليون)
ميناء طرابلس	1530
ميناء بنغازي	453
موانئ أخرى	142
المجموع	2125

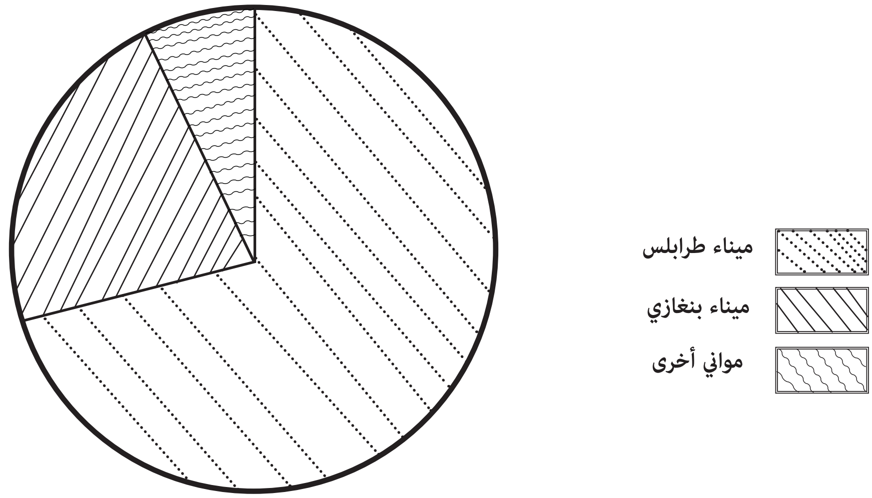
في هذا المثال ، الفئات هي عبارة عن الموانئ ، والتكرار هو قيمة الواردات ، ولتمثيل هذه البيانات بقطاعات دائرية سنحصل على زوايا القطاعات كما يلي :

زاوية القطاع الذي يمثل ميناء طرابلس $= \frac{1530}{2125} \times 360 = 259.2^\circ$

زاوية القطاع الذي يمثل ميناء بنغازي $= \frac{453}{2125} \times 360 = 76.7^\circ$

زاوية القطاع الذي يمثل موانئ أخرى $= \frac{142}{2125} \times 360 = 24.1^\circ$

نرسم دائرة بنصف قطر مناسب ، ونقسم زاويتها المركزية التي تساوي 360° إلى الأجزاء السابقة ، فنحصل على الشكل(3 – 1):



شكل (3-1)

(3-2) الأعمدة البيانية :

الأعمدة البيانية هي مستطيلات ذات قواعد متساوية وعمودية على المحور الأفقي ، بحيث إن كل مستطيل يمثل فئة من فئات جدول التوزيع التكراري ، ويكون ارتفاع كل مستطيل مساوياً لتكرار الفئة التي يمثلها ، مع مراعاة أن تكون المسافة بين هذه المستطيلات متساوية حتى يكون الرسم أكثر وضوحاً .

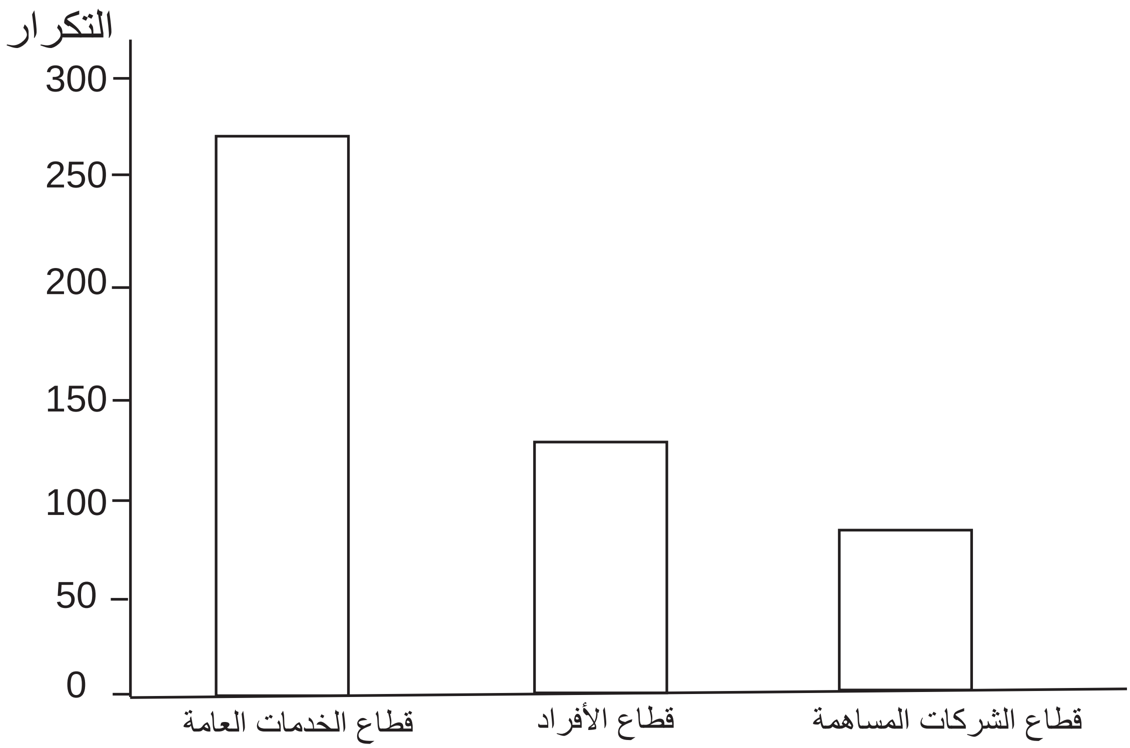
وعادة تستخدم طريقة الأعمدة البيانية لتمثيل الجداول التكرارية الخاصة ببيانات وصفية أو بيانات كمية خاصة بمتغيرات منفصلة فئاتها تمثل قيمة واحدة فقط من القيم التي يأخذها المتغير المنفصل محل الدراسة .

مثال (3-2) :

يبين الجدول التالي توزيع القوى العاملة الليبية وغير الليبية ، حسب القطاعات ، وذلك طبقاً لحصر القوى العاملة لعام 1980م .

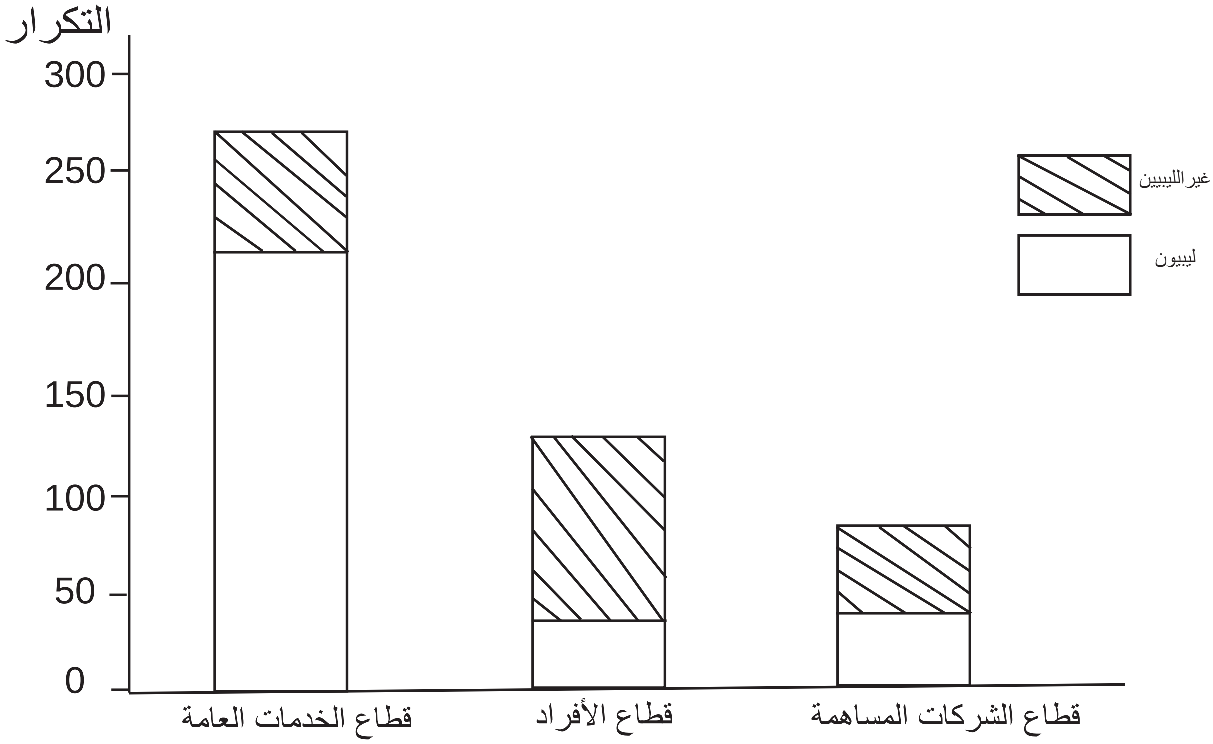
القطاع	عدد الليبيين (لأقرب ألف)	عدد غير الليبيين (لأقرب ألف)	العدد الكلي
قطاع الخدمات العامة	216	55	271
قطاع الأفراد	39	97	136
قطاع الشركات المساهمة	47	47	94

اذا أردنا تمثيل الفئات المختلفة (القطاعات) دون التميز بين الليبيين وغير الليبيين فسنمثل كل فئة (قطاع) بمستطيل بحيث تكون قواعد المستطيلات متساوية (وفي هذا المثال جعلنا طول كل قاعدة مستطيل مساوية 1 سم) ، وارتفاع كل مستطيل يساوي المجموع إلكلي للقوى العاملة التابعة للقطاع الذي يمثله هذا المستطيل ، وذلك كما هو موضح في شكل (3 – 2) .



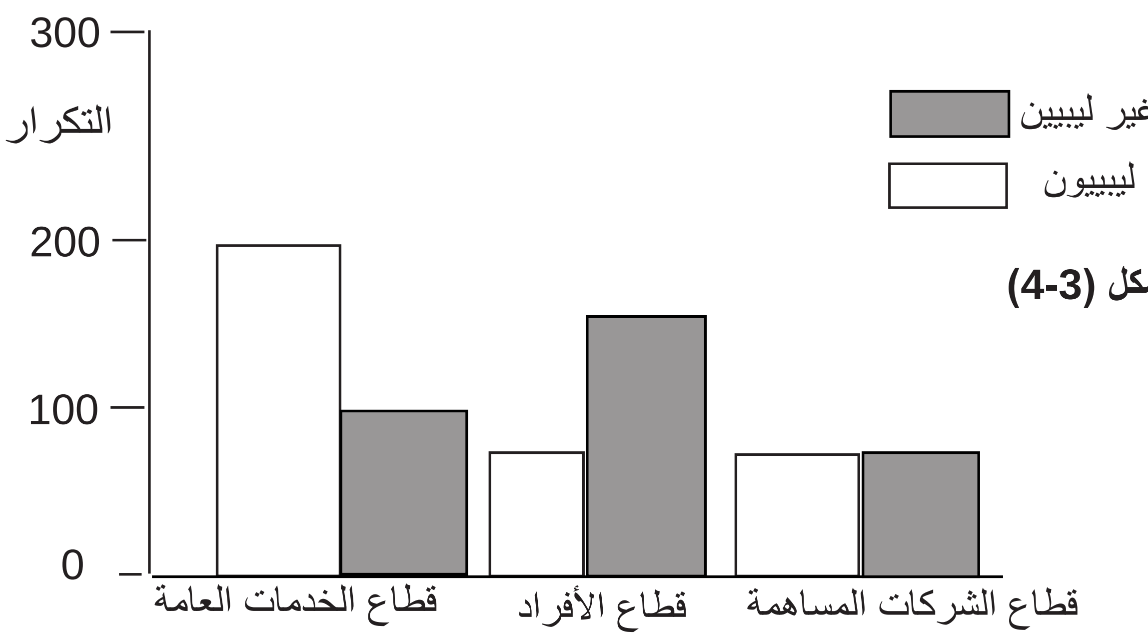
شكل (3-2)

ونستطيع باستخدام الأعمدة البيانية مقارنة مكونات ظاهرة معينة بأجمالها ، فباستخدام بيانات المثال نستطيع مقارنة القوى العاملة غير الليبية في كل قطاع بإجمالي القوى العاملة في هذا القطاع وذلك بتقسيم كل مستطيل يمثل قطاعاً إلى جزأين عن طريق خط مستقيم يوازى القاعدة ، بحيث الجزء الأول يمثل عدد القوى العاملة الليبية والجزء الثاني يمثل عدد القوى العاملة غير الليبية وذلك كما هو موضح في شكل (3-3) ، ويطلق على طريقة العرض بهذه الصورة طريقة الأعمدة المجزأة .



شكل (3-3)

كذلك نستطيع باستخدام الأعمدة البيانية مقارنة ظاهرتين أو أكثر وذلك برسم أعمدة متلاصقة للظواهر المراد مقارنتها ، فمثلاً باستخدام بيانات المثال السابق الخاص بالقوى العاملة ، نستطيع مقارنة القوى العاملة الليبية بالقوى العاملة غير الليبية في كل قطاع من القطاعات وذلك برسم مستطيلين متلاصقين لكل قطاع أحدهما يمثل عدد الليبيين والآخر يمثل غير الليبيين ، بحيث تكون قواعد المستطيلات متساوية والمسافة بين ازواج المستطيلات متساوية ، وذلك كما هو موضح في شكل (3 – 4) ، ويطلق على هذه الطريقة طريقة الأعمدة المتلاصقة .



شكل (4-3)

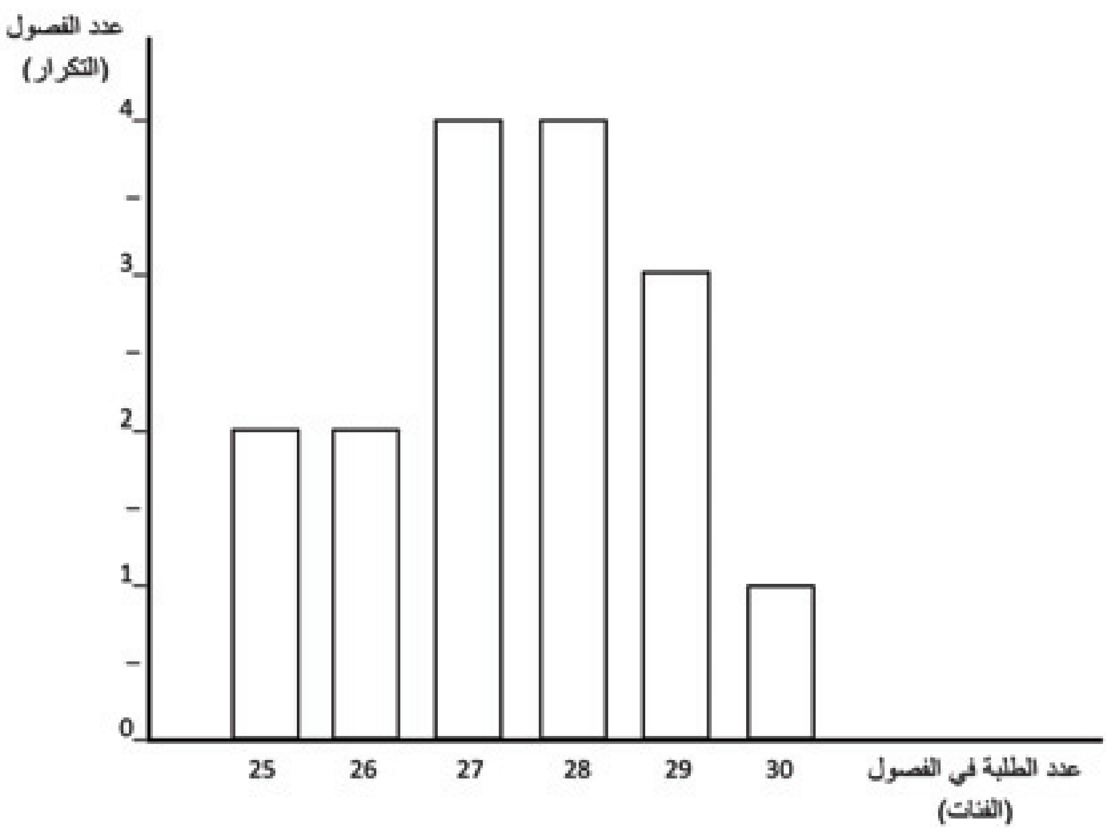
وكما ذكرنا سابقاً أن الأعمدة البيانية تستعمل كذلك لتمثيل الجداول التكرارية والخاصة ببيانات منفصلة عندما تمثل كل فئة من فئات الجدول قيمة واحدة للمتغير المنفصل محل الدراسة ، والمثال التالي سيوضح ذلك .

مثال (3-3) :

مدرسة إعدادية بها 16 فصلاً دراسياً وجدول التوزيع التكراري التالي يوضح توزيع الفصول على حسب عدد الطلبة فيها.

عدد الطلبة (الفئات)	25	26	27	28	29	30	المجموع
عدد الفصول (التكرار)	2	2	4	4	3	1	16

ونفهم من هذا الجدول أنه يوجد فصلان بالمدرسة كل واحد منهما يشمل 25 طالباً ، وفصلان يشمل كل واحد منهما 26 طالباً ، وأربعة فصول يشمل كل واحد منها 27 طالباً ، وهكذا ... ونلاحظ أن هذه البيانات تمثل متغيراً منفصلاً وكل فئة في الجدول تحتوي على قيمة واحدة ، وبالتالي نستطيع أن نمثل هذه البيانات بأعمدة بيانية وذلك كما في الشكل (3 – 5) .



شكل (3-5)

(3-3) المدرج التكراري :

المدرج التكراري هو مجموعة من المستطيلات المتلاصقة ، كل مستطيل منها يمثل فئة من فئات التوزيع التكراري ، بحيث تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات التي تمثلها.

وهذه الطريقة هي الأكثر شيوعاً وتستخدم لتمثيل الجداول التكرارية الخاصة بمتغيرات متصلة وكذلك الخاصة بمتغيرات منفصلة عندما تمثل الفئة أكثر من قيمة واحدة . ولرسم المدرج التكراري نتبع الخطوات التالية :

- نرسم المحورين ، المحور الأفقي نمثل عليه الفئات ويجب أن يقسم تقسيماً ملائماً بحيث يسمح بظهور جميع الفئات الموجودة في جدول التوزيع التكراري ، والمحور الرأسي يمثل التكرارات، ويجب تقسيمه ملائماً بحيث يسمح بظهور أكبر التكرارات .
- نرسم فوق كل فئة مستطيل ارتفاعه مساوياً لتكرار الفئة التي يمثلها مع عدم ترك مسافات بين المستطيلات ، وبعد رسم جميع المستطيلات الممثلة لجميع الفئات نحصل على ما يسمى بالمدرج التكراري .

وعندما يكون جدول التوزيع التكراري منتظماً أي تكون فئاته متساوية الطول ، تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات التي تمثلها ، أما إذا كان الجدول غير منتظم أي فئاته غير متساوية الطول فلكي تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع التكرارات يجب أن نعدل التكرار قبل القيام بالرسم ، حيث التكرار المعدل للفئة التي طولها يختلف عن الطول السائد في الجدول أي الطول القياسي للفئات يحسب كما يلي :

$$\text{التكرار المعدل للفئة} = \text{التكرار الأصلي} \div \frac{\text{طول الفئة}}{\text{الطول القياسي للفئات}}$$

مثال (3-4) :

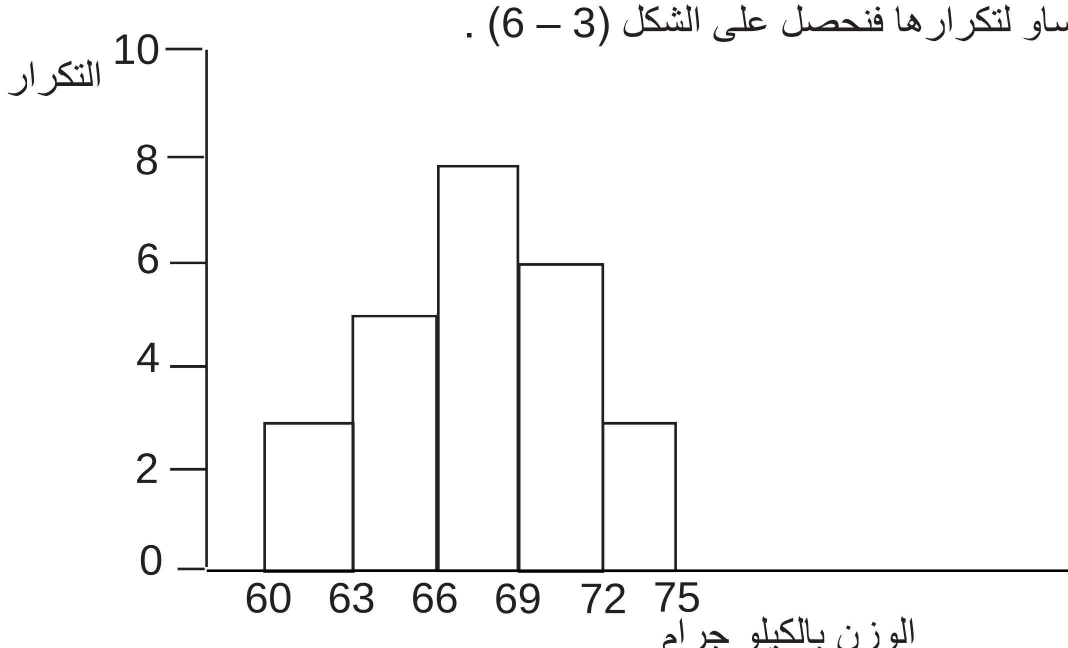
الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لأوزان 25 طالباً بالكيلوجرامات ، مثل هذا التوزيع باستخدام المدرج التكراري ؟

الوزن	60 إلى أقل من 63	63 إلى أقل من 66	66 إلى أقل من 69	69 إلى أقل من 72	72 إلى أقل من 75
عدد الطلبة	3	5	8	6	3

الحل :

نمثل حدود الفئات (الوزن) على المحور الأفقي ، ونمثل التكرارات (عدد الطلبة) على المحور الرأسي ، وذلك باستخدام مقياس رسم مناسب .

بما أن فئات الجدول متساوية الطول (الجدول منتظم) فنعبر عن كل فئة بمستطيل ارتفاعه مساو لتكرارها فنحصل على الشكل (3 – 6) .



شكل (3-6)

مثال (3-5) :

مثل جدول التوزيع التكراري التالي بيانياً مستخدماً المدرج التكراري :

الفئة	التكرار
10 إلى أقل من 30	12
30 إلى أقل من 40	20
40 إلى أقل من 50	33
50 إلى أقل من 60	17
60 إلى أقل من 75	6
المجموع	88

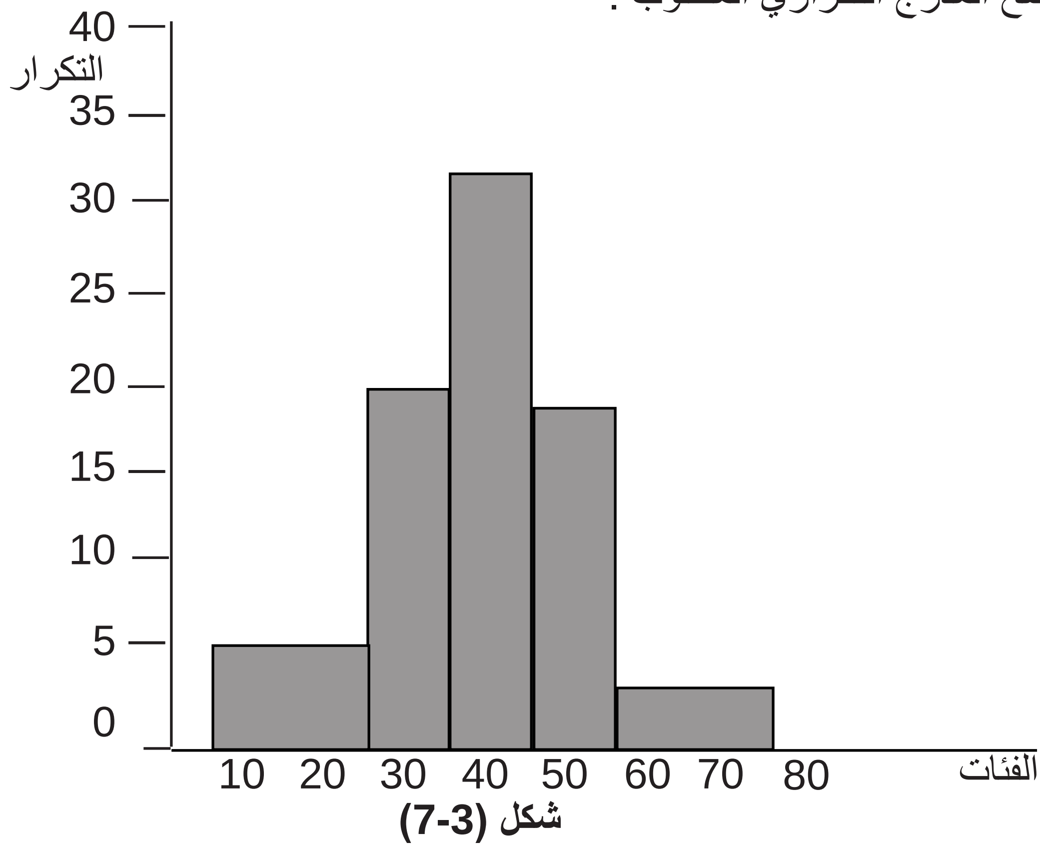
الحل :

نلاحظ أن هذا الجدول غير منتظم أي فئاته غير متساوية الطول ، فيه الفئة الأولى والفئة الأخيرة يختلف طولهما عن بقية الفئات ، فالفئات الأخرى كلها متساوية الطول وطول كل منها يساوي 10 وهذا الطول هو الذي نعتبره الطول القياسي ، ويجب هنا قبل القيام برسم المدرج أن نحسب التكرار المعدل للفئتين الأولى والأخيرة ، وذلك كما يلي :

التكرار المعدل للفئة الأولى = 12 ÷ $\left(\frac{20}{10}\right) = 6$

التكرار المعدل للفئة الأخيرة = 6 ÷ $\left(\frac{15}{10}\right) = 4$

فنمثل الفئة الأولى بمستطيل ارتفاعه 6 وسنمثل الفئة الأخيرة بمستطيل ارتفاعه 4 ، وبالتالي ستكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات التي تمثلها ، وشكل (3 – 7) يوضح المدرج التكراري المطلوب .



شكل (3-7)

وكما أشرنا سابقاً أن المدرج التكراري يستخدم كذلك في حالة التوزيعات التكرارية الخاصة بمتغيرات منفصلة ، وحيث إن المدرج عبارة عن مستطيلات متلاصقة ، لذلك يجب أن نتخلص من الفجوات الموجودة بين فئات جدول التوزيع التكراري الخاص ببيانات منفصلة قبل تمثيله بمدرج تكراري ، ويتم ذلك بتقسيم المسافة بين أي فئتين إلى قسمين متساويين ، قسم يضم إلى الفئة السابقة وقسم يضم إلى الفئة اللاحقة ، ويطلق على الحدود الجديدة بين الفئات الحدود الحقيقية ، وهي التي تستخدم عند رسم المدرج التكراري .

مثال (3-6) :

الجدول التكراري التالي يوضح توزيع درجات 60 طالباً في امتحان لمادة الإحصاء ، مثل هذا الجدول باستخدام المدرج التكراري .

الدرجات	5-19	20-34	35-49	50-64	65-79	المجموع
عدد الطلبة	7	10	20	18	5	60

الحـل

حيث إن الجدول الذي نرغب في تمثيله هو جدول خاص ببيانات منفصلة لذلك :

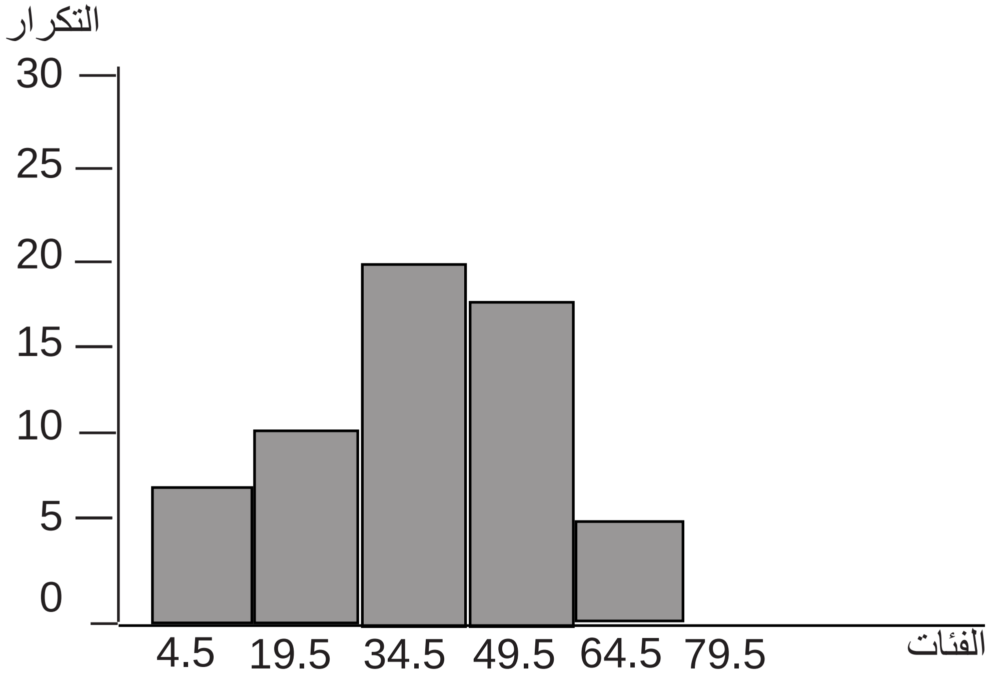
يجب التخلص من الفجوات التي تفصل فئات الجدول وذلك بإيجاد الحدود الحقيقة لكل فئة .

وللتخلص من المسافة بين الفئة الأولى والفئة الثانية ، نضم نصف المسافة إلى الفئة الأولى والنصف الآخر إلى الفئة الثانية ، وعندئذ ستنتهي الفئة الأولى عند القيمة 19.5 بدلاً من القيمة 19 ، وتبدأ الفئة الثانية من القيمة 19.5 بدلاً من القيمة 20 وبالتالي نكون قد تخلصنا من الفجوة الموجودة بين الفئة الأولى والفئة الثانية.

وبنفس الطريقة نستطيع التخلص من كل فجوات الجدول ونحصل على الحدود الحقيقة التي سنستخدمها عند رسم المدرج التكراري والموضحة في جدول (3-1) ، فمن هذا الجدول نستطيع تمثيل التوزيع التكراري للدرجات بالمدرج التكراري الموضح في شكل (3-8) .

جدول (3-1)

الدرجات	4.5-19.5	19.5-34.5	34.5-49.5	49.5-64.5	64.5-79.5
عدد الطلبة	7	10	20	18	5



شكل (3-8)

(3-4) المضلع التكراري :

المضلع التكراري هو خط منكسر يصل بين نقط تمثل كل نقطة منها فئة من فئات التوزيع ، حيث تكون إحداثي أي نقطة (س ، ص) كما يلي :

س : مركز الفئة التي تمثلها النقطة .

ص : تكرار هذه الفئة .

ويجب أن يغلق المضلع التكراري من طرفيه على المحور الأفقي ، ويتم ذلك بإضافة فئة قبل الفئة الأولى وفئة بعد الفئة الأخيرة وبالطبع سيكون تكرار كل منهما يساوي صفراً وبالتالي ستقع النقطتان الخاصتان بهاتين الفئتين على المحور الأفقي فتؤدي إلى غلق المضلع التكراري .

وعند رسم المضلع التكراري نقوم بالخطوات التالية :

- نرسم محورين متعامدين ، ونقوم بتدريج المحور الأفقي بطريقة تناسب فئات التوزيع وتدريج المحور الرأسي بطريقة تناسب التكرارات
- نضيف للجدول فئة سابقة للفئة الأولى وفئة لاحقة للفئة الأخيرة حيث تكرار كل منهما يساوي صفراً ، ثم تقوم بحساب مراكز كل الفئات .
- نمثل كل فئة بنقطة على الرسم البياني ، حيث الإحداثي السيني للنقطة هو مركز الفئة والإحداثي الصادي هو تكرار الفئة .
- نصل كل نقطتين متتاليتين بخط مستقيم فنحصل على خط منكسر، هذا الخط المنكسر يطلق عليه المضلع التكراري .

مثال (3-7) :

مثل التوزيع التكراري التالي بمضلع تكراري :

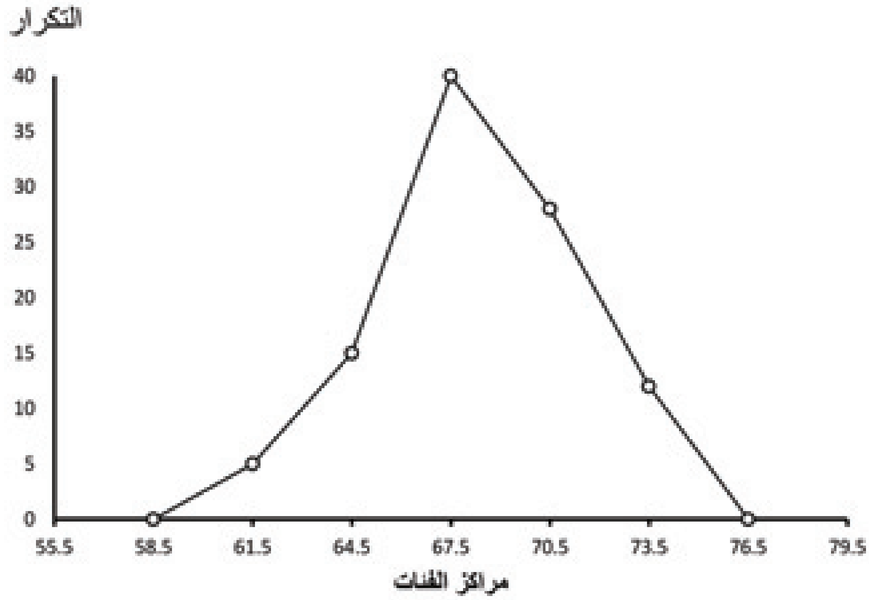
الفئة	التكرار
60 إلى أقل من 63	5
63 إلى أقل من 66	15
66 إلى أقل من 69	40
69 إلى أقل من 72	28
72 إلى أقل من 75	12

الحل :

لرسم المضلع التكراري نفترض وجود فئة قبل الفئة الأولى وفئة بعد الفئة الأخيرة ، وتكرار كلاً منها يساوي صفر ونحدد مراكز الفئات ثم نحدد نقط المضلع ، وذلك كما هو موضح في جدول (3 – 2) وبرسم هذه النقط على الرسم البياني والتوصيل بينهما بخطوط مستقيمة نحصل على المضلع التكراري الموضح في الشكل (3 – 9) .

جدول (3-2)

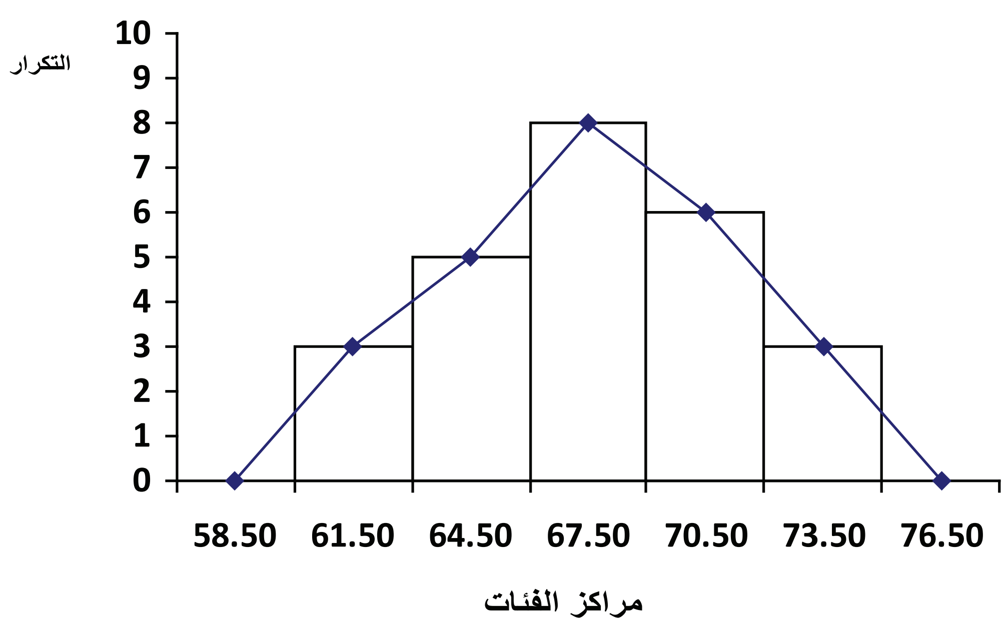
الفئة	مركز الفئة	التكرار	نقط المضلع
57 إلى أقل من 60	58.5	0	(0 ، 58.5)
60 إلى أقل من 63	61.5	5	(5 ، 61.5)
63 إلى أقل من 66	64.5	15	(15 ، 64.5)
66 إلى أقل من 69	67.5	40	(40 ، 67.5)
69 إلى أقل من 72	70.5	28	(28 ، 70.5)
72 إلى أقل من 75	73.5	12	(12 ، 73.5)
75 إلى أقل من 78	76.5	0	(0 ، 76.5)



شكل (3-9)

عندما يكون جدول التوزيع التكراري غير منتظم ، أي يحتوي على فئات طولها يختلف عن الفئات الأخرى ، فيجب قبل رسم المضلع التكراري إجراء تعديل للتكرارات مثل الذي أجريناه في حالة المدرج التكراري .

ونستطيع رسم المضلع التكراري اعتماداً على المدرج التكراري بتوصيل منتصفات القواعد العليا للمستطيلات المكونة للمدرج ، وذلك كما هو موضح في شكل (3 – 10) ، ومن هذا الشكل نستنتج أن المساحة الكلية تحت المضلع التكراري مساوية تماماً للمساحة الكلية تحت المدرج التكراري ، وذلك لأن المضلع يحذف من كل مستطيل مثلثاً ويضيف له مثلثاً آخر مساوياً له تماماً في المساحة .



شكل (3-10)

(3-5) المنحنى التكراري :

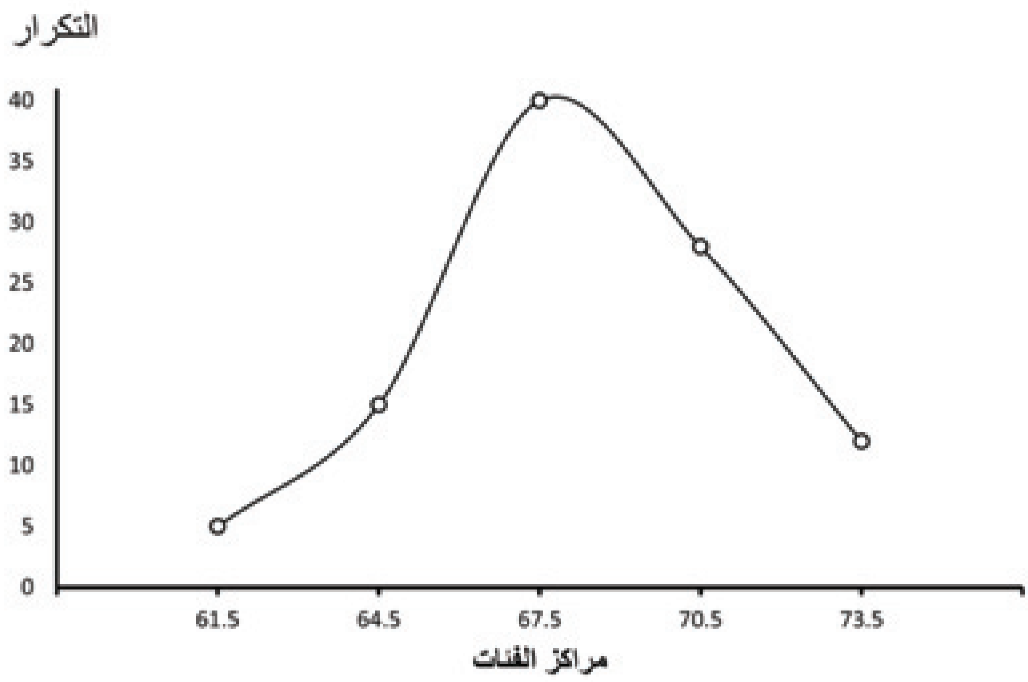
يرسم المنحنى التكراري بإتباع نفس الخطوات التي أجريناها في حالة المضلع التكراري والفرق بين الحالتين هو في طريقة توصيل النفط التي تمثل الفئات ، ففي حالة المضلع التكراري نصل بين النقط بخطوط مستقيمة فنحصل على خط منكسر ، أما في حالة المنحنى التكراري فنصل بين النقط بمنحنى ممهد مستمر بحيث يمر بأكبر عدد ممكن من النقط ويمر من خلال الباقي بتوازن ، كذلك في حالة المنحنى التكراري لا نستعين بالفئتين السابقة للأولى واللاحقة للأخيرة . وبسبب التقريب في الرسم وعدم التقيد بالنقط تماماً ، سنجد أن المساحة الواقعة تحت المنحنى والمحصورة بينه وبين المحور الأفقي غير مساوية للمساحة تحت المضلع وبالتالي لا تساوي المساحة تحت المدرج التكراري ، ويكون المنحنى التكراري ممهداً بطريقة جيدة عندما تكون النقط التي تمثل الفئات قريبة من بعضها أي كلما زاد عدد الفئات قل طولها .

مثال (3-8) :

مثل الجدول التكراري المذكور في المثال (3 – 7) بيانياً باستخدام المنحنى التكراري .

الحل :

- نقوم بتعيين النقط التي تمثل الفئات كما في حالة المضلع التكراري .
- نصل بين النقط بمنحنى ، وذلك كما هو موضح بالشكل (3 – 11) .



شكل (3-11)

(6-3) المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والهابط :

لتمثيل التوزيع التكراري المتجمع الصاعد أو الهابط نجري الخطوات التالية :

- نرسم محورين متعامدين ، نخصص المحور الأفقي كالمعتاد للفئات والمحور الرأسي للتكرارات مع مراعاة اختيار مقياس للرسم يتسع للتكرار الكلي وذلك لأن أكبر عدد في عمود التكرار المتجمع هو التكرار الكلي .
- نمثل كل فئة في جدول التكرار المتجمع بنقطة في الرسم البياني ، بحيث يكون الإحداثي الأفقي لهذه النقطة يساوي الحد الأدنى للفئة والإحداثي الرأسي لها هو التكرار المتجمع الخاص بهذه الفئة .
- بعد تحديد النقط على الرسم نصل بينها بخط منحني منتظم فنحصل على المنحنى المتجمع الصاعد في حالة التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ونحصل على المنحنى الهابط في حالة التوزيع التكراري المتجمع الهابط ، والمثال التالي يوضح ذلك .

مثال (3-9) :

ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع الهابط للتوزيع التكراري التالي الذي يمثل أوزان 100 طالب بالكيلو جرامات .

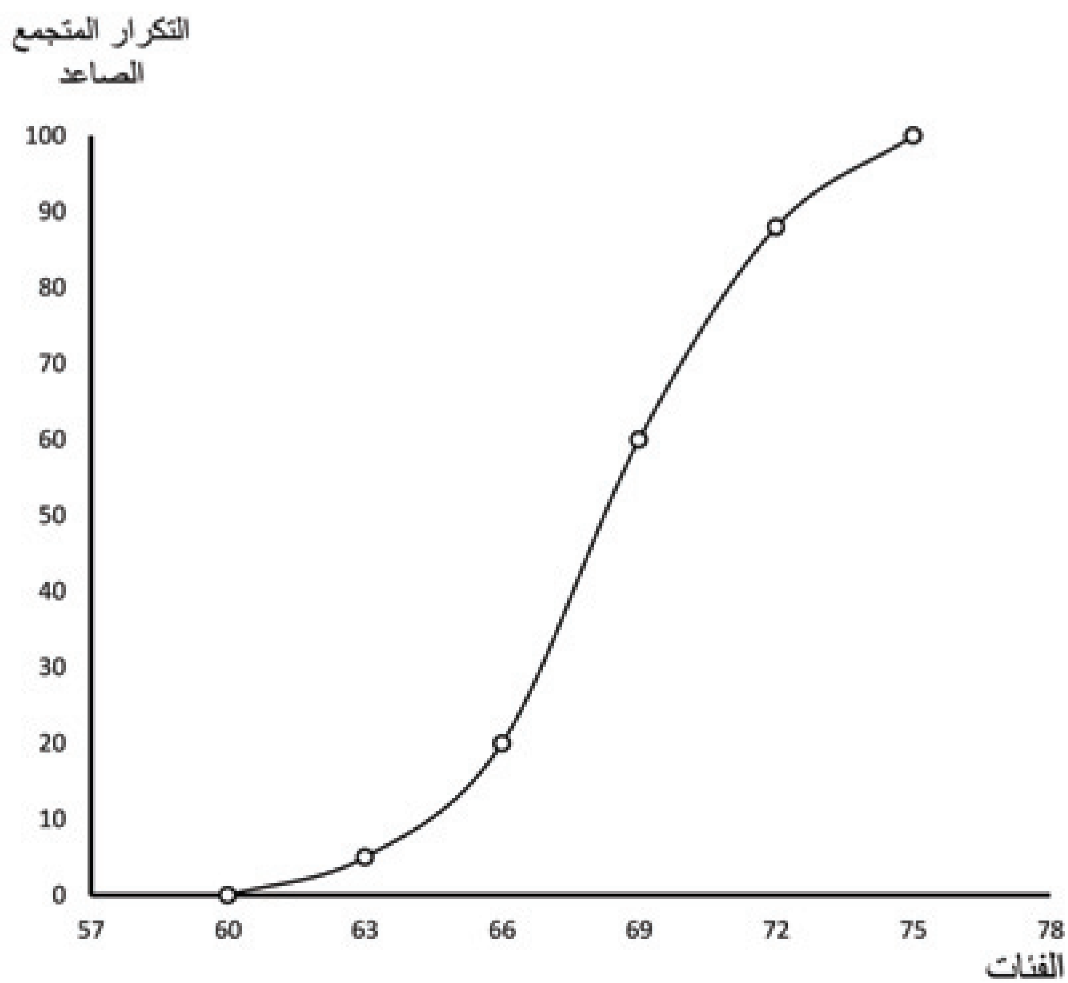
الوزن (بالكيلو جرامات)	عدد الطلبة
60 إلى أقل من 63	5
63 إلى أقل من 66	15
66 إلى أقل من 69	40
69 إلى أقل من 72	28
72 إلى أقل من 75	12
المجموع	100

الحـل :

نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد والموضح في جدول (3 – 3) ، ثم نقوم برصد النقط على الرسم ، حيث إحداثي النقطة الأولى (60 ، 0) وإحداثي النقطة الثانية (63 ، 5) وهكذا .... ونصل بين النقط بمنحنى فنحصل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد الموضح في شكل (3 – 12) .

ونكون جدول التكرار المتجمع الهابط في جدول (3 – 4) ، ثم نقوم برصد النقط على الرسم ، حيث إحداثي النقطة الأولى (60 ، 100) وإحداثي النقطة الثانية (63 ، 95) وهكذا ، ..... ونصل بين النقط بمنحنى فنحصل على المنحنى التكراري المتجمع الهابط الموضح في شكل (3 – 13)

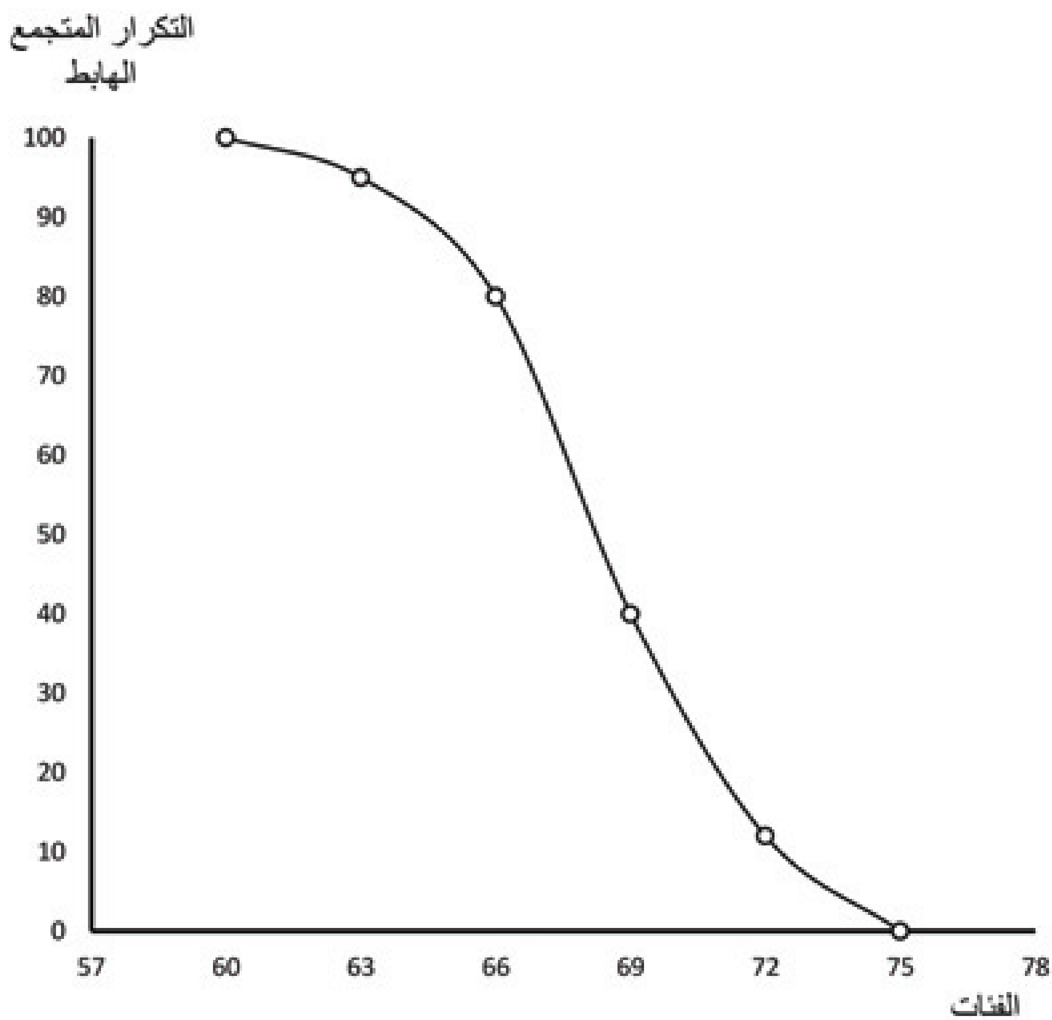
الفئة جدول	**(3-3) التكرار**
أقل من 60	0
أقل من 63	5
أقل من 66	20
أقل من 69	60
أقل من 72	88
أقل من 75	100



شكل (3-12)

جدول (3-4)

الفئة	التكرار المتجمع الهابط
60 أو أكثر	100
63 أو أكثر	95
66 أو أكثر	80
69 أو أكثر	40
72 أو أكثر	12
75 أو أكثر	0



شكل (3-13)

مع أن المنحنيين المتجمعين يختلفان عن بعضهما من ناحية الشكل إلا أنهما يخدمان نفس الغرض ، فباستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد نستطيع معرفة عدد المفردات التي

أقل من قيمة معينة ، وبطرح هذا العدد من العدد الكلي للمفردات نحصل على عدد المفردات التي أكبر من أو تساوي هذه القيمة وهو العدد الذي نحصل عليه عند استخدام المنحنى التكراري المتجمع الهابط .

وإذا رسمنا هذين المنحنيين في نفس الشكل سنجد أنهما سيلتقيان عند نقطة واحدة فقط وهي القيمة التي يكون عدد المفردات التي أقل منها يساوي عدد المفردات التي أكبر منها أي عندما يتساوى التكرار المتجمع الصاعد مع التكرار المتجمع الهابط ويساوي كل منهما 50% من العدد الكلي للمفردات ، وبالتالي فنقطة التقاطع تعطي لنا القيمة الوسطى في البيانات أو مايسمى بالوسيط .

مثال (3-9) :

الجدول التالي يوضح أوزان 100 قطعة منتجة بالجرامات :

الوزن	عدد القطع
20 إلى أقل من 25	6
25 إلى أقل من 30	14
30 إلى أقل من 35	43
35 إلى أقل من 40	32
40 إلى أقل من 45	5

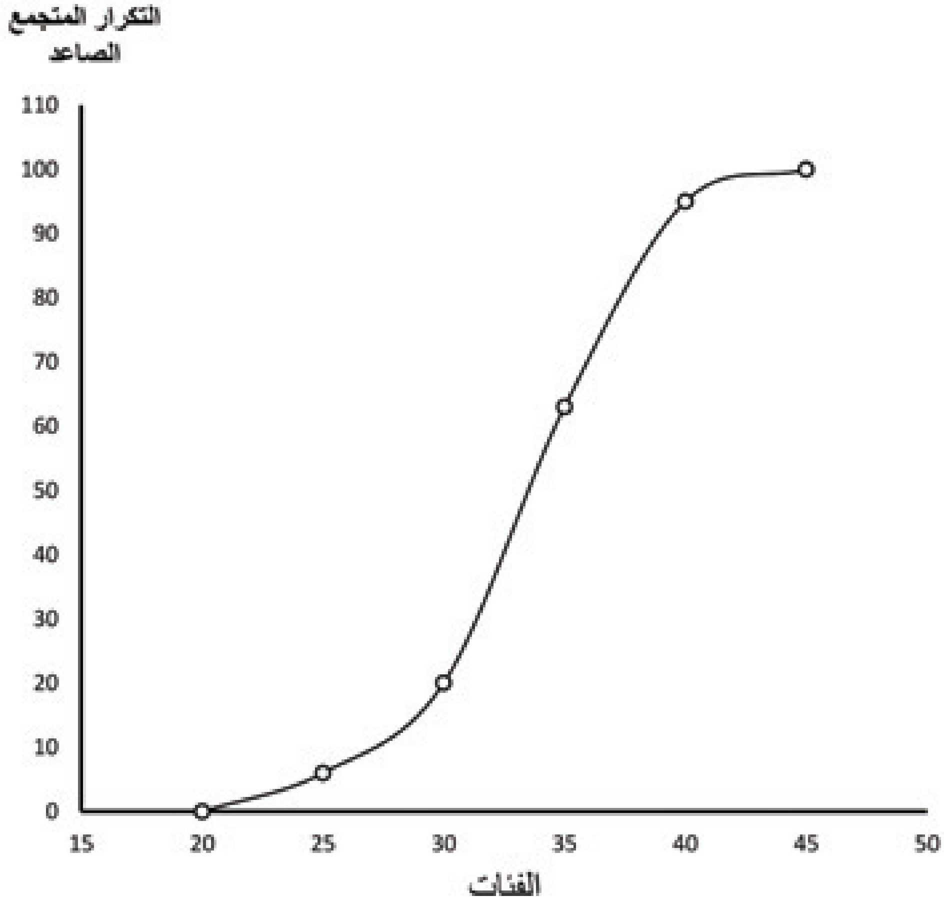
ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد للأوزان ، ومن الرسم أوجد :

- عدد القطع التي أوزانها من 24 إلى أقل من 32 .

الحل : نكون جدول التوزيع المتجمع الصاعد للأوزان والموضح في جدول (3 – 5) ، ثم نقوم برصد النقط التي تمثل الفئات ونصل بينها بمنحنى فنحصل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد الموضح في شكل (3 – 14)

جدول (3-5)

الفئة	التكرار
أقل من 20	0
أقل من 25	6
أقل من 30	20
أقل من 35	63
أقل من 40	95
أقل من 45	100



شكل (3-14)

• نستطيع الحصول على عدد القطع التي أوزانها تتراوح من 24 جرام إلى أقل من 32 جرام من المنحنى التكراري المتجمع الصاعد ، وذلك برسم خط عمودي على المحور الأفقي عند الوزن 24 ونمده إلى أن يلتقي بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد ثم نرسم من نقطة الالتقاء خطاً أفقياً عمودياً على المحور الرأسي ، والنقطة التي يلتقي فيها هذا الخط مع المحور الرأسي تمثل عدد القطع التي أوزانها أقل من 24 ، ومن شكل (3 – 14) نجد أن هذه النقطة هي القيمة 5 تقريباً ، ويعنى ذلك أنه توجد 5 قطع أوزانها أقل من 24 جراماً . وبنفس الطريقة نجد أن هناك 35 قطعة تقريباً أوزانها أقل من 32 جراماً ، وبالتالي فإن عدد القطع التي أوزانها تتراوح من 24 إلى أقل من 32 يساوي عدد القطع التي أوزانها أقل من 32 مطروحاً منه عدد القطع التي أوزانها أقل من 24 . أي أن :

عدد القطع التي تتراوح أوزانها بين 24 جراماً إلى أقل من32 جراماً

35 – 5 = 30 قطعة

تمارين (3)

1- الجدول التالي يبين قيمة الصادرات موزعة حسب المناطق الجغرافية لسنة 1981 وفقاً لنشرات اتجاهات التجارة الخارجية التي تعدها مصلحة الإحصاء والتعداد .

البلدان	القيمة بالدنانير الليبية (لأقرب مليون)
بلدان أوربية	2796
بلدان أفريقية	1430
بلدان أسيوية	341
أقطار الجامعة العربية وبلدان أخرى	44

مثل البيانات السابقة :

- باستخدام القطاعات الدائرية .
- باستخدام الأعمدة البيانية .

2- البيانات التالية توضح إنتاج البطاطس والبصل الجاف والطماطم في ليبيا بآلاف الأطنان لسنة 1991 ، وذلك وفقاً للمجموعة الإحصائية لدول الوطن العربي الصادرة عن جامعة الدول العربية عام 1994 .

المحصول	الإنتاج
البطاطس	180
البصل الجاف	147
الطماطم	167

المطلوب تمثيل هذه البيانات باستخدام القطاعات الدائرية .

3- فيما يلي قيمة الصـــادرات والواردات بملايين الدنانير للسنوات من 1978 إلى 1981 :

السنة	الواردات	الصادرات
1978	1363	2933
1979	1572	4762
1980	2006	6489
1981	2481	4611

مثل البيانات السابقة باستخدام الأعمدة البيانية ، مع توضيح الواردات والصادرات باستخدام :

أ – الأعمدة البيانية المجزأة .

ب – الأعمدة البيانية المتلاصقة .

4- البيانات التالية توضح إجمالي قيمة الصادرات والواردات الليبية إلى ومن الدول العربية بملايين الدولارات الأمريكية ،
للسنوات من 88 إلى 91 وذلك وفقاً للمجموعة الإحصائية الصادرة عن جامعة الدول العربية عام 1994 :

السنة	الصادرات	الواردات
1988	99	193
1989	111	184
1990	460	334
1991	421	465

قارن بين الصادرات والواردات في هذه السنوات باستخدام الأعمدة البيانية المتلاصقة .

5- الجدول التالي يمثل أطوال 100 طالباً بالسنتيمتر :

الطول	140 إلى أقل من 150	150 إلى أقل من 160	160 إلى أقل من 170	170 إلى أقل من 180
عدد الطلبة	8	27	45	20

أ – مثل التوزيع بمدرج تكراري .

ب – مثل التوزيع بمضلع تكراري .

ج – مثل التوزيع بمنحنى تكراري .

د – كون جدول التكرار المتجمع الصاعد ومثله بيانياً .

6- البيانات التالية توضح توزيع الموظفين على حسب دخلهم الشهري ، وذلك بالنسبة لعدد 70 موظفاً يعملون في إحدى المؤسسات :

فئة الدخل	عدد الموظفين
130 إلى أقل من 150	7
150 إلى أقل من 170	8
170 إلى أقل من 190	13
190 إلى أقل من 210	18
210 إلى أقل من 230	15
230 إلى أقل من 250	9

أ – ارسم المدرج التكراري ، ثم ارسم على نفس الرسم المضلع التكراري .

ب – ارسم المنحنى التكراري .

ج – ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد واحسب من الرسم عدد الموظفين الذين رواتبهم من 175 إلى أقل من 200 .

7- فيما يلي الكمية المستهلكة من الدقيق بالكيلوجرامات بالنسبة لمائة وعشرين مصنع حلويات في مدينة ما :

الكمية المستهلكة (الفئات)	عدد المصانع (التكرار)
20 إلى أقل من 30	5
30 إلى أقل من 40	15
40 إلى أقل من 50	27
50 إلى أقل من 60	33
60 إلى أقل من 70	22
70 إلى أقل من 80	18
المجموع	120

أ – ارسم المدرج التكراري .

ب – ارسم المضلع التكراري باستخدام المدرج التكراري .

ج – ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد ومن الرسم أوجد عدد المصانع التي تستهلك أقل من 55 كيلو جراماً .

8- الجدول التالي يوضح درجات 110 طالباً في مادة الإحصاء :

الدرجة	19-0	39-20	59-40	79-60	99-80
عدد الطلبة	5	25	35	40	5

أ – كون جدول التكرار المتجمع الصاعد ، ومثله بيانياً .

ب – كون جدول التكرار المتجمع الهابط ، ومثله بيانياً على نفس الرسم المتحصل عليه في (أ) ثم أوجد القيمة الوسطى من الرسم .

9- فيما يلي جدول التكرار المتجمع الصاعد لأعمار 65 مدرساً : من مدرسي المرحلة الابتدائية في مدينة ما :

الفئة	التكرار
أقل من 25	0
أقل من 35	21
أقل من 45	38
أقل من 55	53
أقل من 65	63
أقل من 75	65

كون جدول التوزيع التكراري الأصلي لهذه البيانات ، ثم ارسم المدرج التكراري .

10- فيما يلي جدول التكرار المتجمع الهابط لأوزان 150 طالباً في المرحلة الثانوية :

الأوزان بالكيلو جرام (الفئات)	عدد الطلبة (التكرار المتجمع)
45 أو أكثر	150
50 أو أكثر	130
55 أو أكثر	94
60 أو أكثر	40
65 أو أكثر	15
70 أو أكثر	0

كون جدول التوزيع التكراري الأصلي لهذه البيانات ، ثم ارسم المضلع التكراري .

الفصل الرابع

مقاييس النزعة المركزية " المتوسطات "

الفكرة الأساسية التي تعتمد عليها مقاييس النزعة المركزية هي تمثيل مجموعة كبيرة من البيانات بقيمة واحدة ، وهذه القيمة عادة تكون في وسط البيانات أي في مركزها وهي القيمة التي تميل إليها بقية القيم وتتجمع حولها ، وبالتالي سميت هذه الخاصية التي تتمتع بها معظم البيانات بخاصية النزعة المركزية ، وأطلق على المقاييس التي تقيس هذه القيمة المتوسطة التي يحصل حولها التجمع، مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات .

وتؤخذ قيمة المتوسط كممثل للمجموعة كلها ، على أساس أنها قيمة غير متطرفة بل هي قيمة تتجمع حولها أغلبية القيم ، وبالتالي هي أولى من غيرها في تمثيل البيانات . ومعرفة القيمة الوسطى للبيانات تفيدنا في دراسة خصائص التوزيع التكراري والمقارنة بين التوزيعات التكرارية المختلفة لنفس الظاهرة ، ومن أهم المتوسطات التي سنتعرض لدراستها ما يلي :

- **الوسط الحسابي (المتوسط الحسابي) .**
- **الوسيط .**
- **المنوال .**

(4 – 1) الوسط الحسابي :

يعرف الوسط الحسابي بأنه القيمة التي تمثل مركز ثقل البيانات أي نقطة الارتكاز التي يحصل عندها التوازن ، فإذا كان لدينا مجموعة من البيانات ومثلناها بأثقال متساوية الوزن على لوح مدرج ، فسنجد أن هذا اللوح سيتزن إذا علق أو ثبت من مركز ثقله ومركز الثقل هذا هو الذي يمثل قيمة الوسط الحسابي لهذه القيم ، ويحسب الوسط الحسابي لأي مجموعة من القيم بجمع هذه القيم ثم قسمة المجموع على عددها .

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

ويطلق كذلك على الوسط الحسابي مصطلح المتوسط الحسابي ، وسنرمز له بالحرف (م)

وهو أقرب حرف عربي للرمز السائد للوسط الحسابي في اللغات الأخرى وهو الحرف الإغريقي μ (ميو).

وسنتعرض فيما يلي لكيفية تطبيق صيغة الوسط الحسابي في حالةالبيانات غير المبوبة أي غير المعروضة في جداول توزيعات تكرارية ، وفي حالة البيانات المبوبة أي المعروضة في جداول توزيعات تكرارية .

1 – حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوبة :

إذا رمزنا للمتغير محل الدراسة بالرمز (**س**) وللقيم المشاهدة لهذا المتغير بالرموز التالية :

$س_1$ ، $س_2$ ، $س_3$ ، ....، $س_ن$

حيث **ن** يرمز إلى عدد القيم المشاهدة ، فنحسب الوسط الحسابي (**م**) كما يلي :

$$\boxed{م = \frac{س_1 + س_2 + ...+ س_ن}{ن}}$$

وإذا عبرنا عن عملية الجمع باستخدام الرمز (**مجـ**) للدلالة على مجموع القيم المشاهدة ، فإننا نستطيع كتابة صيغة قانون الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوبة كما يلي :

$$\boxed{م = \frac{مجـ س}{ن}}$$

مثال (4-1) :

البيانات التالية تمثل درجات 6 طلبة في مادة الإحصاء ، 4 ، 6 ، 3 ، 7 ، 9 ، 1 احسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات ؟

الحل :

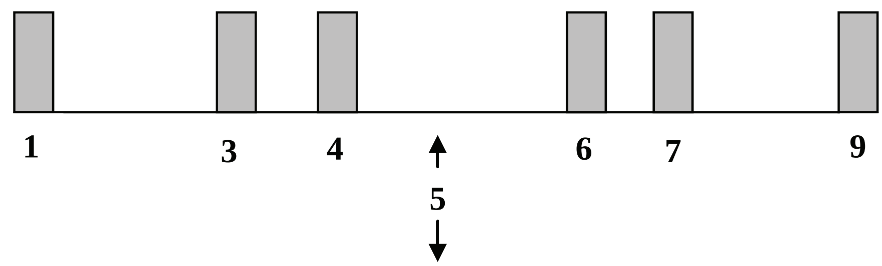
المتغير محل الدراسة في هذا المثال هو درجة الإحصاء ، وسنرمز له بالرمز س ، والقيم المشاهدة التي تمثل درجات 6 طلبة سنرمز لها كما يلي :

$س_1$= 4 ، **$س_2$**= 6 ، **$س_3$**= 3 وهكذا إلى ... **$س_6$** =1 إذن

$$\text{الوسط الحسابي (م)} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

$$\text{م} = \frac{1+9+7+3+6+4}{6} = 5$$

وهذا يعني أن مركز الثقل أي نقطة الارتكاز التي يحصل عندها التوازن هي الدرجة 5 ، وذلك كالموضح في شكل (4 – 1) .



الوسط الحسابي (مركز الثقل)

شكل (4-1)

مثال (4-2) :

البيانات التالية توضح قيمة الواردات (بملايين الدنانير الليبية) لأحد الموانيء في السنوات من 1976 إلى 1980 وذلك وفقاً للنشرات الصادرة عن مصلحة الإحصاء والتعداد .

السنوات	1976	1977	1978	1979	1980
قيمة الواردات	381	272	293	333	391

احسب الوسط الحسابي لقيمة واردات هذا الميناء في هذه السنوات الخمس .

الحل :

$$\text{الوسط الحسابي (م)} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

$$\text{م} = \frac{391+333+293+272+381}{5} = 334$$

2 – حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة :

أ – إذا كانت البيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري بحيث تمثل كل فئة من فئات الجدول قيمة واحدة فقط ، ففي هذه الحالة لكي نحسب الوسط الحسابي نجرى الخطوات التالية :

• نحسب المجموع الكلي للقيم التابعة لكل فئة بضرب القيمة س التي تمثلها الفئة في تكرار الفئة ك ، أي نحسب (س ك) لكل الفئات .

• نحسب المجموع الكلي لجميع القيم وذلك بجمع المجاميع الخاصة بكل الفئات والتي تحصلنا عليها في الخطوة السابقة، أي نحسب (مجـ س ك) .

• نحسب العدد الكلي للقيم المشاهدة وهو بالطبع يساوي المجموع الكلي للتكرارات (مجـ ك) .

• نحسب الوسط الحسابي بقسمة المجموع الكلي للقيم (مجـ س ك) على العدد الكلي للقيم (مجـ ك) .

ب – إذا كانت البيانات مبوبة في جدول تكراري بحيث كل فئة من فئات الجدول تمثل أكثر من قيمة واحدة ، ففي هذه الحالة لا نستطيع معرفة القيم المشاهدة التابعة لكل فئة ، والذي نعرفه هو عددها فقط والمتمثل في تكرار الفئة ، ولذلك لحساب المجموع الكلي للقيم التابعة لكل فئة سنفترض أن القيم المشاهدة موزعة حول مركز الفئة داخل كل فئة من فئات الجدول توزيعاً عادلاً ، وبالتالي تكون قيمة مركز الفئة هي القيمة الافتراضية لجميع القيم داخل الفئة ، ولكي نحسب الوسط الحسابي في هذه الحالة نجري الخطوات التالية :

• نحسب مركز كل فئة ونرمز للمركز بالرمز س .

• نحسب المجموع الكلي للقيم التابعة لكل فئة بضرب القيمة س (حيث س مركز الفئة) في تكرار الفئة ك اي نحسب (س ك) لكل الفئات.

• نحسب المجموع الكلي لجميع القيم وذلك بجمع المجاميع الخاصة بكل الفئات والتي تحصلنا عليها في الخطوة السابقة، أي نحسب (مجـ س ك) .

• نحسب العدد الكلي للقيم المشاهدة وهو بالطبع يساوي المجموع الكلي للتكرارات (مجـ ك) .

• نحسب المتوسط الحسابي بقسمة المجموع الكلي للقيم (مجـ س ك) على العدد الكلي للقيم (مجـ ك) .

وهكذا تكون صيغة المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة كما يلي :

$$\boxed{م = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}}$$

حيث :

س : القيمة التي تمثلها الفئة (عندما الفئة تمثل قيمة واحدة فقط) وهي عبارة عن مركز الفئة (عندما الفئة تمثل أكثر من قيمة واحدة)

ك : تكرار الفئة .

مثال (4-3) :

تمثل البيانات المنفصلة الموضحة في الجدول التكراري التالي توزيع الفصول على حسب عدد الطلبة في مدرسة ابتدائية بها 20 فصلاً ، فما هو الوسط الحسابي لعدد طلبة الفصل في هذه المدرسة؟

عدد طلبة الفصل	30	31	32	33	34	35
عدد الفصول	1	2	4	5	6	2

الحل :

بما أن كل فئة في هذا الجدول التكراري تمثل قيمة واحدة فقط فستكون س هي عبارة عن القيمة المذكورة في الفئة ، وسنجري الخطوات اللازمة للحصول على الوسط الحسابي والموضحة في جدول (4 – 1) :

جدول (4-1)

عدد طلبة الفصل (س)	**عدد الفصول (ك)**	**س × ك**
30	1	30
31	2	62
32	4	128
33	5	165
34	6	204
35	2	70
المجموع	20	659

الوسط الحسابي (م) = $\frac{\text{مجـس ك}}{\text{مجـ ك}}$

$$= \frac{659}{20} = 32.95$$

مثال (4-4) :

تمثل البيانات الموضحة في الجدول التكراري التالي درجات 50 طالباً :

الدرجة	عدد الطلبة
39 – 30	4
49 – 40	6
59 – 50	8
69 – 60	12
79 – 70	9
89 – 80	7
99 - 90	4

احسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات .

الحل

$$\text{الوسط الحسابي (م)} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}$$

بما أن كل فئة في هذا الجدول التكراري تمثل أكثر من قيمة فستكون س عبارة عن مركز الفئة ، وسنجري الخطوات اللازمة للحصول على الوسط الحسابي والموضحة في جدول (4 – 2) .

جدول (4-2)

الدرجة	عدد الطلبة	مراكز الفئات	س × ك
39 – 30	4	34.5	138.0
49 – 40	6	44.5	267.0
59 – 50	8	54.5	436.0
69 – 60	12	64.5	774.0
79 – 70	9	74.5	670.5
89 – 80	7	84.5	591.5
99 - 90	4	94.5	378.0
المجموع	50		3255.0

الوسط الحسابي (م) = $\frac{3255}{50}$ = 65.1 درجـــة

مثال (4-5) :

احسب الوسط الحسابي للبيانات التالية التي تمثل أوزان 210 قطع منتجة .

الوزن (بالجرام)	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20

الحل :

الوسط الحسابي (م) = $\frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}$

وجدول (4 – 3) يوضح الحسابات اللازمة للحصول على الوسط الحسابي .

جدول (4-3)

الوزن (بالجرام)	عدد القطع	مراكز الفئات (س)	س × ك
50 إلى أقل من 54	10	52	520
54 إلى أقل من 58	30	56	1680
58 إلى أقل من 62	90	60	5400
62 إلى أقل من 66	60	64	3840
66 إلى أقل من 70	20	68	1360
المجموع	210		12800

الوسط الحسابي (م) = $\frac{12800}{210}$ = 60.95 جرام

خواص الوسط الحسابي :

1- أهم مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استعمالاً نظراً لسهولة حسابه وإمكانية التعامل معه رياضياً ، ولذلك له أهمية قصوى في التحليل الإحصائي إذ إنه يدخل في حساب كثير من المقاييس الأخرى.

2-يأخذ بعين الاعتبار جميع القيم المشاهدة ، ونستطيع أن نحصل على مجموع القيم المشاهدة إذا عرفنا قيمة الوسط الحسابي وذلك كما يلي :

مجموع القيم = الوسط الحسابي × عدد القيم

3- الوسط الحسابي هو قيمة نظرية وليس بالضروري أن تكون واحدة من القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير محل الدراسة ، ففي المثال (4 – 3) وجدنا أن الوسط الحسابي لعدد الطلبة في الفصل يساوي 32.95 ، وهذه القيمة لا يمكن أن يأخذها المتغير محل الدراسة وهو عدد الطلبة في الفصل .

4- يتأثر بوجود قيم متطرفة في البيانات وينحاز لها ، فمثلاً إذا تبرع خمسة عشر فرداً لعمل خيري بالمبالغ التالية :

10 ، 20 ، 18 ، 10 ، 10 ، 20 ، 12 ، 15 ، 15 ، 20 ، 15 ، 15 ، 10 ، 10 ، 1000

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{1200}{15} = 80 \text{ ديناراً}$$

نلاحظ أن الوسط الحسابي للتبرعات كبير ولا يمثل ما دفعه معظم الأفراد ، فهنا انحاز الوسط الحسابي للقيمة المتطرفة 1000، وبالتالي يعتبر الوسط الحسابي في هذه الحالة مقياساً مضللاً . ولكن لو استبعدنا القيمة المتطرفة فسنلاحظ أن الوسط الحسابي سيكون واقعياً .

5-لا يمكن حسابه في حالة البيانات النوعية (الوصفية) .

6- لا يمكن إيجاده من الرسم (أي بيانياً) .

7- لا يمكن حسابه في حالة جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة وذلك لأننا لا نستطيع حساب مراكز الفئات المفتوحة .

8- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً ، حيث انحراف القيمة عن الوسط الحسابي المقصود به القيمة مطروحاً منها الوسط الحسابي ، وبالتالي فهذه الخاصية تعني أن:

مجـ (س ــ م) = صفر

فمثلا اذا كانت لدينا البيانات التالية 6 ، 8 ، 5 ، 11 ، 10

الوسط الحسابي لهذه البيانات (م) = $\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$

$$= \frac{10+11+5+8+6}{5} = 8$$

فسنجد أن مجموع انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً ، وذلك كما هو واضح فيما يلي :

القيمة (س)	الانحرافات (س ـ م)
6	6 – 8 = - 2
8	8 – 8 = 0
5	5 – 8 = - 3
11	11 – 8 = 3
10	10 – 8 = 2
المجموع	صفر

9- مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن ، أي أن :

مجـ (س – م)^2 = نهاية صغرى

ويعني ذلك أنه لو اخترنا أي قيمة أخرى سواء أقل أو أكبر من الوسط الحسابي ، فسنجد أن مجموع مربعات انحرافات القيم عن هذه القيمة دائماً أكبر من مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي .

فمثلاً : نستطيع حساب مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي بالنسبة للبيانات المذكورة في المثال السابق في الخاصية (9) ، وذلك كما يلي:

القيمة (س)	انحرافات القيم عن الوسط الحسابي (س – 8)	مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي $(س - 8)^2$
6	2-	4
8	0	0
5	3-	9
11	3	9
10	2	4
المجموع		26

وهذا يعني أن أقل قيمة ممكن أن يأخذها مجموع مربعات الانحرافات هو القيمة 26 ، ولو حسبنا مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن أي قيمة أخرى أكبر أو أقل من الوسط الحسابي (8) فسنجد أن مجموع مربعات الانحرافات دائماً أكبر من 26 ، فمثلاً لو حسبنا مجموع مربعات انحرافات القيم عن القيمة 9 وعن القيمة 7.5 فسنحصل على ما يلي :

القيم (س)	$(س - 9)^2$	$(س - 7.5)^2$
6	9	2.25
8	1	0.25
5	16	6.25
11	4	12.25
10	1	6.25
المجموع	31	27.25

ونلاحظ أن 31 أكبر من 26 ، وكذلك 27.25 أكبر من 26 .

(2-4) الوسيط :

الوسيط هو القيمة الموجودة في منتصف البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ، أي هو القيمة الوسطى التي يكون نصف البيانات أقل منها والنصف الآخر أكبر منها ، ويحسب الوسيط كما يلي :

1 – في حالة البيانات غير المبوبة :

يحسب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة (الخام) بإتباع الخطوات التالية :

أ ــ ترتب القيم المشاهدة تصاعدياً ، أي نبدأ بأصغر قيمة ثم نرتب ما بعدها الأكبر فالأكبر .

ب ــ نحدد ترتيب الوسيط بين القيم وذلك كما يلي :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن} + 1}{2}$$

حيث ن عدد القيم المشاهدة . ويجب الانتباه إلى أن

[(ن + 1) ÷ 2] هو ترتيب الوسيط وليس قيمته .

ج ــ نحدد قيمة الوسيط وتكون هي القيمة التي ترتيبها

[(ن + 1) ÷ 2] عندما يكون عدد القيم المشاهدة (ن) عدداً فردياً ، أما إذا كانت (ن) عدداً زوجياً سيقع الترتيب بين قيمتين ويكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين .

مثال (4-6) :

أوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية :

16 ، 20 ، 19 ، 18 ، 15 ، 17 ، 13 .

الحل :

القيم مرتبة ترتيباً تصاعدياً :

13 ، 15 ، 16 ، $\boxed{17}$ ، 18 ، 19 ، 20

الوسيط

ترتيب الوسيط = (ن + 1) ÷ 2 = (7 + 1) ÷ 2 = 2 ÷ 4 = 2 ÷ 8 ...

مثال (4-7) :

أوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية :

$$3 \text{ ، } 8 \text{ ، } 9 \text{ ، } 6 \text{ ، } 5 \text{ ، } 11$$

الحل :

نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً :

$$3 \text{ ، } 5 \text{ ، } \boxed{6 \text{ ، } 8} \text{ ، } 9 \text{ ، } 11$$

ترتيب الوسيط = (ن + 1) ÷ 2 = (6 + 1) ÷ 2 = 3.5

• قيمة الوسيط تقع بين القيمتين الثالثة والرابعة ، إذاً الوسيط يساوي الوسط الحسابي لهاتين القيمتين أي :

$$\text{الوسيط} = \frac{8+6}{2} = 7$$

2- حساب الوسيط للبيانات المبوبة :

لحساب الوسيط في حالة بيانات معروضة في جداول تكرارية بحيث تكون فئات الجدول مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً،

نتبع الخطوات التالية :

أ – نحدد ترتيب الوسيط ويساوي في البيانات المبوبة = $\frac{\text{مجـ ك}}{2}$

ب – نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي تحتوي على الوسيط ويتم تحديدها بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد ، فتكون الفئة الوسيطة هي أول فئة يكون تكراراها المتجمع الصاعد أكبر من أو يساوي ترتيب الوسيط .

ج – نقوم بالتعويض في القانون التالي للحصول على قيمة الوسيط

$$\boxed{\text{الوسيط} = ح_{د} + \frac{(\text{ترتيب الوسيط} - ك_{ج})}{ك_{و}} \times ل_{و}}$$

حيث :

ح د : الحد الأدنى للفئة الوسيطية ، وفي حالة التوزيعات الخاصة بمتغير منفصل نستخدم الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطية وهو عبارة عن الحد الأدنى للفئة مطروحاً منه نصف وحدة من وحدات القياس المستخدمة فمثلاً إذا كانت الفئة الوسيطية تبدأ بالقيمة 20 فيكون الحد الأدنى الحقيقي يساوي 19.5 وهكذا...

ك ج : التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة للفئة الوسيطية .

ك و : تكرار الفئة الوسيطية .

ل و : طول الفئة الوسيطية .

مثال (4-8) :

احسب الوسيط للبيانات التالية التي تمثل أوزان 210 قطع منتجة بالجرام .

الوزن (بالجرام)	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20

الحل :

- نحدد ترتيب الوسيط حيث :

ترتيب الوسيط = (مجـ ك) ÷ 2 = 210 ÷ 2 = 105

- نحدد الفئة الوسيطية أي نحدد الفئة التي تحتوي على الوسيط وهو القيمة التي ترتيبها 105 ، ويتم ذلك بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد الموضح في جدول (4 – 4) .

جدول (4-4)

الوزن (بالجرام)	عدد القطع	التكرار المتجمع الصاعد	
50 إلى أقل من 54	10	10	
54 إلى أقل من 58	30	40	
58 إلى أقل من 62	90	130	← الفئة الوسيطية
62 إلى أقل من 66	60	190	
66 إلى أقل من 70	20	210	

حيث إن الفئة الثانية تكرارها المتجمع يساوي 40 والفئة الثالثة تكراراها المتجمع يساوي 130 ، فيعني ذلك أن التسعين قيمة الموجودة في الفئة الثالثة ترتيباتها تبدأ من الترتيب 41 إلى الترتيب 130 ، وحيث إن ترتيب الوسيط يساوي 105 ، إذن يجب أن يكون ضمن قيم الفئة الثالثة ، وبالتالي فإن الفئة الثالثة هي الفئة الوسيطية.

وبعد تحديد الفئة الوسيطية نطبق قانون الوسيط ، حيث :

$\text{ح}_{\text{د}} = 58$ $\quad$ $\text{ك}_{\text{ج}} = 40$ $\quad$ $\text{ك}_{\text{و}} = 90$ $\quad$ $\text{ل}_{\text{و}} = 4$

$$\text{الوسيط} = \text{ح}_{\text{د}} + \frac{(\text{ترتيب الوسيط} - \text{ك}_{\text{ج}})}{\text{ك}_{\text{و}}} \times \text{ل}_{\text{و}}$$

$$= 58 + \frac{(105-40)}{90} \times 4$$

$= 58 + 2.98 = 60.89$ جرام .

ويعني ذلك أن 50% من الوحدات المنتجة أي نصف الوحدات أوزانها أقل من 60.89 جرام ، و50% منها أي النصف الآخر أوزانها أكثر من 60.89 جرام .

مثال (4-9) :

احسب الوسيط للبيانات المنفصلة التالية التي تمثل درجات 50 طالباً .

الدرجة	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
عدد الطلبة	4	6	8	12	11	9

الحل :

- نحدد ترتيب الوسيط حيث :

ترتيب الوسيط = (مجـ ك) ÷ 2 = 50 ÷ 2 = 25

أي أن القيمة المشاهدة التي ترتيبها 25 هي عبارة عن قيمة الوسيط ولتحديد هذه القيمة يجب إيجاد التكرار المتجمع الصاعد والموضح في جدول (4 – 5) .

جدول (4-5)

الدرجة (الفئة)	عدد الطلبة (التكرار)	التكرار المتجمع الصاعد	
30 – 39	4	4	
40 – 49	6	10	
50 – 59	8	18	
60 – 69	12	30	الفئة الوسيطية
70 – 79	11	41	
80 – 89	9	50	

إذن الفئة الوسيطية هي الفئة 60 – 69 وبتطبيق قانون الوسيط ، حيث :

$ح_د = 59.5$ وذلك لأننا نتعامل مع بيانات منفصلة ، وبالتالي نستعمل الحد الأدنى الحقيقي للفئة .

$ك_ج = 18$ $ك_و = 12$ $ل_و = 10$

$$\text{الوسيط} = ح_د + \frac{(\text{ترتيب الوسيط} - ك_ج)}{ك_و} \times ل_و$$

$$= 59.5 + \frac{(25-18)}{12} \times 10$$

= 59.5 + 5.83 = 65.33 جرام .

مثال (4-10) :
الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدخول ستين موظفاً :

الدخل	عدد الموظفين
150 إلى أقل من 175	8
175 إلى أقل من 200	15
200 إلى أقل من 225	20
225 إلى أقل من 250	12
250 فأكثر	5

فاحسب وسيط هذه الدخول .

الحل :
لاحظ أن هذا الجدول التكراري يحتوي على فئة مفتوحة وهي الفئة الأخيرة ومع ذلك سنحسب الوسيط كالمعتاد ، كما يلي :

جدول (4-6)

الدخل (الفئة)	عدد الموظفين (التكرار)	التكرار المتجمع الصاعد	
150 إلى أقل من 175	8	8	
175 إلى أقل من 200	15	23	
200 إلى أقل من 225	20	43	الفئة الوسيطية
225 إلى أقل من 250	12	55	
250 فأكثر	5	60	

ترتيب الوسيط = (مجـ ك) ÷ 2 = 60 ÷ 2 = 30
من جدول (4 – 6) نجد أن الفئة الوسيطية هي الفئة (200 إلى أقل من 225) إذن :

$ح_د = 200$ $ك_ج = 23$ $ك_و = 20$ $ل_و = 25$

$$\text{الوسيط} = \text{ح}_{\text{د}} + \frac{(\text{ترتيب الوسيط} - \text{ك}_{\text{ج}})}{\text{ك}_{\text{و}}} \times \text{ل}_{\text{و}}$$

$$= 200 + \frac{30-23}{20} \times 25$$

$$= 200 + 8.75 = 208.75$$ دينار .

تحديد الوسيط بيانياً :

يحدد الوسيط بيانياً باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو المنحنى التكراري المتجمع الهابط ، أو كلاهما وذلك كما يلي :

- نحدد أولاً ترتيب الوسيط (مجـ ك ÷ 2) على المحور الرأسي والذي يمثل التكرارات المتجمعة .
- نرسم من هذه النقطة خطاً أفقياً يوازي محور السينات حتى يلاقي المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط في نقطة .
- من نقطة التلاقي نسقط عموداً يلاقي محور السينات في نقطة تكون هي قيمة الوسيط ، وذلك كما هو موضح في شكل(4 – 2) ، وشكل (4 – 3) .
- كذلك نستطيع إيجاد الوسيط برسم المنحنيين الصاعد والهابط معاً في رسم واحد ، فيكون الإحداثي السيني لنقطة تقاطع المنحنيين هو قيمة الوسيط ، وهي القيمة التي كنا نطلق عليها القيمة الوسطى وذلك عند دراسة المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط .

مثال (4-11) :

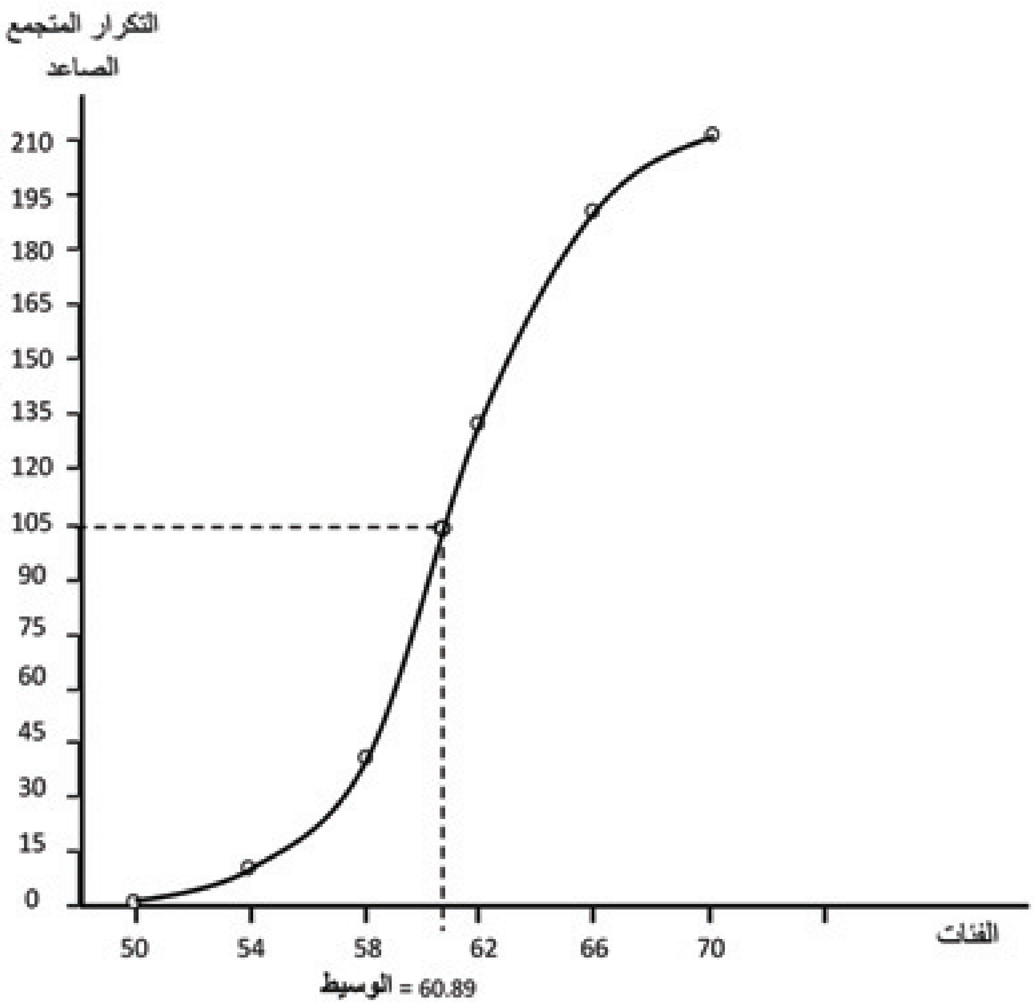
حدد قيمة الوسيط بيانياً للتوزيع التكراري الخاص بأوزان 210 وحدة منتجة المذكورة في مثال (4 – 8) .

الحل :

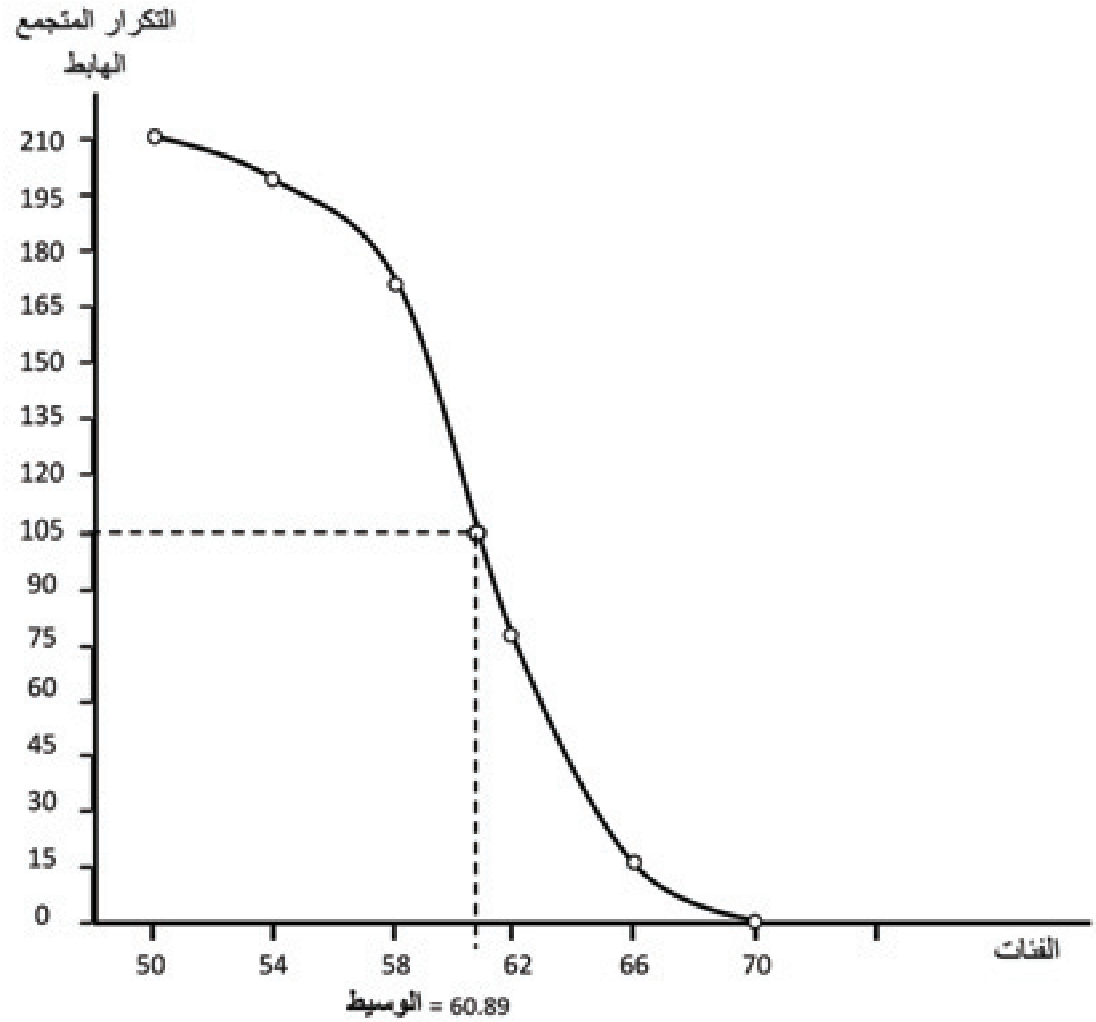
نكون أولاً جدول التكرار المجتمع الصاعد أو جدول التكرار المتجمع الهابط لهذه البيانات والموضحة معاً في جدول (4 – 7) ، وبعد رسم المنحنى المتجمع وتحديد ترتيب الوسيط الذي يساوي 105 على المحور الرأسي ، نرسم من هذه النقطة خطاً أفقياً يوازي محور السينات حتى يلاقى المنحنى المتجمع ومن نقطة التلاقي نسقط عموداً ليلاقي محور السينات فنحصل على قيمة الوسيط ، وذلك كما هو موضح في شكل (4 – 2) وشكل (4 – 3) .

جدول (4 – 7)

الفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الفئة	التكرار المتجمع الهابط
أقل من 50	0	50 أو أكثر	210
أقل من 54	10	54 أو أكثر	200
أقل من 58	40	58 أو أكثر	170
أقل من 62	130	62 أو أكثر	80
أقل من 66	190	66 أو أكثر	20
أقل من 70	210	70 أو أكثر	0



شكل (4-2)



شكل (4-3)

ومن شكل (4 – 2) وشكل (4 – 3) نجد أن قيمة الوسيط تقريباً 61 جراماً

خواص الوسيط :

1- سهل التعريف وسهل الحساب .

2- يعتمد على القيمة الوسطى فقط إذا كانت (ن) فردية وعلى القيمتين الوسيطيتين إذا كانت (ن) زوجية ، ويهمل بقية القيم .

3- لا يتأثر بوجود قيم متطرفة .

فمثلاً إذا كان لدينا القيم التالية : 2 ، 7 ، 6 ، 4 ، 10 ، 1 ، 9

الترتيب التصاعدي لهذه البيانات : 1 ، 2 ، 4 ، 6 ، 7 ، 9 ، 10

ترتيب الوسيط = $(7 + 1) \div 2 = 4$

إذن الوسيط هو القيمة الرابعة بعد الترتيب التصاعدي أي الوسيط = 6 وإذا وضعنا بدلاً من القيمة 10 ، القيمة 84 مثلاً وهي قيمة متطرفة بالنسبة لقيم المجموعة ، فسنجد أن الوسيط لن يتغير وسيظل مساوياً 6 ، وبالتالي فالوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

4- يمكن إيجاد الوسيط للبيانات النوعية (الوصفية) بشرط إمكانية ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ويكون عددها فردياً .

فمثلاً إذا كان لدينا البيانات النوعية التالية والتي تمثل تقديرات 9 طلبة في مادة الإحصاء :

مقبول،جيد،ضعيف،ممتاز،جيد جداً، مقبول، مقبول، جيد، مقبول

الترتيب التصاعدي للبيانات :

ضعيف،مقبول،مقبول، مقبول،مقبول،جيد،جيد، جيد جداً، ممتاز

ترتيب الوسيط = $\mathbf{(9 + 1) \div 2 = 5}$

إذن الوسيط هو التقدير الخامس بعد ترتيب البيانات تصاعدياً ، أي أن الوسيط هو تقدير مقبول.

5- يمكن حسابه من جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة وذلك كما هو واضح في مثال **(4 – 10)** .

6- يمكن إيجاد الوسيط بيانياً .

7- يستعمل الوسيط في الحالات التي تكون فيها بعض البيانات ناقصة بشرط أن نعرف ترتيبها ؛ فمثلاً إذا أردنا إيجاد الوسيط للمدة التي يقضيها العامل في إنتاج سلعة معينة نكتفي هنا بتسجيل المدة التي يستغرقها 50% من العاملين ، لأن المدة التي سيستغرقها النصف الآخر من العاملين الذين لم ينتهوا بعد ستكون أكبر من الوسيط .

(3-4) المنوال :

المنوال هو القيمة أو الصفة الأكثر شيوعاً في البيانات ، أي القيمة أو الصفة التي لها أكبر تكرار ، أي التي تتكرر أكثر من غيرها من القيم أو الصفات .

كيفية إيجاد المنوال :

1 – في حالة البيانات غير المبوبة :

في هذه الحالة لا توجد أي عمليات حسابية لإيجاد المنوال ، كل ما يتطلبه إيجاد المنوال هو معرفة القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، وذلك كما هو واضح في المثال التالي :

مثال (4-12) :

أوجد قيمة المنوال للبيانات التالية : 11 ، 12 ، 9 ، 10 ، 9 ، 11 ، 13 ، 9

الحل :

إن منوال هذه القيم يساوي 9 ، وذلك لأنها القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها .
إذا كان في البيانات منوال واحد فتسمى بيانات وحيدة المنوال ، وإذا وجد في البيانات منوالان فتسمى بيانات ثنائية المنوال ، وإذا وجد في البيانات أكثر من منوالين فتسمى بيانات عديدة المنوالات ، وأحياناً لا توجد في البيانات قيمة أو صفة تتكرر أكثر من غيرها من القيم فتسمى بيانات عديمة المنوال .

مثال (4-13) :

أوجد المنوال للبيانات المذكورة في كل مجموعة من المجموعات التالية :
المجموعة الأولـى : 18 ، 14 ، 15 ، 19 ، 20 ، 24
المجموعة الثانيــة : 12 ، 10 ، 12 ، 16 ، 10 ، 15 ، 14
المجموعة الثالثـة : 12 ، 12 ، 15 ، 13 ، 15 ، 13
المجموعة الرابعة : 12 ، 15 ، 19 ، 13 ، 16 ، 14، 15، 15
المجموعة الخامسة : 10 ، 9 ، 15، 12، 5 ، 11، 5 ، 10 ، 12

الحل :

في المجموعة الأولى لا يوجد منوال (بيانات عديمة المنوال) .
في المجموعة الثانية يوجد منوالان 12،10 (بيانات ثنائية المنوال).
في المجموعة الثالثة 3 منوالات 12، 13، 15(بيانات عديدة المنوال).
في المجموعة الرابعة يوجد منوال واحد 15 (بيانات أحادية المنوال) .
في المجموعة الخامسة 3 منوالات 5،12،10 (بيانات عديدة المنوال) .

مثال (4 – 14) :

أوجد المنوال للبيانات النوعية التالية التي تبين جنسيات 6 مدرسين يُدرسون في مدرسة لتعليم اللغة الإنجليزية :

عربي ، إنجليزي ، أمريكي ، إنجليزي ، إنجليزي ، استرالي

فهنا المنوال هو الجنسية الإنجليزية ، أي الجنسية المتكررة أكثر من غيرها من الجنسيات

2 – في حالة البيانات المبوبة :

لحساب المنوال لبيانات مبوبة في جداول تكرارية منتظمة أي فئاتها متساوية الطول نتبع الخطوات التالية :

- نحدد أولاً الفئة التي تحتوي المنوال ويطلق عليها الفئة المنوالية وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار .
- نحسب قيمة المنوال باستخدام القانون التالي :

$$\text{المنوال} = ح_{د} + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times ل_{م}$$

حيث :

$ح_{د}$: الحد الأدنى للفئة المنوالية (أو الحد الأدنى الحقيقي في حالة البيانات التي تمثل متغيراً منفصلاً) .

$ف_1$: تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة لها .

$ف_2$: تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة اللاحقة لها .

$ل_{م}$: طول الفئة المنوالية .

مثال (4-15) : أوجد قيمة المنوال للبيانات المذكورة في الجدول التالي والتي تمثل أوزان 210 قطع منتجة بالجرام :

الوزن	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20
المجموع	210

الحل :

- الفئة المنوالية هي الفئة (58 إلى أقل من 62) لأنها هي الفئة التي لها أكبر تكرار ونجد أن :

ح $_د$ = 58 ، ل $_م$ = 4

ف $_1$ = 90 – 30 = 60 ، ف $_2$ = 90 – 60 = 30

$$\text{المنوال} = ح_د + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times ل_م$$

$$= 58 + \frac{60}{60 + 30} \times 4$$

$$= 58 + \frac{24}{9} = 60.67$$

مثال (4-16) :

احسب قيمة المنوال للبيانات التالية ، التي تمثل درجات 50 طالباً .

الدرجة	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
عدد الطلبة	4	6	8	12	11	9

الفئة المنوالية

الحل :

الفئة المنوالية هي الفئة (60 – 69) ونجد أن :

ح $_د$ = 59.5 (لأن البيانات هنا تمثل متغيراً منفصلاً)

ف $_1$ = 12 – 8 = 4

ف $_2$ = 12 – 11 = 1

ل $_م$ = 10

$$\text{المنوال} = ح_د + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times ل_م$$

$$= 59.5 + \frac{4}{4 + 1} \times 10$$

$$= 59.5 + 8 = 67.5$$

حساب المنوال بيانياً :

نستطيع تحديد قيمة المنوال بيانياً باستخدام المنحنى التكراري أوالمضلع التكراري فتكون قيمة المنوال هي القيمة المقابلة لقمة المنحنى ، لأن القمة تمثل أكبر تكرار، وحيث إن المنحنى يكون ممهداً باليد فغالباً ستكون قيمة المنوال التي نحصل عليها بهذه الطريقة غير دقيقة كما يمكن تحديد قيمة المنوال بإستخدام المدرج التكراري .

مثال (4-17) :

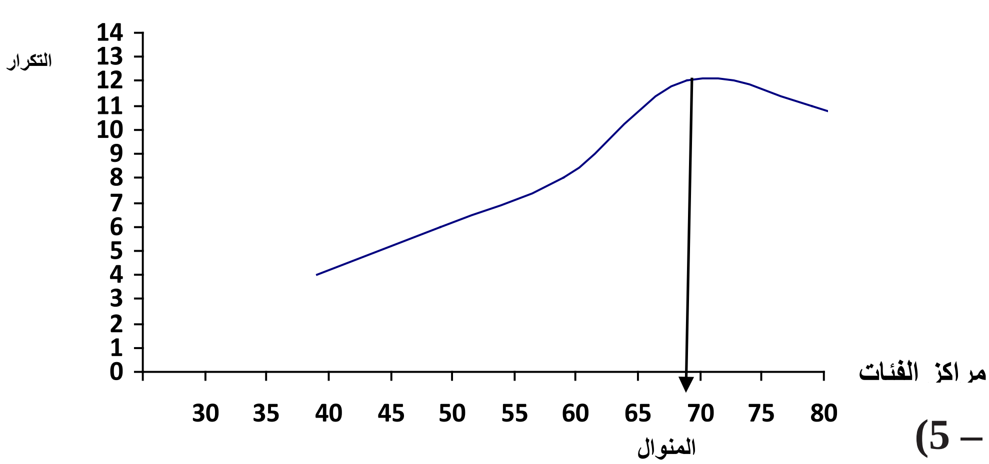
احسب المنوال بيانياً ، للبيانات المذكورة في مثال **(4 – 16)** بإستخدام المنحنى التكراري .

الحل :

نحدد مراكز الفئات ، وذلك لتحديد النقاط التي تمثل الفئات على الرسم البياني ، والجدول **(4 – 8)** يوضح ذلك ، ثم نرسم المنحنى التكراري ونحدد منه قيمة المنوال والتي تساوي **67.5** كما هو واضح في شكل **(4 – 5)** .

جدول (4-8)

الفئة	التكرار	مركز الفئة	النقاط (س،ص)
39 – 30	4	34.5	(4 ، 34.5)
49 – 40	6	44.5	(6 ، 44.5)
59 – 50	8	54.5	(8 ، 54.5)
69 – 60	12	64.5	(12 ، 64.5)
79 – 70	11	74.5	(11 ، 74.5)
89 – 80	9	84.5	(9 ، 84.5)



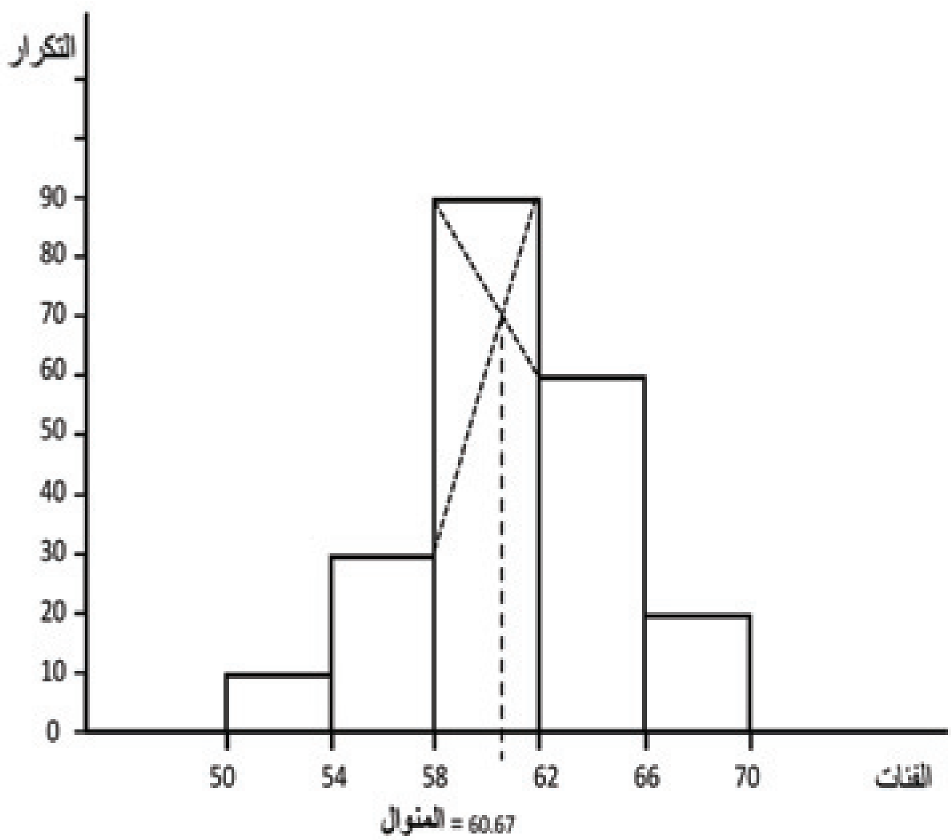
شكل (4 – 5)

مثال (4-18) :

أحسب المنوال بيانياً بإستخدام المدرج التكراري لبيانات المثال(4-15).

الحل :

نرسم المدرج التكراري ثم نحدد مستطيل الفترة المنوالية ومستطيل الفترة السابقة لها ومستطيل الفترة اللاحقة لها وبتوصيل الحد الأدنى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة المنوالية بالحد الأدني للقاعدة العليا لمستطيل الفترة اللاحقة ، وبتوصيل الحد الأعلى لمستطيل الفترة المنوالية بالحد الأعلى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة السابقة لها ومن نقطة تقاطع المستقيمين نسقط عموداً على المحور الأفقي فتكون نقطة إلتقاء العمود مع المحور الأفقي هي قيمة المنوال والتي تساوي 60.67 كما هو واضح في شكل (4-6) .



شكل (4 – 6)

خواص المنوال :

1-أسهل مقاييس النزعة المركزية في حسابه .
2-لا يتأثر بوجود قيم متطرفة .
3-يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة بشرط ألا تكون الفئة المفتوحة هي الفئة المنوالية .
4- يمكن إيجاد المنوال للبيانات النوعية وذلك كما هو واضح في مثال **(4 – 14) .**
5-ليس له معنى إذا كانت البيانات قليلة العدد وقد لا يوجد أصلاً ، أما في حالة البيانات كثيرة العدد فله معنى معقول وله أهمية كبيرة وخاصة في عملية التسويق ، فمثلاً شركات تسويق الأحذية في مدينة ما لا تهتم بالوسط الحسابي أو بالوسيط بل تهتم بالمقياس الأكثر شيوعاً وهو المنوال .
6-يمكن إيجاد المنوال بيانياً بإستخدام المنحنى التكراري أو المدرج التكراري.
7-قد لا يكون للبيانات منوالاً وقد تحتوي على منوالين أو أكثر .
8-يتأثر كثيراً بطريقة اختيار الفئات التكرارية للتوزيع ، فإذا غيرنا تقسيم الفئات لنفس التوزيع فيحدث تغيراً في التكرارات وفي الغالب يحدث تغيراً في موقع الفئة المنوالية ، ولذلك نحصل على قيم مختلفة للمنوال .

تمارين (4)

1- ما المقصود بخاصية النزعة المركزية ؟ وما أهم مقاييسها ؟ مع تعريف كل مقياس من هذه المقاييس .

2- البيانات التالية تمثل درجات امتحان في مادة اللغة الإنجليزية لتسعة طلبة :

43 ، 56 ، 30 ، 42 ، 64 ، 60 ، 30 ، 70 ، 82

أ – احسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات .

ب – احسب الوسيط .

ج – أوجد المنوال .

3- فيما يلي عدد من القطع المنتجة شهرياً من قبل 10 عاملين :

14 ، 18 ، 17 ، 14 ، 17 ، 15 ، 14 ، 17 ، 15 ، 12

أ – احسب الوسط الحسابي .

ب – احسب الوسيط .

ج – أوجد المنوال .

4- إذا كان الوسط الحسابي لعشرة قيم هو 62 وإذا كان مجموع انحرافات 9 قيم منها عن الوسط الحسابي هو 5 ، فما هي القيمة العاشرة ؟

5- إذا كان لدينا البيانات التالية : 35 ، 25 ، 20 ، 33 ، 180 ، 21 ، 27

أوجد قيمة المتوسط المناسب لهذه البيانات ، مع ذكر لماذا يفضل هذا المتوسط عن المتوسطين الآخرين ؟

6- بعد ترصيد درجات 10 طلبة في مادة الرياضيات وجدنا أن الوسط الحسابي لهذه الدرجات = 65 ، ثم انتبهنا أن هناك خطأ في تسجيل درجات 3 طلبة ، وذلك كما يلي :

الدرجة المسجلة	الدرجة الصحيحة
65	56
57	75
28	29

فأوجد الوسط الحسابي بعد إجراء عملية التصحيح ؟

7- علل مايلي :

- لا نستطيع حساب الوسيط للبيانات النوعية إلا إذا كان عددها فردياً .
- لا نستطيع حساب الوسط الحسابي للجداول التكرارية المفتوحة.

8- ما مقياس النزعة المركزية المناسب في كل حالة من الحالات التالية :

- بيانات نوعية لا يمكن ترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .
- بيانات مبوبة في جدول تكراري فئته الأخيرة مفتوحة ، مع العلم بأن هذه الفئة المفتوحة تكراراها أقل من نصف التكرارات وهو أكبر تكرار في الجدول .
- بيانات تتكون من قيم لها نفس التكرار وتحتوي على قيم متطرفة .

9- إذا كانت القيم التالية مرتبة ترتيباً تصاعدياً : 12 ، 20 ، س ، 30 ، 33 ، 40

فما هي القيمة المجهولة س إذا علمت أن قيمة الوسيط = 28 ؟

10- فيما يلي جدول التوزيع التكراري لعدد أطفال العائلات القاطنة في حي من أحياء مدينة ما :

عدد الأطفال (الفئة)	0 - 2	3-5	6-8	9-11	12-14
عدد العائلات (التكرار)	25	45	60	40	30

أ – احسب الوسط الحسابي ب – احسب الوسيط .

ج – أوجد قيمة المنوال .

11- الجدول التالي يوضح توزيع 500 عامل في مصنع حسب دخولهم الأسبوعية :

الدخل الأسبوعي (بالدينار)	عدد العاملين
20 إلى أقل من 25	100
25 إلى أقل من 30	180
30 إلى أقل من 35	120
35 إلى أقل من 40	50
40 إلى أقل من 45	30
45 إلى أقل من 50	12
50 إلى أقل من 55	8

أ – احسب الوسط الحسابي .

ب – احسب الوسيط حسابياً وبيانياً .

ج – أوجد قيمة المنوال حسابياً وبيانياً .

12- إذا علمت أن الجدول التكراري التالي يمثل بيانات عن 234 مفردة وأن الوسيط لهذه البيانات = 46 ، فأوجد تكرار الفئة الثالثة **ك** $_3$ ، وتكرار الفئة الخامسة **ك** $_5$ (حدد الفئة الوسيطية باستخدام قيمة الوسيط) .

الفئة	**التكرار**
10 إلى أقل من 20	12
20 إلى أقل من 30	30
30 إلى أقل من 40	ك$_3$
40 إلى أقل من 50	65
50 إلى أقل من 60	ك$_5$
60 إلى أقل من 70	25
70 إلى أقل من 80	18

13- أوجد مقياس النزعة المركزية المناسب لهذه البيانات النوعية التي تمثل مهنة أربع وعشرين أماً من الأمهات اللائي يترددن على العيادة الخاصة بالأمومة والطفولة ؟

مدرسة	ربة بيت	ربة بيت	مدرسة	منتجة	ربة بيت
طبيبة	ربة بيت	مهندسة	ربة بيت	منتجة	ربة بيت
مدرسة	موظفة	مدرسة	ربة بيت	موظفة	مدرسة
مدرسة	مدرسة	موظفة	موظفة	ربة بيت	منتجة

الفصل الخامس

مقاييس التشتت

مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات) السابق دراستها ، تدلنا على القيمة التي تتجمع حولها القيم المشاهدة للظاهرة محل الدراسة، ولكن هذه المقاييس لا تعطينا أي فكرة عن درجة انتشار واختلاف القيم وتباعدها عن بعضها أو تباعدها عن القيمة المركزية لها أي عن متوسطاتها ، وخاصية تباعد قيم التوزيع واختلافها يطلق عليها خاصية التشتت ، وبالتالي فإن مقياس النزعة المركزية وحده لا يكفي لوصف مجموعة البيانات محل الدراسة ، فقد تتساوى المتوسطات لمجموعتين أو أكثر من البيانات بالرغم من اختلاف القيم في هذه المجموعات .

مثال (5-1) :

إذا كان لدينا المجموعات التالية من البيانات :

المجموعة الأولى :	6	6	6	6	6
المجموعة الثانية :	4	5	6	7	8
المجموعة الثالثة :	0	1	6	10	13

نلاحظ أن المجموعات الثلاث لها نفس الوسط الحسابي والوسيط، فكليهما في جميع المجموعات يساوي القيمة 6 ، وذلك بالرغم من وجود اختلاف واضح بين المجموعات الثلاث في انتشار القيم وتباعدها .

ففي المجموعة الأولى نلاحظ عدم وجود اختلاف أو تشتت بين القيم فكل القيم متساوية وتساوي قيمة الوسط الحسابي وهي القيمة 6 .

أما في المجموعة الثانية ، نلاحظ أن القيم تختلف عن بعضها البعض وعن وسطها الحسابي ولكن ليس اختلافاً كبيراً ، أي أن تشتت القيم داخل هذه المجموعة صغير .

بينما في المجموعة الثالثة ، نلاحظ أن القيم تختلف عن بعضها البعض وعن وسطها الحسابي اختلافً كبيراً ، أي أن تشتت القيم داخل هذه المجموعة كبير .

نستنتج من ذلك أن تساوي متوسطات المجموعات لا يعني أن البيانات في هذه المجموعات متكافئة ، ولوصف البيانات محل الدراسة وصفاً جيداً يجب بالإضافة إلى تحديد القيمة التي تتجمع حولها ، معرفة كيفية انتشار هذه القيم أي تشتتها ، ولقياس التشتت نستخدم مقاييس إحصائية يطلق عليها مقاييس التشتت وأهمها ما يلي :

- **المدى .**
- **الانحراف الربيعي .**
- **متوسط الانحرافات المطلقة .**
- **التباين .**
- **الانحراف المعياري .**

بالإضافة إلى معامل الإختلاف الذي يستخدم لمقارنة مجموعتين أو أكثر من البيانات من حيث التشتت ،وكلما زاد تشتت القيم داخل مجموعة البيانات ، كلما زادت قيمة مقياس التشتت . مع العلم بأن كل مقاييس التشتت هي مقاييس معتمدة على الأرقام وبالتالي لا يمكن استخدامها إلا في حالة البيانات الكمية.

وسيتم دراسة كل من المدى والتباين ، والإنحراف المعياري ومعامل الإختلاف .

(1-5) المدى :

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في البيانات ، فهو عبارة عن الفترة التي يتغير فيها المتغير محل الدراسة .

ويحسب المدى في حالة البيانات غير المبوبة كما يلي :

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

أما في حالة البيانات المبوبة نعتبر أكبر قيمة هي الحد الأعلى للفئة الأخيرة وأصغر قيمة هي الحد الأدنى للفئة الأولى مع مراعاة أن تكون فئات الجدول مرتبة ترتيباً تصاعدياً ، أي يحسب المدى في حالة البيانات المبوبة كما يلي :

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى

إذا كان المدى صغيراً فيعنى ذلك أن البيانات منتشرة في فترة قصيرة أي قريبة من بعضها وتشتتها صغير ، أما إذا كان المدى كبيراً فيعني ذلك أن البيانات منتشرة في فترة طويلة أي متباعدة عن بعضها وتشتتها كبير .

وبصفة عامة كلما زاد المدى كلما التشتت أكبر .

مثال (5-2) :

باستخدام المدى قارن بين تشتت المجموعات الثلاث المذكورة في مثال (5 – 1) .

الحل :

مدى المجموعة الأولى = 6 – 6 = 0

مدى المجموعة الثانية = 8 - 4 = 4

مدى المجموعة الثالثة = 13 – 0 = 13

بما أن مدى المجموعة الأولى يساوي صفر ، فيعني ذلك أنه لا يوجد اختلاف أو تشتت بين قيم هذه المجموعة ، أي أن كل القيم داخل هذه المجموعة متساوية .

ونلاحظ أن مدى المجموعة الثانية أصغر من مدى المجموعة الثالثة، وهذا يعني أن تشتت القيم داخل المجموعة الثانية أقل من تشتت القيم داخل المجموعة الثالثة .

مثال (5-3) :

قارن بين تشتت درجات مادة الإحصاء لثلاث مجموعات من الطلبة :

درجات المجموعة الأولى : 50 ، 62 ، 30 ، 70 ، 45 ، 80

درجات المجموعة الثانية : 0،20 ، 70، 55، 65 ،82، 35،77

درجات المجموعة الثالثة :49،54 ، 85، 50، 60 ،63، 75،65

الحل :

مدى المجموعة الأولى = 80 – 30 = 50 درجة

مدى المجموعة الثانية = 82 – 0 = 82 درجة

مدى المجموعة الثالثة = 85 – 49 = 36 درجة

لاحظ أن المجموعة الثالثة أقلهن تشتتاً ثم يليها المجموعة الأولى ، ثم يليها المجموعة الثانية .

مثال (5-4) :

احسب المدى للبيانات التالية التي توضح أوزان 100 طالب بالكيلو جرامات :

الوزن (بالكيلو جرام)	عدد الطلبة
60 إلى أقل من 63	5
63 إلى أقل من 66	15
66 إلى أقل من 69	40
69 إلى أقل من 72	28
72 إلى أقل من 75	12

الحل :

أكبر قيمة = الحد الأعلى للفئة الأخيرة = 75 كيلو جرام

أصغر قيمة = الحد الأدنى للفئة الأولى = 60 كيلو جرام .

المـــــدى = 75 – 60 = 15 كيلو جرام .

خواص المدى :

1- المدى مقياس سهل في حسابه وبسيط في مفهومه ودلالته .

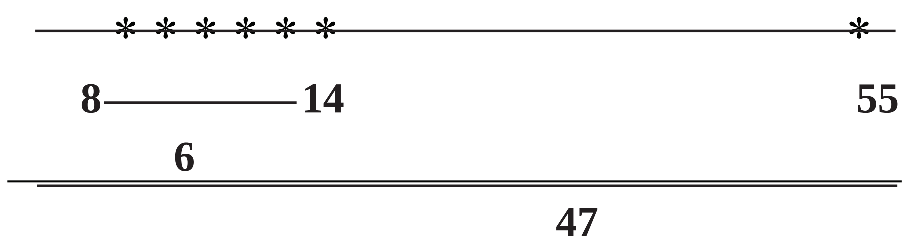
2- يهتم بقيمتين فقط في البيانات ويهمل بقية القيم .

3- يعتمد في حسابه على القيمة الكبرى والقيمة الصغرى فقط ولذلك يعتبر مقياساً مضللاً ، لأنه عندما تكون القيمة الكبرى أو القيمة الصغرى أو كليهما قيم شاذة ففي هذه الحالة يكون المدى كبيراً بينما قيم المجموعة تكون غير متباعدة ، فمثلاً إذا كان لدينا البيانات التالية :

10 ، 12 ، 8 ، 9 ، 11 ، 14 ، 55

فنجد أن : المدى = **55 – 8 = 47**

فالمدى كبير ، ويشير إلى وجود تشتت كبير في المجموعة في حين أن القيم متقاربة ، ولذلك فهو مقياس مضلل ، وسبب ذلك هو اعتماده على القيم المتطرفة ، فلو حذفنا القيمة المتطرفة وهي القيمة **55** فنجد أن قيمة المدى تساوي **14 – 8 = 6** وهي قيمة صغيرة وواقعية . وشكل **(5 – 1)** يوضح ذلك .



شكل (5-1)

4- لا نستطيع حساب المدى في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة وذلك لأنه في هذه الحالة يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة أو كلاهما مجهولاً .

(2-5) التباين :

يُعرف التباين بأنه الوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي .ويتم حساب تباين العينةعلى النحو التالي :

أ – التباين في حالة البيانات غير المبوبة :

- نحسب الوسط الحسابي للبيانات
- نحسب إنحراف كل قيمة عن الوسط الحسابي ،

حيث : إنحراف القيمة عن الوسط الحسابي = القيمة - الوسط الحسابي

- نوجد مربع إنحراف كل قيمة عن الوسط الحسابي .
- نوجد مجموع مربعات انحرفات القيم عن الوسط الحسابي .
- نحسب قيمة التباين بإستخدام القانون التالي :

$$\text{التباين} = \frac{\text{مجـ}\,(\text{س} - \text{م})^2}{\text{ن} - 1}$$

حيث: م :الوسط الحسابي   ن: عدد القيم

مثال (5-5) :

احسب التباين للبيانات التي تمثل درجات **8** طلبة وهي : 7 ، 6 ، 10 ، 9 ، 8 ، 5 ، 5 ، 6

الحل : الوسط الحسابي (م)= $\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{56}{8} = 7$

القيم (س)	(س – م)	$(\text{س} - \text{م})^2$
7	0	0
6	1-	1
10	3	9
9	2	4
8	1	1
5	2-	4
5	2-	4
6	1-	1
مجـ $(\text{س} - \text{م})^2$		24

$$\text{التباين} \quad = \quad \frac{\text{مجـ}\ (\text{س} - \text{م})^2}{\text{ن} - 1} = \frac{24}{7} = 3.43$$

ب – التباين في حالة البيانات المبوبة :

في حالة البيانات المعروضة في جداول تكرارية نتبع الخطوات التالية :

- نحسب مراكز الفئات .
- نحسب الوسط الحسابي للتوزيع .
- نحسب إنحراف كل مركز عن الوسط الحسابي .
- نوجد مربع إنحراف كل مركز عن الوسط الحسابي .
- نضرب مربع أنحراف كل مركز عن الوسط الحسابي لفئة في تكرار هذه الفئة .
- نجمع حواصل الضرب التي تحصلنا عليها في الخطوة السابقة .
- نحسب قيمة التباين بإستخدام القانون التالي :

$$\boxed{\text{التباين} \quad = \quad \frac{\text{مجـ ك}\ (\text{س} - \text{م})^2}{\text{مجـ ك} - 1}}$$

حيث : س: مركز الفئة ، ك : تكرار الفئة ، م : الوسط الحسابي

مثال (5-6) :

احسب التباين للبيانات التالية التي تمثل توزيع 200 عامل على حسب الوقت الإضافي الذي يقضونه في العمل في المصنع شهرياً :

الوقت الإضافي (بالساعات)	عدد العاملين
0 إلى أقل من 10	20
10 إلى أقل من 20	80
20 إلى أقل من 30	50
30 إلى أقل من 40	40
40 إلى أقل من 50	10
المجموع	**200**

الحل :

جدول **(5 – 1)** يوضح العمليات الحسابية اللازمة لحساب التباين :

جدول (5-1)

الفئة	التكرار ك	مركز الفئة(س)	س ك	س - م	^{2}(س ــم)	ك(س ــم)^2
0 إلى أقل من 10	20	5	100	17-	289	5780
10 إلى أقل من 20	80	15	1200	7-	49	3920
20 إلى أقل من 30	50	25	1250	3	9	450
30 إلى أقل من 40	40	35	1400	13	169	6760
40 إلى أقل من 50	10	45	450	23	529	5290
المجموع	200		4400			22200

$$\text{الوسط الحسابي (م)} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{4400}{200} = 22$$

$$\text{التباين} = \frac{\text{مجـ ك (س - م)}^2}{\text{مجـ ك - 1}} = \frac{22200}{199} = 111.56 \text{ (ساعة)}^2$$

ونلاحظ أن التباين وحداته هي مربع وحدات القياس الأصلية، وكثيراً ما تكون غير ذات معنى فمثلاً في هذا المثال التباين = 111.56 ساعة تربيع ، فهنا ساعة تربيع ليس لها أي معنى ، وهذا هو عيب التباين . ولذلك نُرجع الوحدات إلى أصلها بأخذ الجذر التربيعي للتباين ، ويسمى المقياس الجديد بالانحراف المعياري .

(3-5) الانحراف المعياري :

هو الجذر التربيعي الموجب للوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ، أي هو الجذر التربيعي الموجب للتباين، ويحسب كما يلي :

أ – في حالة البيانات غير المبوبة :

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \text{م})^2}{\text{ن} - 1}}$$

ب – في حالة البيانات المبوبة

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ك}(\text{س} - \text{م})^2}{\text{مجـ ك} - 1}}$$

ففي المثال **(5 – 5)** نجد أن الانحراف المعياري = $\sqrt{3.43} = 1.85$

وفي المثال **(5 – 6)** نجد أن الانحراف المعياري = $\sqrt{111.56} = 10.56$

إذا لم يكن الوسط الحسابي عدداً صحيحاً فإن حساب التباين ومن ثم الانحراف المعياري باستخدام الصيغ السابقة الذكر ، يصبح أمراً غير سهلاً ، ولذلك اشتقت من الصيغة الأساسية للتباين والتي تعتمد على الانحرافات عن الوسط الحسابي ، صيغة أخرى تعتمد على القيم مباشرة ، وذلك لتسهيل العمليات الحسابية ، وبالطبع الصيغتان تعطيان نفس النتيجة تماماً ، وصيغ التباين التي تعتمد على القيم مباشرة هي :

أ – في حالة البيانات غير المبوبة :

$$\text{التباين} = \frac{1}{\text{ن} - 1}\left[\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right]$$

ب – في حالة البيانات المبوبة :

$$\text{التباين} = \frac{1}{\text{مجـ ك} - 1}\left[\text{مجـ ك س}^2 - \frac{(\text{مجـ ك س})^2}{\text{مجـ ك}}\right]$$

حيث : س : مركز الفئة ، **ك** : تكرار الفئة

يجب الانتباه بأن هناك فرق بين المقدار **مجـ ك س^2** والمقدار **(مجـ ك س)** ^{2} .

مثال (5-7) :

احسب التباين والانحراف المعياري للبيانات المذكورة في مثال **(5 - 5)** ، وذلك باستخدام الصيغة الثانية للتباين (صيغة القيم مباشرة).

الحل :

الحسابات اللازمة لتطبيق هذه الصيغة موضحة فيما يلي :

س	7	6	10	9	8	5	5	6	مجـ س = 56
س^2	49	36	100	81	64	25	25	36	مجـ س^2 = 416

$$\text{التباين} = \frac{1}{\text{ن} - 1}\left[\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right]$$

$$= \frac{1}{7}\left[416 - \frac{(56)^2}{8}\right]$$

$$= \frac{1}{7}\left[416 - 392\right] = 3.43$$

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{3.43}$ = 1.85

نلاحظ أنها نفس النتيجة التي تحصلنا عليها في مثال (5 – 5) تماماً.

مثال (5-8) :

احسب التباين والانحراف المعياري للبيانات المذكورة في مثال (5 – 6) وذلك باستخدام الصيغة الثانية للتباين (صيغة القيم مباشرة)

الحل :

الحسابات اللازمة لتطبيق هذه الصيغة موضحة في جدول(5– 2).

جدول (5 – 2)

الفئة	التكرار ك	مركز الفئة(س)	س ك	$س^2$	ك $س^2$
0 إلى أقل من 10	20	5	100	25	500
10 إلى أقل من 20	80	15	1200	225	18000
20 إلى أقل من 30	50	25	1250	625	31250
30 إلى أقل من 40	40	35	1400	1225	49000
40 إلى أقل من 50	10	45	450	2025	20250
المجموع	200		4400		119000

$$\text{التباين} = \frac{1}{\text{مجـ ك} - 1}\left[\text{مجـ ك س}^2 - \frac{(\text{مجـ ك س})^2}{\text{مجـ ك}}\right]$$

$$\frac{1}{199}\left[119000-\frac{(4400)^2}{200}\right] =$$

$$= \frac{1}{199}\left[119000-96800\right] = 111.56$$

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{111.56}$ = 10.56

نلاحظ أنها نفس النتيجة التي تحصلنا عليها في مثال **(5-6)** تماماً .

خواص الانحراف المعياري :

1- الانحراف المعياري هو أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداماً .
2- تدخل في حسابه جميع القيم المشاهدة دون إهمال أي قيمة .
3- يتميز بقابليته للمعالجات الجبرية .
4- لا يمكن حسابه للتوزيعات التكرارية المفتوحة .

(4-5) معامل الاختلاف :

كل مقاييس التشتت السابقة تعتمد على وحدات القياس وبالتالي لا يمكن استعمالها لمقارنة تشتت توزيعين مختلفين في وحدات القياس. كمقارنة تشتت الأطوال بتشتت الأوزان مثلاً ، ولذلك يجب التعامل مع مقياس نسبي لا يعتمد على الوحدات المستعملة ويسمى هذا المقياس معامل الاختلاف ويحسب كما يلي :

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100$$

وبالطبع كلما زاد التشتت كلما أخذ معامل الاختلاف نسبة أكبر .

مثال (5-9) :

قارن بين تشتت أطوال الطلبة وأوزانهم ، وذلك باستخدام البيانات التالية ، التي تمثل أطوال وأوزان **100** طالب .

الأطوال بالسنتيمتر	عدد الطلبة
110 إلى أقل من 120	12
120 إلى أقل من 130	15
130 إلى أقل من 140	25
140 إلى أقل من 150	30
150 إلى أقل من 160	10
160 إلى أقل من 170	8

الأوزان (كجم)	عدد الطلبة
60 إلى أقل من 63	6
63 إلى أقل من 66	16
66 إلى أقل من 69	40
69 إلى أقل من 72	28
72 إلى أقل من 75	10

الحل :

نحسب معامل الاختلاف لكل من التوزيعين ثم نقوم بالمقارنة ، ولحساب معامل الاختلاف لكل توزيع يلزمنا حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل منهما ، وذلك كما يلي :

أولاً – توزيع الأطوال :

نوضح العمليات الحسابية التي تلزمنا لحساب الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري في الجدول التالي :

جدول (5 – 3)

الفئة	التكرار ك	مركز الفئة(س)	س ك	س - م	ك(س –م)^2
110 إلى أقل من 120	12	115	1380	23.5-	6627.00
120 إلى أقل من 130	15	125	1875	13.5-	2733.75
130 إلى أقل من 140	25	135	3375	3.5-	306.25
140 إلى أقل من 150	30	145	4350	6.5	1267.50
150 إلى أقل من 160	10	155	1550	16.5	2722.50
160 إلى أقل من 170	8	165	1320	26.5	5618.00
المجموع	100		13850		19275

الوسط الحسابي (م) = (مجـ س ك) ÷ مجـ ك = 138.50

$$\text{التباين} = \frac{\text{مجـ ك (س - م)}^2}{\text{مجـ ك} - 1} = \frac{19275}{100-1} = 194.7$$

الانحراف المعياري = $\sqrt{194.7}$ = 13.95

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100$$

$$\text{معامل الاختلاف للأطوال} = \frac{13.95}{138.5} \times 100 = 10.07\ \%$$

ثانياً – توزيع الأوزان :

الجدول التالي يوضح لنا العمليات الحسابية اللازمة للحصول على الوسط الحسابي والانحراف المعياري للأوزان :

جدول (5 – 4)

الفئة	التكرار ك	مركز الفئة(س)	س ك	س - م	ك(س –م)^2
60 إلى أقل من 63	6	61.5	369	6.6-	261.36
63 إلى أقل من 66	16	64.5	1032	3.6-	207.36
66 إلى أقل من 69	40	67.5	2700	0.6-	14.4
69 إلى أقل من 72	28	70.5	1974	2.4	161.28
72 إلى أقل من 75	10	73.5	735	5.4	291.6
المجموع	100		6810		936

الوسط الحسابي (م) = $\frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}$ = 68.1

التباين = $\frac{\text{مجـ ك (س - م)}^2}{\text{مجـ ك} - 1}$

= $\frac{936}{99}$ = 9.45

الانحراف المعياري = $\sqrt{9.45}$ = 3.07

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100$

معامل الاختلاف للأوزان = $\frac{3.07}{68.1} \times 100$ = 4.51%

بما أن معامل الاختلاف للأطوال أكبر من معامل الاختلاف للأوزان ، إذن تشتت الأطوال أكبر من تشتت الأوزان .

تمارين (5)

1- عرف خاصية التشتت ، مع ذكر أهم مقاييسها .

2- إذا كان لدينا مجموعتين من البيانات :

المجموعة الأولى : 21 15 23 16 14 12 25

المجموعة الثانية : 30 42 64 60 28 70 82 56

أ – لكل مجموعة من هاتين المجموعتين ، احسب ما يلي :

المدى ، التباين، الانحراف المعياري .

ب – قارن بين تشتت المجموعتين باستخدام معامل الاختلاف .

3- يوضح الجدول التالي التوزيع التكراري لدرجات 100 طالب :

الدرجة	19 - 0	39 - 20	59 - 40	79 - 60	99 - 80
عدد الطلبة	5	15	35	40	5

فاحسب :

أ – المدى . ج – الانحراف المعياري .

ب – التباين . د – معامل الاختلاف .

4- يوضح جدول التوزيع التكراري التالي توزيع 40 عامل على حسب عدد الأيام الغائبين فيها خلال سنة .

عدد أيام الغياب	**عدد العاملين**
2 – 0	10
5 – 3	15
8 – 6	8
11 – 9	5
14-12	2

فاحسب :

أ – المدى . ب – التباين .

ج – الانحراف المعياري . د – معامل الاختلاف .

5- الجدول التالي يبين أوزان 50 طالب بالكيلو جرامات :

الوزن (بالكيلو جرام)	عدد الطلبة
55 إلى أقل من 65	8
65 إلى أقل من 75	10
75 إلى أقل من 85	20
85 إلى أقل من 95	8
95 إلى أقل من 105	4

فاحسب :

أ – المدى ب – التباين.

ج – الانحراف المعياري . د – معامل الاختلاف .

6- يوضح جدول التوزيع التكراري التالي توزيع 40 طالب على حسب عدد الساعات التي يقضيها الطالب في المذاكرة شهرياً .

ساعات المذاكرة	عدد الطلبة
24 إلى أقل من 40	3
40 إلى أقل من 56	5
56 إلى أقل من 72	10
72 إلى أقل من 88	12
88 إلى أقل من 104	5
104 إلى أقل من 120	5

فاحسب :

أ – المدى ب – التباين .

ج – الانحراف المعياري . د – معامل الاختلاف .

7- إذا كانت القيم التالية مرتبة ترتيباً تصاعدياً :

س$_1$ ، 22 ، 25 ، 30 ، س$_5$

وعلمت أن المدى = 18 ، والوسط الحسابي = 27 ، فما قيمة س$_1$ ، س$_5$.

8- علل ما يلي :

- لا نستطيع حساب المدى للجداول التكرارية المفتوحة .
- يعتبر المدى مقياساً مضللاً في حالة وجود قيم متطرفة .
- التباين لا يمكن أن يكون مقدراً سالباً .
- الانحراف المعياري أكثر استعمالاً في التحليل الإحصائي .
- لا نستطيع مقارنة تشتت الأطوال والأوزان باستخدام الانحراف المعياري .

9- إذا علمت أن معامل الاختلاف = 25% وان التباين = 25 ، وذلك للبيانات التالية :

10 ، 18 ، 25 ، س ، 15

فاحسب القيمة المجهولة س .

10- توضح البيانات التالية التوزيعين التكراريين لمائة عامل على حسب مرتباتهم وعلى حسب عدد أطفالهم . فقارن بين تشتت هذين التوزيعين .

المرتبات (بالدينار)	عدد العاملين
100 إلى أقل من 150	10
150 إلى أقل من 200	20
200 إلى أقل من 250	30
250 إلى أقل من 300	25
300 إلى أقل من 350	15

عدد الأطفال	عدد العاملين
0 – 2	15
3 – 5	25
6 – 8	35
9 – 11	20
12 – 14	5