دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الإحصـــــــاء

للسّنة الثّالثة

بمرحلة التّعليم الثّانوي

(القسم الأدبي)

إعداد

إدارة المناهج

1440 - 1441 هـ

2019 - 2020 م

الفهرس

مقدّمة

نقدّم هذا الكتاب لأبنائنا الطلبة بالسنة الثالثة لمرحلة التعليم الثانوي للقسم الأدبي والذي يحتوي على مقدمة في الارتباط والانحدار المفاهيم الأساسية للإحصاء الاقتصادي والسكاني وفقًا للمناهج التّعليمية لمادة الإحصاء.

حيث يحتوي هذا الكتاب على أربعة فصول : يقدم الفصل الأول طرقًا تتعلق بدراسة قوة واتجاه وشكل العلاقة بين ظاهرتين ، ويشرح الفصل الثاني الأرقام القياسية وطرق استخدامها ، ويتعرض الفصل الثالث إلى مفهوم السلاسل الزمنية واستخداماتها ، أما الفصل الرابع فيحتوي على دراسة للإحصائيات السكانية والحيوية.

ونسأل الله أن نكون قد ساهمنا بهذا الجهد المتواضع في توضيح بعض المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء واستخداماته في مجالات الحياة المختلفة ، وبأسلوب يساعد على توسيع مدارك الطالب وقدراته في الإبداع والتفكير المنطقي.

والله الموفق

الفصل الأوّل

الفصل الأوّل

(1) الارتباط والانحدار

1-1 الارتباط:

إن الارتباط يبحث في العلاقة بين المتغيرات (الظواهر) من حيث قوتها واتجاهها ، وبالتالي فالارتباط معيار لقياس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين أو أكثر ، ووفقًا لما تقدم فإن الارتباط قد يكون قويًّا أو ضعيفًا أو معدومًا تبعًا للعلاقة ، وأيضا قد يكون الارتباط موجبًا (طرديًّا) أو سالبًا (عكسيًّا) حسب اتجاه العلاقة بين المتغيرات.

2-1 الارتباط البسيط:

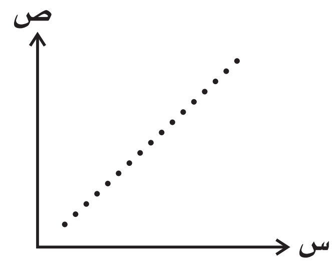
وهو يبحث في قوة واتجاه العلاقة بين متغيّرين (ظاهرتين) فقط ، مثل: الطول والوزن أو درجات مقررين أو عدد الساعات التي يقضيها طالب في المذاكرة والدرجة المتحصل عليها في الامتحان النهائي ، والارتباط البسيط قد يكون خطيًّا بسيطًا حيث يفترض أن العلاقة بين المتغيرين خطية ، أو غير خطية بفرض أن العلاقة بين المتغيرين غير خطية.

والارتباط البسيط سيكون طرديا (موجبا) إذا تغير أحد المتغيرين (الظاهرتين) في اتجاه ما أدى إلى تغير المتغير الآخر (الظاهرة الأخرى) في الاتجاه نفسه مثل: الطول والوزن للأطفال ، كمية الأملاح بالجسم وضغط الدم ، كمية الإنتاج وعدد العمال ، ويكون هذا الارتباط عكسيًّا (سالبًا) إذا تغير أحد المتغيرين في اتجاه ما أدى إلى تغير المتغير الآخر في الاتجاه المخالف مثل: العرض والسعر لسلعة ما ، عدد أيام الغياب والدرجات بالامتحان.

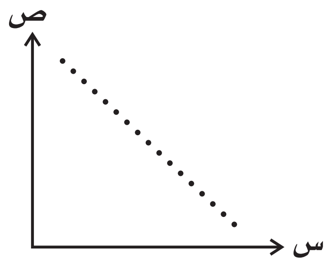
فالارتباط البسيط يكون خطيًّا إذا كانت العلاقة التي تربط المتغيرين خطية (في صورة معادلة خط مستقيم).

إن الارتباط بين متغيرين من حيث القوة والضعف ، طرديًّا أو عكسيًّا ، خطّيًّا أو غير خطي يمكن الاستدلال عليه باستخدام الأشكال الانتشارية.

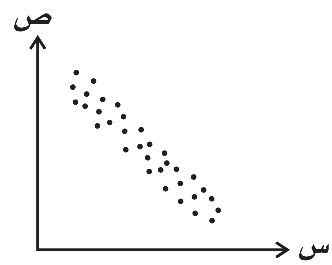
والشكل الانتشاري يبين انتشار قيم المتغيرين على محوري الإحداثيات ، ومن خلال تفحص هذا الشكل يمكن الحصول على فكرة عامة حول العلاقة ونوعيتها ، وبالتالي حول الارتباط بين المتغيرين ، وهناك أنواع مختلفة من الأشكال الانتشارية من أمثلتها:



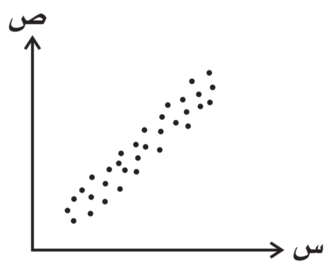
ارتباط طردي تام



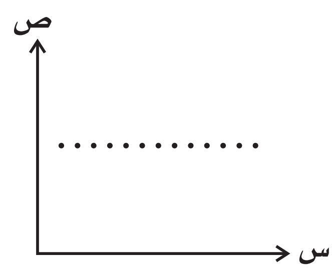
ارتباط عكسي تام



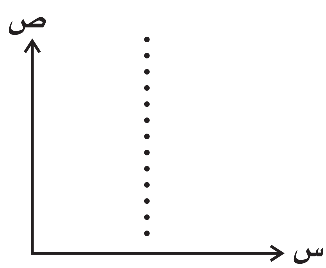
ارتباط عكسي قوي



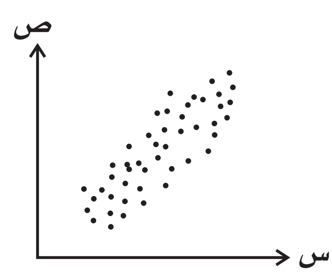
ارتباط طردي قوي



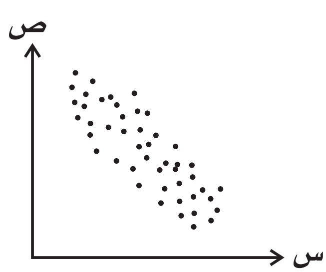
لا توجد علاقة



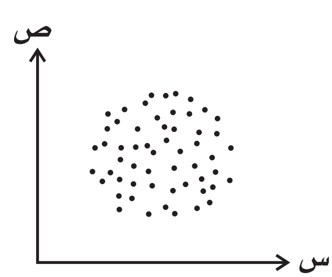
لا توجد علاقة



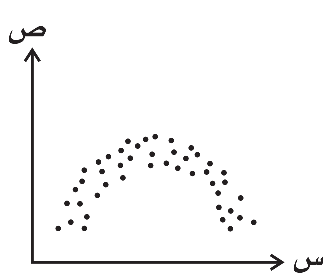
ارتباط طردي ضعيف



ارتباط عكسي ضعيف



لا يوجد ارتباط



لا يوجد ارتباط خطي

1-2-1 الارتباط الخطي البسيط

إن الارتباط الخطي البسيط هو أكثر أنواع الارتباط استخدامًا وذلك نظرا؛ لأن معظم العلاقات غير الخطية بين متغيرين يمكن تقريبها بشكل فرضي إلى علاقة خطية ، وعلى وجه العموم ، الارتباط الخطي البسيط يقيس قوة واتجاه العلاقة الخطية بين المتغيرين ، وعادة ما يقاس بما يسمى بمعامل الارتباط ويرمز له بالرمز (ر) وهناك عدة أنواع لمعاملات الارتباط تختلف باختلاف الظواهر ومن أشهر هذه المعاملات للظواهر الكمية:

أ) معامل ارتباط بيرسون (معامل الارتباط الخطي البسيط)

ويعرّف على أنه متوسط حاصل ضرب القيم المعيارية للظاهرتين ، ومن خواص هذا المعامل:

1. إذا كانت العلاقة الخطية بين المتغيرين منعدمة فإن معامل الارتباط = 0 .
2. إذا كانت العلاقة الخطية بين المتغيرين علاقة طردية تامة فإن معامل الارتباط = 1 ، وإذا كانت عكسية تامة فإن معامل الارتباط = -1 .
3. معامل الارتباط الخطي البسيط يترواح بين +1 ، -1 .
4. كلما اقترب معامل الارتباط من الصفر دل على ضعف العلاقة بين المتغيرين. وحيث إن معامل الارتباط يحسب من بيانات مجمعة على المتغيرين (الظاهرتين) المدروسين فإن حسابه يعتمد على الصورة التي تظهر بها البيانات.

لقد تعرّضنا لهذا النوع من البيانات فيما سبق ، فإذا كان المتغيران هما: **(س ، ص)** فإن معامل ارتباط بيرسون يرمز له بالرمز (ر) ويعرّف كالآتي:

$$ر = \frac{1}{ن}\left[\frac{\text{مجـ}\ (س - م_{س})\ (ص - م_{ص})}{ع_{س}\ ع_{ص}}\right]$$

حيث $م_{س}$ متوسط الظاهرة **س** ، $م_{ص}$ متوسط الظاهرة **ص** ، $ع_{س}$ الانحراف المعياري للظاهرة **س** ، $ع_{ص}$ الانحراف المعياري للظاهرة **ص**.

وحساب معامل الارتباط باستخدام هذه العلاقة غالبًا ما يكون صعب الحساب عليه فقد وجدت صيغة أخرى أكثر سهولة في التطبيق يمكن الحصول عليها كما يلي:

$$ر = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2\right]\left[\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2\right]}}$$

وهذه الصيغة يطلق عليها الصيغة المباشرة ، ويمكن توضيح استخدامها لبيانات المثالين التاليين:

مثال (1):

أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين **س** ، **ص** مبينا نوعه ودرجته حسب بيانات الجدول التالي وذلك باستخدام الصيغة المباشرة:

س	48	49	50	51	52
ص	28	29	33	29	31

الحلّ:

$$ر = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2\right]\left[\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2\right]}}$$

باستخدام معامل الارتباط بالصيغة المباشرة ، نكوِّن الجدول التالي:

ر. م.	س	ص	س ص	$س^2$	$ص^2$
1	48	28	1344	2304	784
2	49	29	1421	2401	841
3	50	33	1650	2500	1089
4	51	29	1479	2601	841
5	52	31	1612	2704	961
المجموع	250	150	7506	12510	4516

$$ر = \frac{5\,(7506) - (250) \times (150)}{\sqrt{\left[5\,(12510) - (250)^2\right]\left[5\,(4516) - (150)^2\right]}}$$

$$= \frac{30}{\sqrt{(50)\,(80)}} = \frac{30}{\sqrt{4000}} = \frac{30}{63.25} = 0.474$$

وهذا يعني أن الارتباط طردي ضعيف.

مثال (2):

أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين **س** ، **ص** مبينا نوعه ودرجته حسب بيانات الجدول التالي:

س	1	2	3	4	5
ص	3	1	1	3	2

الحلّ:

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\left[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2\right]\left[\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2\right]}}$$

لتحديد معامل الارتباط نكوّن الجدول التالي:

ر. م.	س	ص	س ص	س^2	ص^2
1	1	3	3	1	9
2	2	1	2	4	1
3	3	1	3	9	1
4	4	3	12	16	9
5	5	2	10	25	4
المجموع	15	10	30	55	24

$$\text{ر} = \frac{5(30) - (15) \times (10)}{\sqrt{[5(55) - (15)^2][5(24) - (10)^2]}}$$

$$= \frac{150 - 150}{\sqrt{[275 - 225][120 - 100]}} = \frac{0}{\sqrt{(50)(20)}} = \frac{0}{10} = 0$$

وهذا يعني أن الارتباط منعدم بين المتغيرين.

ب) معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

لقد درسنا معامل ارتباط بيرسون والذي يستخدم لتحديد قوة واتجاه العلاقة بين ظاهرتين كميتين ، وحيث إنّ الظواهر قد تكون كمية أو وصفية ، فإذا أردنا دراسة العلاقة بين ظاهرتين وصفيتين خاضعتين للترتيب ، فإنه لا يمكن استخدام معامل ارتباط بيرسون ، وعليه فقد وجدت طريقة أخرى يمكن استخدامها في مثل هذه الحالات وهي تعتمد على رتب الظاهرتين, وبالتالي فإن ناتج هذه الطريقة يسمى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان وسوف نرمز له بالرمز (ر).

$$ر = 1 - \left(\frac{6 \text{مجـ } ف^2}{ن\ (ن^2 - 1)}\right)$$

حيث **ن** عدد الرتب (البيانات المزدوجة) ، **ف** هو الفرق بين رتبتين متناظرتين **مجـ ف**^{2} هو مجموع مربعات تلك الفروق ، وسوف نتعرض لطريقة حسابه والتي تكون على النحو التالي:

أولًا: إذا كانت البيانات مفردة:

لحساب معامل ارتباط الرتب يجب اتّباع الخطوات التالية :

1. إعطاء رتب لكل مفردة من مفردات الظاهرتين (قيم أو صفات) وبالطريقة نفسها (تصاعديًّا معًا أو تنازليًّا معًا).
2. نجد الفرق بين رتب الظاهرتين للمفردة نفسها ، أي نجد **ف** ، ثم نجد مربع الفرق **ف**^{2} ثم نجد مجموع مربعات الفروق **مجـ ف**^{2}.
3. نستخدم القانون:

$$ر = 1 - \left(\frac{6 \text{مجـ } ف^2}{ن\ (ن^2 - 1)}\right)$$

وذلك لتحديد معامل ارتباط الرتب.

مثال (3):

إذا كانت تقديرات 5 طلبة في مادتين كما هو مبين أدناه ، فاحسب معامل الارتباط بين هاتين الظاهرتين.

الطالب	1	2	3	4	5
تقدير المادة الأولى	جيد	ممتاز	جيد جدا	مقبول	ضعيف
تقدير المادة الثانية	مقبول	جيد جدا	جيد	ممتاز	ضعيف

الحلّ:

لاحظ أن البيانات وصفية ، وبالتالي معامل الارتباط المناسب لها هو معامل ارتباط الرتب ، ويتم حسابه على النحو التالي:

الطالب	تقدير المادة		رتب المادة		الفروق	مربع الفروق $ف^2$
	الأولى	الثانية	الأولى	الثانية		
1	جيد	مقبول	3	2	1	$1^2 = 1$
2	ممتاز	جيد جدا	5	4	1	$1^2 = 1$
3	جيد جدا	جيد	4	3	1	$1^2 = 1$
4	مقبول	ممتاز	2	5	-3	$(-3)^2 = 9$
5	ضعيف	ضعيف	1	1	0	$0^2 = 0$
المجمـــوع (مجـ)					0	12

وعليه فإن:

$$ر = 1 - \left(\frac{6 مجـ ف^2}{ن\ (ن^2 - 1)}\right) = 1 - \left(\frac{6\ (12)}{5\ (25-1)}\right) = 1 - \left(\frac{6\ (12)}{5\ (24)}\right)$$

$$= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

وهو ارتباط طردي ضعيف.

مثال (4):

البيانات التالية تمثل درجات 8 طلبة في مقررين ، والمطلوب تحديد معامل ارتباط الرتب:

المقرر	1	2	3	4	5	6	7	8
درجة المقرر الأول	30	17	35	28	42	25	19	34
درجة المقرر الثاني	35	31	40	46	50	32	33	42

الحلّ:

حيث إنّ المطلوب هو تحديد معامل ارتباط الرتب ، وبالتالي يجب تحديد رتب القيم ، كما هو بالجدول التالي:

الطالب	درجة المقرر		رتب الدرجات		الفروق	مربع الفروق
	الأول	الثاني	المقرر الأول	المقرر الثاني	ف	ف^2
1	30	35	5	4	1	$1^2 = 1$
2	17	31	1	1	0	$0^2 = 0$
3	35	40	7	5	2	$2^2 = 4$
4	28	46	4	7	-3	$(-3)^2 = 9$
5	42	50	8	8	0	$0^2 = 0$
6	25	32	3	2	1	$1^2 = 1$
7	19	33	2	3	-1	$(-1)^2 = 1$
8	34	42	6	6	0	$0^2 = 0$
المجمـــوع (مجـ)					0	16

وعليه فإن:

$$ر = 1 - \left(\frac{6\,\text{مجـ ف}^2}{\text{ن}\,(\text{ن}^2 - 1)}\right) = 1 - \left(\frac{6\,(16)}{8\,(64-1)}\right) = 1 - \left(\frac{6\,(16)}{8\,(63)}\right)$$

$$= 1 - 0.19 = 0.81$$

وهو ارتباط قوي ، أي أنّ هناك علاقة قوية وطردية بين رتب درجات المقررين.

ثانيًا: ارتباط الرتب للبيانات المكررة:

إن حساب معامل ارتباط الرتب مبني على أساس أن يكون لكل صفة رتبة ولكل رتبة صفة ، فإذا وجد تكرار لبعض الصفات فإنه لا يمكن حساب معامل ارتباط الرتب إلا بعد تحديد الصفات المكررة ثم تعطى رتب (تصاعدية أو تنازلية) على اعتبار أنها مختلفة ، وبحساب المتوسط الحسابي لرتب الصفات المتكررة والذي يمكن اعتباره الرتبة الموحدة لتلك البيانات (الصفات) المكررة. ثم نتبع الخطوات السابقة لحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان وذلك باستخدام الرتب المعدلة ولتوضيح ذلك نأخذ المثال التالي:

مثال (5):

ذكر أحد المختصين بأن الارتباط بين عدد الأطفال والمستوى التعليمي لرب الأسرة ارتباط طردي ، فهل تؤيد رأيه بناء على البيانات الآتية:

الأسرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد الأطفال	4	3	2	7	3	4	7	3	5
المستوى التعليمي	يقرأ ويكتب	شهادة عليا	شهادة متوسطة	يقرأ ويكتب	شهادة متوسطة	شهادة متوسطة	أمّيّ	شهادة متوسطة	أمّيّ

الحلّ:

لاحظ أنه لا يمكن حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان لوجود بيانات مكررة إلّا بعد تعديل الرتب للصفات المكررة أي الحصول على الرتب المعدلة وذلك باتّباع الآتي:

كيفية حساب الرتب المعدلة للبيانات المكررة (النجوم تبين الصفات المتكررة)

أولاً: (لعدد الأطفال)

1. أسر لديها 4 أطفال مكررة مرتين ، الرتب المعدلة هي :

$$\frac{6+5}{2} = 5.5$$

2. أسر لديها 3 أطفال مكررة ثلاث مرات ، الرتب المعدلة هي:

$$\frac{4+3+2}{3} = 3$$

3. أسر لديها طفلان (غير متكرر) أي أسرة واحدة تأخذ رتبتها الأصلية وهي: = 1

4. أسر لديها 7 أطفال مكررة مرتين ، الرتب المعدلة هي:

$$\frac{9 + 8}{2} = 8.5$$

5. أسر لديها 5 أطفال (غيرمتكرر) أي أسرة واحدة نأخذ رتبها الأصلية و هي: = 7

ثانيًا: (للمستوى التعليمي)

1. يقرأ ويكتب مكررة مرتين ، الرتب المعدلة هي:

$$\frac{4 + 3}{2} = 3.5$$

2. شهادة عليا (غير متكرر) أي أسرة واحدة تأخذ رتبتها الأصلية وهي: = 9

3. شهادة متوسطة مكررة أربعة مرات ، الرتب المعدلة هي:

$$\frac{8 + 7 + 6 + 5}{4} = 6.5$$

4. أمّي مكررة مرتين ، الرتب المعدلة هي:

$$\frac{2 + 1}{2} = 1.5$$

عدد الأطفال	المستوى التعليمي	رتب عدد الأطفال	رتب المستوى التعليمي	رتب عدد الأطفال المعدلة	رتب المستوى التعليمي المعدلة	الفروق ف	مربعات الفروق $ف^2$
4**	** يقرأ ويكتب	5	3	5.5	3.5	2	$2^2 = 4$
3*	شهادة عليا	2	9	3	9	6-	$(-6)^2 = 36$
2	*** شهادة متوسطة	1	5	1	6.5	5.5-	$(-5.5)^2 = 30.25$
7***	** يقرأ ويكتب	8	4	8.5	3.5	5	25
3*	*** شهادة متوسطة	3	6	3	6.5	3.5-	$(-3.5)^2 = 12.25$
4**	*** شهادة متوسطة	6	7	5.5	6.5	1-	$(-1)^2 = 1$
7***	* أمّي	9	1	8.5	1.5	7	$7^2 = 49$
3*	*** شهادة متوسطة	4	8	3	6.5	3.5-	$(-3.5)^2 = 12.25$
5	* أمّي	7	2	7	1.5	5.5	$5.5^2 = 30.25$
المجمـــوع (مجـ)						0	200

و عليه:

$$ر = 1 - \left(\frac{6 \text{مجـ } ف^2}{ن\ (ن^2 - 1)}\right) = 1 - \left(\frac{6\ (200)}{9\ (81-1)}\right)$$

$$= 1 - 1.67 = -0.67$$

وعليه فإن هناك ارتباطًا عكسيًّا قويًّا إلى حد ما بين عدد الأطفال في الأسرة والمستوى التعليمي لرب الأسرة وهذا لا يؤدي رأي الاختصاصي.

3-1 الانحدار:

عند دراستنا لمعامل الارتباط ذكرنا أنه مقياس لقوة واتجاه العلاقة بين المتغيرات (الظواهر) المدروسة ، إلا أنه لا يتعرض إلى تحديد هذه العلاقة ، وعليه وجد موضوع آخر يبحث في كيفية الحصول على الصيغة الرياضية للعلاقة التقديرية بين الظواهر وهو ما يسمى بالانحدار ، فالانحدار هو الدراسة الخاصة بتحديد العلاقة بين المتغيرات. إن تحديد الصيغة الرياضية للعلاقة بين الظواهر إن وجدت يساعد في تقدير قيم بعض الظواهر إذا ماعرفت قيم الظواهر الأخرى ، وعند دراسة الانحدار يجب التمييز بين المتغيرات (الظواهر) المستقلة والمتغيرات (الظواهر) التابعة.

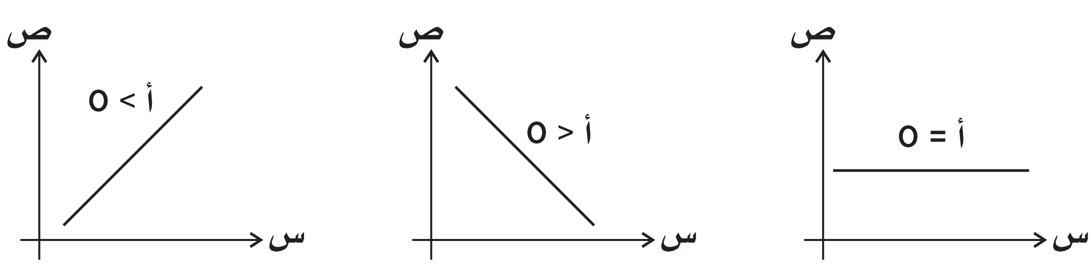
إن العلاقة بين المتغيرات يمكن أن تأخذ أشكالا متعددة وفقا لعدد المتغيرات من جهة ودرجة أو نوع العلاقة من جهة أخرى. ومن أبسط هذه الصور العلاقة الخطية من الدرجة الأولى ، وهي علاقة بين متغيرين فقط أحدهما تابع والآخر مستقل ويسمى الانحدار في هذه الحالة بالانحدار الخطي البسيط.

وقد تكون العلاقة بين المتغيرين غير خطية (من درجة أعلى من الدرجة الأولى ، أو أسّية ، ...) وفي هذه الحالة يسمى بالانحدار غير الخطي. وأما إذا كنا نبحث في العلاقة بين أكثر من متغيرين فإننا نتحدث عن الانحدار المتعدد.

وعادة ما يستخدم الشكل الانتشاري في تحديد صورة العلاقة التقريبية ، فبواسطته يمكن اختيار المعادلة الرياضية المناسبة بين متغيرين من المعادلات المختلفة المتاحة (كمعادلة الخط المستقيم ، معادلة المنحنى الأسّي ، معادلة القطع المكافئ ، ...) لذلك يفضل من الناحية العملية رسم الشكل الانتشاري قبل الخوض في عملية التحليل ومن بين المعادلات المختلفة المتاحة ما يلي:

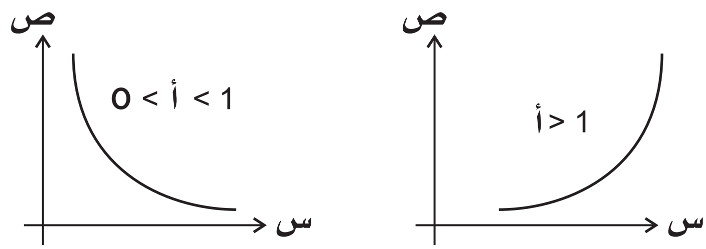
1. **معادلة الخط المستقيم:**

ص = أ س + ب



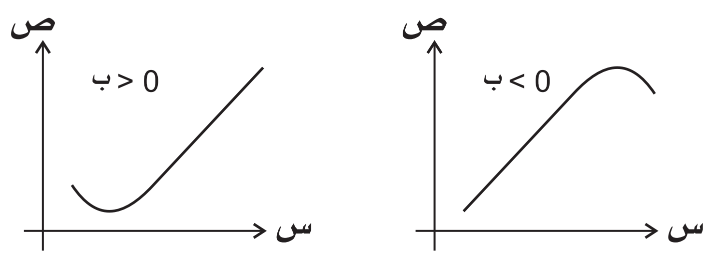
2. **معادلة المنحنى الأسّي:**

$$\boxed{ص = أ^{س} ب}$$



3. **معادلة منحنى الدرجة الثانية:**

$$\boxed{ص = أ\ س^{2} + ب\ س + جـ.}$$



ونظرا لسهولة التعامل مع الانحدار الخطي البسيط من جهة وأن معظم العلاقات التي تربط بين متغيرين يمكن تقريبها بشكل فرضي بعلاقة خطية بسيطة من جهة أخرى؛ لذا سوف نتعرض للانحدار الخطي البسيط.

1-3-1 الانحدار الخطِّي البسيط:

الانحدار الخطي البسيط يهتم بدراسة العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل (**س**) والآخر تابع (**ص**) مع افتراض أن العلاقة المناسبة بينهما هي في الصورة الخطية

$$\text{ص} = \text{أ}\ \text{س} + \text{ب}$$

حيث **أ** ، ب ثابتان يجب تحديدهما ، وبالتالي يتحدد شكل العلاقة التقديرية في صورة تامة ، وهناك عدة طرق لتحديد هذه العلاقة منها التمهيد باليد (أو بمجرد النظر) وطريقة المربعات الصغرى. فعند اتباع الطريقة الأولى يستخدم الشكل الانتشاري للمساعدة في تحديد العلاقة المناسبة بين المتغيرين. إلا أن هذه الطريقة لا يمكن الاعتماد عليها؛ لأنها قد تعطي علاقات مختلفة للبيانات نفسها باختلاف الباحثين ومهاراتهم.

وللخروج من هذه المشكلة وجدت طريقة المربعات الصغرى لتحديد العلاقة الخطية بين المتغيرين والتي سوف نتعرض لها باختصار.

2-3-1 طريقة المربعات الصغرى:

عند اتباع طريقة التمهيد باليد لتحديد الخط المستقيم الذي يناسب بيانات الشكل الانتشاري وهو أمر يتوقف على الخبرة والمهارة وبالتالي فإن هذا قد يختلف من شخص إلى آخر. ولذلك وجدت طريقة إحصائية يمكن استخدامها لتحديد أفضل خط مستقيم يمكن استخدامه كعلاقة بين متغيرين وهذه الطريقة تسمى طريقة المربعات الصغرى ، وهي على النحو التالي:

$$\hat{\text{ص}} = \hat{\text{أ}}\ \text{س} + \hat{\text{ب}}$$

وقد سميت هذه العلاقة بمعادلة انحدار **ص** على **س** التقديرية.

حيث $\hat{\text{ص}}$ القيمة التقديريةللمتغير التابع **ص** ، و $\hat{\text{أ}}$ القيمة التقديرية للمعلمة **أ** (ميل معادلة انحدار ص على س ، أي مقدار التغير في ص عندما تتغير س بمقدار وحدة واحدة) و $\hat{\text{ب}}$ القيمة التقديرية للمعلمة **ب** (قيمة **ص** عندما **س** = 0 أي الجزء المقطوع من المحور الرأسي)

$$\hat{\text{أ}} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$\hat{\text{ب}} = \bar{\text{ص}} - \hat{\text{أ}}\ \bar{\text{س}} \quad \text{حيث} \quad \bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} \ ، \ \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

مثال (1):

البيانات التالية تمثل الدخل والإنفاق الشهري بالدينار لعشرة أسر.

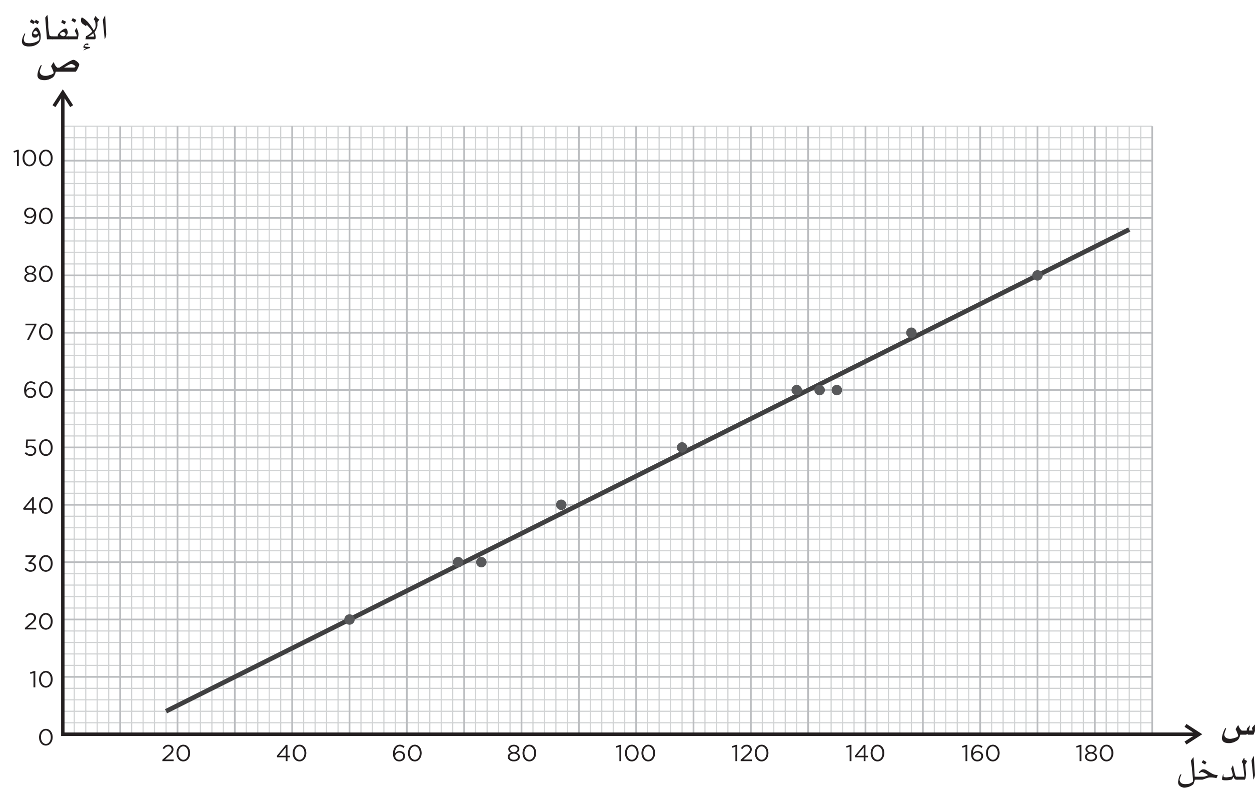
الدخل (س)	73	50	128	170	87	108	135	69	148	132
الانفاق (ص)	30	20	60	80	40	50	60	30	70	60

المطلوب:

1. تحديد العلاقة المناسبة من خلال الشكل الانتشاري.
2. تقدير معادلة انحدار الإنفاق (ص) على الدخل (س) المقدرة باستخدام طريقة المربعات الصغرى.
3. تحديد (تقدير) الإنفاق عندما يكون الدخل 110 دينارات.
4. تحديد معامل الارتباط بين الدخل والإنفاق.

الحلّ:

1. لتحديد العلاقة المناسبة بين المتغيرين **س** ، **ص** نرسم الشكل الانتشاري كما يلي:



من الشكل الانتشاري نلاحظ أن العلاقة الخطية $\hat{ص} = \hat{أ} س + \hat{ب}$ هي العلاقة المناسبة بين المتغيرين **س ، ص.**

2. لتحديد معاملات العلاقة الخطية $\hat{أ}$ ، $\hat{ب}$ نتبع الآتي:

ر. م.	الدخل س	الإنفاق ص	س ص	$س^2$	$ص^2$
1	73	30	2190	5329	900
2	50	20	1000	2500	400
3	128	60	7680	16384	3600
4	170	80	13600	28900	6400
5	87	40	3480	7569	1600
6	108	50	5400	11664	2500
7	135	60	8100	18225	3600
8	69	30	2070	4761	900
9	148	70	10360	21904	4900
10	132	60	7920	17424	3600
المجموع	1100	500	61800	134660	28400

$$\because \quad \hat{أ} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ } س^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= \frac{10\,(61800) - (1100)\,(500)}{10\,(134660) - (1100)^2}$$

$$= \frac{618000 - 550000}{1346600 - 1210000} = \frac{68000}{136600} = 0.4978$$

لاحظ أن $\hat{أ}$ هي ميل معادلة الانحدار المقدرة ، أي أنه كلّما تغيرت (زادت) س (الدخل) بدينار واحد تغيرت (زادت) ص (الإنفاق) بمقدار **0.4978** دينار.

$$\hat{ب} = \overline{ص} - \hat{أ}\,\overline{س}$$

حيث $\overline{ص} = \frac{مجـ\ ص}{ن} = \frac{500}{10} = 50$

$$\overline{س} = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{1100}{10} = 110$$

$$\hat{ب} = 50 - 0.4978\ (110) = 50 - 54.758 = -4.758$$

حيث أن $\hat{ب}$ هي الجزء المقطوع في معادلة الانحدار المقدرة أي أن قيمة **ص** (الإنفاق) المقدرة = -4.758 عندما يكون الدخل (**س**) = صفر ، وبالتالي فإن معادلة انحدار **ص** على **س** هي:

$$\hat{ص} = 0.4978\ س - 4.758$$

3. الإنفاق المقدر عندما يكون الدخل (**س**) = 110 دنانير:

$\hat{ص} = 0.4978\ (110) - 4.758 = 50$ دينارًا

4. معامل الارتباط:

$$ر = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - (مجـ\ س)\ (مجـ\ ص)}{\sqrt{\left[ن\ مجـ\ س^2 - (مجـ\ س)^2\right]\left[ن\ مجـ\ ص^2 - (مجـ\ ص)^2\right]}}$$

$$ر = \frac{10\ (61800) - (1100)\ (500)}{\sqrt{[10\ (134660) - (1100)^2][10\ (28400) - (500)^2]}}$$

$$= \frac{618000 - 550000}{\sqrt{(1346600 - 1210000)\ (284000 - 250000)}}$$

$$= \frac{68000}{\sqrt{(136600)\ (34000)}} = \frac{68000}{\sqrt{4644400000}} = \frac{68000}{68149.834} = 0.9978$$

∴ معامل الارتباط ر قريب من الواحد وفي هذه الحالة الارتباط طردي قوي وهذا دليل على قوة العلاقة الخطية بين الدخل (**س**) و الإنفاق (**ص**).

أسئلة الفصل الأوّل

السؤال الأول:

اذكر مثالا لظاهرتين (**س** ، **ص**) بحيث يكون معامل ارتباط بيرسون = 1 ومعامل ارتباط الرتب لسبيرمان = 1

السؤال الثاني:

البيانات التالية تمثل قيمًا لمتغيرين **س** ، **ص**

س	2	4	5	6	8	10
ص	18	12	10	8	7	5

أوجد:

أ. معامل ارتباط بيرسون

ب. معامل ارتباط الرتب لسبيرمان. أيهما أفضل مع التعليق؟

ج. معادلة انحدار ص على س ثم أوجد قيمة **ص** التقديرية عندما س = 9

السؤال الثالث:

إذا كانت $\hat{ص}$ = 0.6 **س**+ 0.3 معادلة خط انحدار **ص** على **س** وكان الوسط الحسابي لقيم **س** يساوي 7 فإن قيمة الوسط الحسابي لقيم **ص** هي:

أ) 2.8 ب) 4.5 جـ) 0.9 د) 0

السؤال الرابع:

أقوى معامل ارتباط خطي بين متغيرين من المعاملات التالية هو:

أ) 0.3 ب) -0.8 جـ) 0.9 د) -0.95

السؤال الخامس:

أوجد معامل الارتباط المناسب للبيانات الآتية والتي تمثل تقديرات أحد الطلبة في خمسة امتحانات لمادتين:

المادة الأولى	ضعيف	ممتاز	مقبول	جيد جدا	جيد
المادة الثانية	ضعيف جدا	جيد جدا	ضعيف	جيد	مقبول

السؤال السادس:

اذكر مثالا لظاهرتين يكون فيهما:

أ. الارتباط قويًّا.

ب. معامل الارتباط ضعيفًا.

ج. معامل الارتباط مساويًا الصفر.

السؤال السابع:

تقدم 10 أشخاص لشغل وظيفة معينة ، فجرى امتحانهم من قبل لجنتين ، حيث أعطيت رتب للأشخاص من قبل اللجنتين ، فكانت على النحو التالي:

الشخص	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
رتب اللجنة الأولى	2	5	3	6	4	1	9	8	10	7
رتب اللجنة الثانية	2	5	4	7	9	1	10	6	8	3

فهل هناك علاقة بين رتب اللجنتين؟

السؤال الثامن:

تم فحص ضغط الدم و مستوى السكر في الدم لمجموعة من الأفراد فكان على النحو التالي:

ضغط الدم	عادي	منخفض	متوسط	عالي	عادي	منخفض	عالي	متوسط	عادي
مستوى السكر	متوسط	مرتفع	عادي	منخفض	عادي	مرتفع	منخفض	متوسط	متوسط

فهل هناك ارتباط بين ضغط الدم و مستوى السكر؟

السؤال التاسع:

لقد تعرضنا إلى معامل ارتباط بيرسون ومعامل ارتباط الرتب ، فما الفرق بينهما من حيث الاستخدام والدقة ، وأيهما أفضل؟

السؤال العاشر:

إذا كان معامل ارتباط الرتب لسبيرمان = **1** ، فما معنى ذلك؟وهل هذا يعني أن معامل ارتباط بيرسون = **1** ؟ ولماذا؟

السؤال الحادي عشر:

في دراسة الارتباط بين المتغيرين **س** ، **ص** تم الحصول على البيانات التالية:

مجـ س ص = 1858 **مج $س^2$ = 52933** **مجـ $ص^2$ = 84**

مجـ س = 649 **مجـ ص = 22** **ن = 8**

أوجد:

أ. معامل الارتباط بين المتغيرين (**س** ، **ص**).

ب. معادلة انحدار **ص** على **س**.

السؤال الثاني عشر:

الجدول التالي يحتوي العمر (**س**) وضغط الدم (**ص**) لعشرة أشخاص:

العمر (**س**)	56	42	72	64	48	56	40	42	68	60
ضغط الدم (**ص**)	149	125	161	149	128	152	146	140	152	155

أ. هل هناك ارتباط:

1. بين القيم؟

2. بين الرتب؟

ب. معادلة انحدار (**ص** على **س**) والقيمة التقديرية لضغط الدم عندما العمر = **50.**

السؤال الثالث عشر:

اذكر نوع الارتباط وقوته بين الظاهرتين للحالات الآتية:

1. عدد الطلبة في الفصل ومستوى الاستيعاب.

2. السرعة والمسافة المقطوعة عند استعمال الفرامل فجأة.

3. سنوات الخبرة ومستوى الدقة في العمل.

4. أنواع الأمراض والعمر.

5. مستوى الوعي الصحي ودرجة انتشار المرض.
6. مستوى الثقافة والغش.
7. مستوى الوعي العام وعدد حوادث المرور.
8. السعر والجودة لسلعة ما.
9. الجنس والدقة في العمل.
10. الغياب وكمية الإنتاج.

السؤال الرابع عشر:

البيانات الآتية عن المتغيرين **س** ، **ص**

س	3	1	5	2	4
ص	3	2	6	4	5

أوجد:

أ. الشكل الانتشاري مع التعليق عليه.

ب. معامل الارتباط مع التعليق على الناتج.

ج. معادلة انحدار **ص** على **س**.

السؤال الخامس عشر:

لتحديد العلاقة بين الوزن والطول جمعت البيانات الآتية:

العمر (**س**)	50	55	60	70	75
الوزن (**ص**)	150	160	165	160	165

أوجد:

أ. الشكل الانتشاري مع التعليق عليه

ب. معامل الارتباط مع التعليق على الناتج.

ج. معادلة انحدار **ص** على **س**

د. الوزن عندما يكون العمر 68 سنة

الفصل الثّاني

الفصل الثّاني

(2) الأرقام القياسية

1-2 تعريف الأرقام القياسية وأهميتها:

يعرّف الرقم القياسي على أنّه مؤشر نسبي يقيس التغير الذي شهدته ظاهرة ما في نقطة يطلق عليها المقارنة، التي قد تكون زمنا معينا أو موقعا معينا (مع ما كانت عليه هذه الظاهرة في نقطة أخرى) زمن أو موقع آخر (يطلق عليه نقطة الأساس). هذا هو الأصل في الرقم القياسي، فمثلا يمكن حساب الرقم القياسي للصادرات النفطية الليبية بين عامي 1990م، 2000 م، وغير ذلك من الظواهر المختلفة، غير أن الرقم القياسي يعد أيضا مقياسا لمتوسط التغيرات التي تطرأ في عدد من الظواهر سواء فيما بين زمن أو موقع مقارنة وزمن أو موقع آخر اتخذ كأساس للمقارنة، وبعبارة أخرى، يعبر الرقم القياسي عن متوسط التغيرات التي شهدتها عدة ظواهر سواء، وكثيرا ما نسمع عن الرقم القياسي لتكاليف المعيشة في دولة ما وكيف يتغير عبر فترة من الزمن، هذا الرقم هو متوسط التغيرات لأسعار العديد من السلع خلال الفترة محل الدراسة والرقم القياسي للإنتاج الصناعي أو الإنتاج الزراعي، هذه الأرقام وغيرها تعرض متوسطا لما تعرّض له الإنتاج الزراعي أو الصناعي من تقلبات بين نقطة الأساس ونقطة المقارنة (كما سوف يتضح لنا لاحقا).

تعدّ الأرقام القياسية أهم أداة إحصائية متاحة لقياس ما تتعرض له الظواهر محل البحث من تغيرات بين نقطتين إحداهما هي الأساس والأخرى المقارنة.

ولقد نشأ الاهتمام بحساب الأرقام القياسية من الناحية التاريخية من خلال الحاجة إلى مقياس لتتبع التغيرات التي تطرأ على أسعار مختلف السلع والخدمات والتي تنعكس على القوة الشرائية للنقود، وقد ساهم الاقتصاديون كثيرا في تطوير هذه الأداة وتعددت مجالات الاستخدام والتطبيق سواء في دراسة الظواهر الاقتصادية أو غيرها، ففي مجال دراسة التغيرات التي شهدتها مختلف الظواهر الاقتصادية نجد أن هناك أرقامًا قياسية مثلا للأسعار، الإنتاج، الصادرات، الواردات، العمالة والتوظيف، حجم الإنفاق الكلّي أو حجم الإنفاق الاستثماري، حجم الودائع، عرض النقود، والكثير غيرها، أما في المجالات غير الاقتصادية فنجد على سبيل المثال، أرقاما قياسية لحالات الزواج، الطلاق، لأعداد الأسر، أعداد الطلبة بمختلف

المستويات التعليمية ، أعداد الأطباء والأَسِرَّة بالمستشفيات وغير ذلك من الظواهر التي كثيرا ما يوردها الباحثون ضمن دراستهم لمختلف الظواهر حسب مجال تخصصهم.

يعد حساب الأرقام القياسية للأسعار أحد التطبيقات الرئيسة للأرقام القياسية.

1-1-2 حساب الأرقام القياسية :

هناك أسلوبان لحساب الأرقام القياسية للأسعار (مؤشرات الأسعار):

أ. الأسلوب النسبي.

ب. الأسلوب التجميعي.

ونبدأ بالأسلوب النسبي وذلك لغرض الوصول إلى مؤشر نسبي مرجح للأسعار ، ثم ننتقل إلى الأسلوب التجميعي للوصول إلى مؤشر تجميعي مرجح لها.

أ) مؤشر الأسعار النسبي المرجح:

يتطلب تكوين مؤشر نسبي مرجح للأسعار ، تفهّم المقصود بالمؤشر النسبي البسيط أولا ثم تطوير ذلك المؤشر حتى نصل إلى المؤشر النسبي المرجح.

يعرّف الرقم أو المؤشر النسبي البسيط للأسعار (وهو ما يطلق عليه أيضا منسوب سعر السلعة) على أنه: **معدل التغير المئوي في سعر إحدى السلع في سنة معينة مقارنة مع سعرها في سنة أخرى ونعتبرها سنة الأساس، ويحسب بقسمة سعر السلعة في سنة المقارنة على سعرها في سنة الأساس مضروبًا في مائة.**

$$\text{المؤشر النسبي البسيط للأسعار} = \frac{\text{سعر السلعة في سنة المقارنة}}{\text{سعر السلعة في سنة الأساس}} \times 100$$

ولإيضاح كيفية حساب المؤشر النسبي البسيط نستخدم المثال التالي:

مثـــال (1):

أحسب المؤشر النسبي البسيط لسعر سلعة كانت تباع سنة **1999** مقابل **100** دينار ، بينما كان سعرها **80** دينَارًا عام **1995** وذلك باستخدام عام **1995** كأساس ، ثم وضح مدلول المؤشر الذي تصل إليه.

الحلّ:

$$\text{المؤشر النسبي البسيط للأسعار} = \frac{\text{سعر السلعة في سنة المقارنة}}{\text{سعر السلعة في سنة الأساس}} \times 100$$

$$= \frac{100}{80} \times 100 = 125\ \%$$

ويعني هذا المؤشر أن تكلفة الحصول على السلعة في عام **1999** قد زادت بمقدار **25** في المائة عما كانت عليه في عام **1995** الذي استخدم كنقطة أساس ، وبعبارة أخرى إننا ننظر إلى قيمة الظاهرة (سعر السلعة) في سنة الأساس على إنها تمثل **100 %** ونقارن قيمة الظاهرة في سنة المقارنة بهذا الأصل مما يعني أن أي اختلاف سواء بالزيادة أو بالنقصان عن هذا المستوى يشكل التغير في قيمة الظاهرة.

مثـــال (2):

احسب المؤشر النسبي البسيط لسعر سلعة باستخدام عام **1992** كسنة أساس إذا علمت أن السعر السائد في السوق عام **2000** لهذه السلعة هو **120** دينارًا بينما كان سعرها **80** دينارًا عام **1992** ، ثم وضح ما يعنيه هذا المؤشر.

الحلّ:

$$\text{المؤشر النسبي البسيط للأسعار} = \frac{\text{سعر السلعة في سنة المقارنة}}{\text{سعر السلعة في سنة الأساس}} \times 100$$

$$= \frac{120}{80} \times 100 = 150\ \%$$

تعني هذه النتيجة أن سعر السلعة بين سنتيِ الأساس والمقارنة قد ارتفع بنسبة **50** بالمائة (حيث إنّه قد تجاوز المقدار **100**).

مثـــال (3):

يوضح الجدول التالي أسعار سلعة ما خلال الفترة **1995-1999.**

السنة	1995	1996	1997	1998	1999
السعر	4	6	8	10	12

أ. احسب المؤشر النسبي البسيط لأسعار السلعة وذلك باستخدام عام **1997** كسنة أساس.

ب. وضح مدلول النتائج التي توصلت إليها.

الحلّ:

أ. تتمثل الخطوة الأولى في تطبيق الصيغة السابقة للمؤشر النسبي البسيط للأسعار على السنوات الواردة بالجدول وهكذا نتحصل على:

المؤشر النسبي البسيط للأسعار لسنة **1995** = $\frac{4}{8} \times 100 = 50\ \%$

المؤشر النسبي البسيط للأسعار لسنة **1996** = $\frac{6}{8} \times 100 = 75\ \%$

المؤشر النسبي البسيط للأسعار لسنة **1997** = $\frac{8}{8} \times 100 = 100\ \%$

المؤشر النسبي البسيط للأسعار لسنة **1998** = $\frac{10}{8} \times 100 = 125\ \%$

المؤشر النسبي البسيط للأسعار لسنة **1999** = $\frac{12}{8} \times 100 = 150\ \%$

ب. توضح النتائج السابقة في «أ» للمؤشر النسبي البسيط للأسعار بأن سعر السلعة محل الدراسة ارتفع بمقدار **25%** و **50%** لعامي **1998** و **1999** على التوالي ، مقارنة بسعر السلعة في سنة الأساس وهي **1997**. كما يتضح من هذه النتائج أن أسعار السلعة في عامي **1995** و **1996** كانت أقل من سعرها في سنة الأساس **1997** ، فكانت على التوالي لا تمثل سوى **50%** و**75%** من سعر السلعة عام **1997**.

ولقد أوضح المثال السابق إمكانية تتبع التغيرات التي تطرأ على أسعار سلعة ما عبر الزمن مقارنة بما كانت عليه في نقطة زمنية معينة وذلك من خلال حساب المؤشر النسبي

البسيط لعدة سنوات ، وكثيرا ما يطلق على هذا المؤشر «**الرقم القياسي لأسعار السلعة**».
غير أنه لا تزال الاستفادة محدودة. فهل يمكننا التحرك خطوة أخرى إلى الإمام والانتقال إلى دراسة كيفية تغير أسعار عدة سلع سويًّا ومقارنة مستويات أسعارها في سنة المقارنة بما كانت عليه في سنة الأساس وذلك خلال رقم واحد يوضح متوسط التغيرات التي شهدتها تلك الأسعار؟

يمكننا تطبيق أسلوب المنسوب السعري بحساب حجم التغير في سعر كل سلعة فيما بين سنة المقارنة وسنة الأساس ، وذلك باستخدام المؤشر النسبي البسيط ، ثم أخذ متوسط مؤشرات تلك السلع مما يلخص التغيرات التي طرأت على أسعار مجموعة السلع محل الدراسة ويطلق على هذا المتوسط متوسط مناسيب الأسعار أو الرقم القياسي غير المرجح للأسعار أي أن:

$$\text{الرقم القياسي غير المرجح للأسعار} = \frac{\text{مجموع المؤشرات النسبية البسيطة للأسعار}}{\text{عددها}}$$

وذلك كما هو واضح في المثال التالي:

مثـــال (4):

احسب الرقم القياسي غير المرجح لأسعار مجموعة السلع التالية وذلك باستخدام عام 1995م. سنة أساس علما بأن مستويات الأسعار في عامي 1995م ، 1999م كانت كما يوضحها الجدول التالي ثم اشرح ما توصلت إليه.

السلعة	السعر 1995	السعر 1999
أ	5	7
ب	7	9
جـ	8	10
د	6	5
هـ	9	12

الحلّ:

نحسب المؤشّر النسبي لكل سلعة وذلك باستخدام الصيغة المعتادة فيما يلي:

$$\text{المؤشر النسبي البسيط للأسعار} = \frac{\text{سعر السلعة في سنة المقارنة}}{\text{سعر السلعة في سنة الأساس}} \times 100$$

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (أ) $= \frac{7}{5} \times 100 = 140$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (ب) $= \frac{9}{7} \times 100 = 129$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (جـ) $= \frac{10}{8} \times 100 = 125$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (د) $= \frac{5}{6} \times 100 = 83$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (هـ) $= \frac{12}{9} \times 100 = 133$ %

بأخذ المتوسط الحسابي لهذه المؤشرات نتحصل على الرقم القياسي غير المرجح للأسعار ، وذلك كما يلي:

$$\text{الرقم القياسي غير المرجح للأسعار} = \frac{\text{مجموع المؤشرات النسبية البسيطة للأسعار}}{\text{عددها}}$$

$$= \frac{140 + 129 + 125 + 83 + 133}{5} = \frac{610}{5} = 122 \%$$

وتوضح هذه الخطوات أن المستوى العام لأسعار هذه المجموعة من السلع قد ارتفع في المتوسط بنحو 22 % عام 1999 (سنة المقارنة) عن مستواه في عام 1995 (سنة الأساس). وعلى الرغم من اختلاف التغيرات التي شهدتها أسعار تلك السلع فإن بعضها تغير بمقدار موجب وبعضها شهد انخفاضا في السعر إلا أننا تمكّنا من حساب رقم واحد يلخص التغيرات في أسعار المجموعة كوحدة واحدة.

ويشكل حساب الرقم القياسي غير المرجح للأسعار خطوة نحو تحقيق أحد الأهداف الرئيسة لتركيب الأرقام القياسية للأسعار ، وهي تلخيص التغيرات التي شهدتها أسعار مجموعة من السلع فيما بين سنة الأساس وسنة المقارنة ، غير أن هذا الأسلوب عرضة لانتقاد مهم وهو الافتراض الضمني لهذا الأسلوب في أن الأهمية النسبية لمختلف السلع الواردة بالمجموعة

متساوية ، وهذا أمر يخالف الواقع في كثير من الأحيان حيث نجد أن مجموعة السلع الواردة للدراسة تختلف من حيث الأهمية النسبية طبقا لمعايير مختلفة قد تستخدم في هذا الصدد. وبعبارة أخرى من الضروري أن يعكس الرقم القياسي المحسوب الاختلاف في الأهمية النسبية للسلع المكونة لعناصر المجموعة محل الدراسة ، ويمكننا استخدام أوزان مختلفة لتوضيح التباين في الأهمية النسبية للسلع ، ومن ثم نتغلب على الانتقاد السابق ، ونصل إلى رقم قياسي يعكس بصورة أكثر دقة التغيرات في أسعار السلع ،ويتوقف اختيار الأوزان على طبيعة الدراسة والهدف من وراء بناء الرقم القياسي ، وكذلك على مدى البيانات المتوفرة المتاحة للباحث ، ونوعيتها.

ولقد استخدم العديد من الأوزان لتعكس الاختلاف في الأهمية النسبية للسلع ومن ضمن تلك الأوزان التي يمكننا استخدامها الكميات المنتجة أو المستهلكة من مختلف السلع في سنة المقارنة أو تلك الواردة في سنة الأساس ، أو نسبة ما ينفق على السلعة من الدخل مما يعكس أهميتها النسبية في ميزانية الفرد أو غير ذلك من الأوزان.

ومن الضروري أن تتوفر للباحث بيانات عن الأهمية النسبية لمختلف السلع ، وذلك من خلال الأوزان التي تعطى لكل منها حسب طبيعة الدراسة والغرض منها ، وعندما تستخدم تلك الأوزان فإن الرقم القياسي المحسوب يطلق عليه «**الرقم القياسي المرجح**» أي أن:

$$\textbf{الرقم القياسي المرجح النسبي} = \frac{\textbf{مجموع (المؤشر النسبي البسيط للسلعة X الوزن المحدد لها)}}{\textbf{مجموع الأوزان}}$$

ولتوضيح كيفية حساب ذلك الرقم نستخدم المثال التالي:

مثـــال (5):

احسب الرقم القياسي النسبي المرجح لأسعار مجموعة السلع الواردة بالمثال **(4)** السابق علما بأن نسبة ما ينفق على كل منها من دخل المستهلك هي على الترتيب:

4 ، 9 ، 2 ، 15 ، 25 بالمائة

الحلّ:

باستخدام المؤشرات النسبية البسيطة التي تم حسابها في المثال السابق نجد أن الرقم القياسي النسبي المرجح يحسب كما يلي:

$$\text{الرقم القياسي المرجح النسبي} = \frac{\text{مجموع (المؤشر النسبي البسيط للسلعة X الوزن المحدد لها)}}{\text{مجموع الأوزان}}$$

$$= \frac{(25 \text{ X } 133) + (15 \text{ X } 83) + (2 \text{ X } 125) + (9 \text{ X } 129) + (4 \text{ X } 140)}{25 + 15 + 2 + 9 + 4}$$

$$= \frac{6541}{55} = 118.9 = 119\ \%$$

أي أن الزيادة المتوسطة في أسعار مجموعة السلع بالمثال تبلغ نحو **19 %** ونلاحظ أن هذه الزيادة التي أخذت الأهمية النسبية للسلع في الحسبان تقل عن الرقم القياسي غير المرجح للأسعار الذي حسب في المثال السابق (**22 %**) والقائم على افتراض تساوي الأهمية النسبية وبالطبع فإن الأكثر واقعية وأهمية للمستهلك هو الذي يدخل الأهمية النسبية في الحسبان ، كما نلاحظ أيضا أن تغير الأوزان النسبية في الحساب ينعكس في الرقم القياسي المحسوب ولتوضيح ذلك نستخدم المثال التالي:

مثـــال (6):

إذا علمت أن نسبة ما ينفق على مجموعة السلع الواردة بالمثال **(4)** السابق من دخل المستهلك كانت على الترتيب: **25** ، **15** ، **2** ، **9** ، **4** بالمائة ، فاحسب الرقم القياسي النسبي المرجح.

الحلّ:

$$\text{الرقم القياسي المرجح النسبي} = \frac{\text{مجموع (المؤشر النسبي البسيط للسلعة X الوزن المحدد لها)}}{\text{مجموع الأوزان}}$$

$$= \frac{(4 \text{ X } 133) + (9 \text{ X } 83) + (2 \text{ X } 125) + (15 \text{ X } 129) + (25 \text{ X } 140)}{4 + 9 + 2 + 15 + 25}$$

$$= \frac{6964}{55} = 126.6\ \%$$

أي أن الزيادة في هذه الحالة أعلى من السابق ، وبالطبع يمكن أن يقل الرقم المحسوب عن سابقه وذلك حسب تغير الأهمية النسبية التي أعطيت لكل سلعة.

مثـــال (7):

احسب الرقم القياسي غير المرجح للأسعار (المتوسط الحسابي للمؤشرات) ثم الرقم القياسي النسبي المرجح لأسعار مجموعة من السلع الأربعة التالية (أ- د) وذلك باستخدام عام 1995 كأساس ، علما بأن متوسط الكمية المستخدمة من كل سلعة في السنة موضح بالجدول التالي:

السلعة	السعر 1995	السعر 1999	الكمية المستخدمة
أ	3	6	12
ب	19	27	20
جـ	18	21	100
د	130	160	10

الحلّ:

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (أ) $= \frac{6}{3} \times 100 = 200.00$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (ب) $= \frac{27}{19} \times 100 = 142.11$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (جـ) $= \frac{21}{18} \times 100 = 116.67$ %

المؤشر النسبي البسيط للأسعار للسلعة (د) $= \frac{160}{130} \times 100 = 123.08$ %

الرقم القياسي غير المرجح للأسعار $= \frac{123.08 + 116.67 + 142.11 + 200.00}{4} = 145.47$ %

وعند استخدام الأوزان المتاحة لكي تعكس الأهمية النسبية لكل سلعة فإننا نتحصل على الرقم القياسي النسبي المرجح كالتالي:

الرقم القياسي المرجح النسبي $= \frac{(10 \times 123.08)+(100 \times 116.67)+(20 \times 142.11)+(12 \times 200)}{10 + 100 + 20 + 12}$

$= \frac{18140}{142} = 127.75$ %

ب) مؤشر الأسعار التجميعي المرجح:

إضافة إلى الأسلوب النسبي السابق توضيحه فإن هناك أسلوبا آخر يستخدم في دراسة التغيرات التي تشهدها أسعار عدة سلع فيما بين سنة الأساس وسنة المقارنة ، وكما أوضحنا في الأسلوب الأول فإن الوصول إلى مقياس أو مؤشر تجميعي يتطلب تفهم عدد من المؤشرات التجميعية التي تتطور معنا حتى نصل إلى مؤشر الأسعار التجميعي المرجح.

أول هذه المؤشرات هو الرقم التجميعي البسيط الذي يحسب باستخدام الصيغة التالية:

$$\text{الرقم التجميعي البسيط} = \frac{\text{مجموع أسعار السلع سنة المقارنة}}{\text{مجموع أسعار السلع سنة الأساس}} \times 100$$

أي أنه يحسب بقسمة مجموع أسعار السلع في سنة المقارنة على مجموع أسعار السلع في سنة الأساس مضروبا في مائة ، ولتوضيح كيفية حساب هذا المؤشر نستخدم المثال التالي:

مثـــال (8):

إذا علمت أن أسعار مجموعة من السلع في عامي **1995**م ، **1999**م كانت كالتالي:

السلعة	السعر 1995	السعر 1999
أ	1.50	2.75
ب	2.00	3.00
جـ	2.25	4.75
د	0.75	1.20

فاحسب الرقم التجميعي البسيط وذلك باستخدام عام **1995** كأساس ، ووضح مدلول ذلك الرقم.

الحلّ:

حيث أن مجموع أسعار تلك السلع في سنة المقارنة (**1999**) يبلغ **11.70** وأن مجموع الأسعار في سنة الأساس (**1995**) هو **6.50** فإن الرقم التجميعي البسيط طبقا للصيغة الموضحة هو:

$$= \frac{11.70}{6.50} \times 100 = 180\ \%$$

مما يعني أن تكلفة شراء السلع الأربع الواردة قد ازدادت بمقدار 80 % في عام 1999 عما كانت عليه في عام 1995.

عموما ينتقد هذا المؤشر أي الرقم التجميعي البسيط نظرا لأنه يساوي بين السلع الداخلة في تركيبه من حيث الأهمية النسبية وإعطاء كل سلعة بالمجموعة الوزن نفسه في حين أنه قد تختلف الأهمية النسبية للسلع.

وبالتالي يجب إعطاء أوزان مختلفة وذلك للوصول إلى رقم قياسي أكثر دقة في التعبير عن تغيرات أسعار مجموعة السلع محل الدراسة ونذكر أن الانتقاد نفسه قد وجه إلى المؤشر النسبي البسيط ، ويمكننا تفادي الانتقاد السابق باستخدام أوزان مناسبة تعكس الأهمية النسبية لكل سلعة داخلة في حساب الرقم القياسي ، فإذا توفرت تلك الأوزان وتم أخذها في الحسبان فإننا نحصل على الرقم القياسي التجميعي المرجح. عادة ما تستخدم الكميات أي كمية كل سلعة كأوزان للترجيح عند حساب الرقم القياسي للأسعار ، التساؤل الذي يفرض نفسه هو (أي الكميات نستخدم كميات سنة الأساس أم سنة المقارنة؟) وبناء على إجابة هذا التساؤل ، ظهر عدد من المؤشرات السعرية التجميعية المرجحة منها:

1. رقم لاسبير:

يستخدم لاسبير كميات سنة الأساس كأوزان لترجيح الأسعار وبالتالي فإن رقم لاسبير يحسب من الصيغة التالية:

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{مجموع (سعر سنة المقارنة X كمية سنة الأساس)}}{\text{مجموع (سعر سنة الأساس X كمية سنة الأساس)}} \times 100$$

ولتوضيح طريقة حساب رقم لاسبير ، نستخدم المثال التالي:

مثـــال (9):

احسب الرقم القياسي للأسعار باستخدام أسلوب (لاسبير) وذلك من بيانات الجدول التالي الذي يوضح أسعار مجموعة من السلع وكمياتها وذلك في عامي **1999**، **1990**، باعتبار سنة **1990** هي سنة الأساس.

السلعة	السعر 1999	السعر 1990	الكمية 1999	الكمية 1990
أ	20	16	36	30
ب	40	28	20	25
جـ	15	10	45	40
د	10	7	70	60

الحلّ:

حيث أن (لاسبير) يستخدم كميات سنة الأساس أوزانا عند حسابه للرقم القياسي للأسعار فقد يكون مفيدا أن نحسب الجدول التالي كخطوة مساعدة في العمليات الحسابية ولكن لا يوجد ما يمنع من تطبيق الصيغة السابقة مباشرة.

السلعة	السعر 99 X الكمية 90	السعر 90 X الكمية 90
أ	600	480
ب	1000	700
جـ	600	400
د	600	420
المجموع	2800	2000

وبالتالي فإنّ:

رقم لاسبير للأسعار = $\frac{2800}{2000} \times 100 = 140$ %

2. رقم باشي:

قدم (باشي) في عام 1874 ، أي بعد عشر سنوات من ظهور رقم لاسبير ، أسلوبا مختلفا عند حساب الرقم القياسي التجميعي للأسعار ، وذلك أنه استخدم كميات سنة المقارنة على عكس لاسبير الذي استخدم كميات سنة الأساس ، كأوزان لترجيح الأسعار ومن ثم فإن صيغة حساب رقم باشي للأسعار هي:

$$\text{رقم باشي} = \frac{\text{مجموع (سعر سنة المقارنة X كمية سنة المقارنة)}}{\text{مجموع (سعر سنة الأساس X كمية سنة المقارنة)}} \times 100$$

ولعل مقارنة الأسلوبين يوضح أن رقم (باشي) يدرس أثر تغير أسعار مجموعة من السلع الداخلة في تركيبه إذا كانت الكميات المستخدمة في سنة المقارنة قد استخدمت في سنة الأساس ، في حين أن رقم (لاسبير) يدرس تغيرات أسعار السلع عندما تبقى الكميات المستخدمة في سنة المقارنة عند مستواها نفسه في سنة الأساس.

ولتوضيح طريقة حساب رقم (باشي) والخطوات المطلوبة نستخدم المثال التالي:

مثـــال (10):

باستخدام الأسعار والكميات الواردة بالمثال **(9)** السابق ، احسب الرقم التجميعي المرجح للأسعار باستخدام أسلوب باشي باعتبار عام **1990** عام الأساس.

الحلّ:

يمكننا تطبيق صيغة باشي بصورة مباشرة ، أو أن نحسب الجدول التالي كخطوة مساعدة:

السلعة	السعر 99 X الكمية 99	السعر 90 X الكمية 99
أ	720	576
ب	800	560
جـ	675	450
د	700	490
المجموع	2895	2076

وبالتالي فإن:

رقم باشي للأسعار = $\frac{2895}{2076} \times 100 = 139.45$ %

نلاحظ إنّه بمقارنة النتائج في المثالين السابقين ، إن رقم لاسبير عادة ما ينحاز إلى أعلى مقارنة مع رقم باشي الذي يميل لتصغير الرقم المحسوب ، أي أنّه متحيزا إلى أسفل.

3. رقم (مارشال - ادجوورث):

عند حساب الرقم القياسي التجميعي باستخدام أسلوب مارشال – ادجوورث فإننا نستخدم كميات كل من سنة الأساس وسنة المقارنة للترجيح.

لقد رأى مارشال – ادجوورث استخدام المتوسط الحسابي لكميات كل من سنة المقارنة وسنة الأساس كأوزان عند حساب الرقم القياسي المرجح للأسعار ، والصيغة المستخدمة لحساب رقم مارشال – ادجوورث هي:

$$\text{رقم مارشال-إدجوورت} = \frac{\text{مجموع (سعر سنة المقارنة X مجموع الكميات الواردة)}}{\text{مجموع (سعر سنة الأساس X مجموع الكميات الواردة)}} \times 100$$

حيث:

مجموع الكميات الواردة = كمية سنة الأساس + كمية سنة المقارنة

لايتضح من الصورة السابقة أن الأوزان المستخدمة هي الوسط الحسابي لكميات سنة المقارنة وكميات سنة الأساس ، غير أن قسمة مجموع الكميات على عددها (2) للحصول على متوسط قد تم إلغاؤها من كل من البسط والمقام ، ومن الجدير بالملاحظة أن رقم مارشال – ادجوورث سيقع دائما بين رقم لاسبير ورقم باشي بالنظر لاستخدامه المتوسط الحسابي للكميتين كأوزان مما يلغي التحيز إلى أعلى أو إلى أسفل السابق الإشارة إليهما.

ولتوضيح طريقة حساب رقم مارشال – ادجوورث نستخدم المثال التالي:

مثـــال (11):

احسب رقم مارشال - ادجوورث للأسعار باستخدام بيانات المثال **(9)** السابق.

الحلّ:

سوف يسهل استخدام العمليات الحسابية استخدام الجدول التالي:

السلعة	مجموع الكميات الواردة	السعر 99 X مجموع الكميات	السعر 90 X مجموع الكميات
أ	66	1320	1056
ب	45	1800	1260
جـ	85	1275	850
د	130	1300	910
المجمـــوع		5695	4076

ومن ثم فإنّ:

رقم مارشال - ادجوورث للأسعار = $\frac{5695}{4076} \times 100 = 139.72$ %

4. رقم فيشر:

يطلق على هذا الرقم القياسي بالأمثل وذلك نظرا لما يمتاز به من خصائص رياضية تتعلق باجتيازه عدة اختبارات للأرقام القياسية ، **ويعرف الرقم القياسي لفيشر على أنه الوسط الهندسي لكل من رقم لاسبير ورقم باشي** ، أي أنه:

رقم فيشر = $\sqrt{\text{رقم لاسبير X رقم باشي}}$

مثــــال (12):

احسب رقم فيشر القياسي للأسعار الواردة بالمثال **(9)** السابق.

الحلّ:

حيث إنّنا حسبنا كلا من رقم لاسبير ورقم باشي فيكون رقم فيشر هو

رقم فيشر = $\sqrt{(140)\ (139.45)}$ = 139.75%

نلاحظ أن التساوي بين رقم فيشر ورقم مارشال ادجوورث يعود إلى صغر حجم العينة ولا يشترط تحقق هذا التساوي دائما.

لعله من المفيد في هذه النقطة أن نعرض مثالا آخر يغطي كل الأرقام القياسية للأسعار التي تمت مناقشتها.

مثـــال (13):

احسب الأرقام القياسية التالية:

أ) رقم لاسبير ب) رقم باشي جـ) رقم مارشال ادجوورث د) رقم فيشر

وذلك باستخدام بيانات عام **1990**م كأساس من الجدول التالي:

السلعة	السعر		الكميات	
	سنة 1999	سنة 1990	سنة 1999	سنة 1990
أ	25	35	150	100
ب	10	5	200	300
جـ	250	200	50	80
د	15	10	160	200

الحلّ:

يمكن الوصول إلى الأرقام المطلوبة بحساب قيمة الأعمدة الواردة بالجدول التالي:

السلعة	س 99 X ك 90	س 90 X ك 90	س 99 X ك 99	س 90 X ك 99	مجـ ك	س 99 X مجـ ك	س 90 X مجـ ك
أ	2500	3500	3750	5250	250	6250	8750
ب	3000	1500	2000	1000	500	5000	2500
جـ	20000	16000	12500	10000	130	32500	26000
د	3000	2000	2400	1600	360	5400	3600
المجموع	28500	23000	20650	17850		49150	40850

حيث: **س**: السعر ، **ك**: الكمية ، **مجـ ك**:مجموع الكميات.

رقم لاسبيـــــر للأسعار $= \frac{28500}{23000} \times 100 = 123.9$ %

رقم باشـــــي للأسعار $= \frac{20650}{17850} \times 100 = 115.7$ %

رقم مارشال - ادجوورث $= \frac{49150}{40850} \times 100 = 120.3$ %

رقم فيشـــــــــــــر $= \sqrt{(115.7)\ (123.9)} = 119.7$ %

2-2 سلّة الاقتران القياسية:

تواجهنا عدة صعوبات عند تركيب الأرقام القياسية في أي من المجالات العديدة التي تستخدم فيها تلك الأرقام ، ويمكن إجمال تلك الصعوبات في تحديد المعايير اللازم مراعاتها عند تحديد:

أ) المفردات الداخلة في السلة.

ب) فترة الأساس.

ج) الصيغة التي تستخدم في حساب الرقم القياسي.

ونعرض فيما يلي تلك الصعوبات مع التركيز على الأرقام القياسية للأسعار بالنظر لتركيز المنهج على هذا المجال.

أ) المفردات الداخلة في تركيب السلة:

في هذا الصدد المطلوب في مجال الأرقام القياسية للأسعار ، اختيار وتحديد أي أسعار يجب استخدامها عند حساب الرقم القياسي.

من المعلوم أن هناك العديد من الأسعار للسلعة فعند تعدد أصناف السلعة الواحدة نجد أن لكل صنف منها سعرا مختلفا ، وهناك أيضا سعر البيع في المصنع لبائع الجملة وسعر بيع تاجر الجملة إلى تاجر التجزئة وسعر البيع للمستهلك النهائي ، ومن ناحية أخرى قد يختلف السعر الذي تتداول به السلعة في السوق عن سعر عوامل التكلفة وذلك في حالة حصول المنتج على إعانات من الدولة لخفض السعر للمشتري أو العكس ، بمعنى أن الدولة تفرض رسوم إنتاج أو ضرائب غير مباشرة مما تؤدي بالمنتج لرفع أسعاره ، ويساعد في التغلب على هذه الصعوبة أن يكون الهدف وراء بناء الرقم القياسي واضحا ومحددا ، فإذا كان الهدف هو دراسة تقلبات أسعار الجملة مثلا فيجب جمع بيانات عن أسعار الجملة في كل من فترة الأساس وفترة المقارنة ، ولا يجوز استخدام بيانات عن أسعار الجملة في فترة ما وسعر التجزئة أو سعر التصدير للسلعة في الفترة الأخرى ، كما قد يفضل استخدام متوسط سعر السلعة الواحدة وذلك باستخدام أسعار عدد من أصنافها.

ويتطلب بناء رقم قياسي للأسعار استخدام التغيرات التي طرأت على أسعار عدد من السلع ، وعدم الاكتفاء بأسعار سلعة واحدة فما هو العدد الملائم لتشكيل سلة متجانسة؟ من المعلوم أنه مع زيادة العدد وكبر حجم السلة تزداد المشاكل المتعلقة بجمع البيانات وتحليلها

ودراستها الأمر الذي يتطلب توفير المزيد من الموارد والمجهودات للقيام بالدراسة ، وفي مقابل ذلك نجد أن النتائج التي نتحصل عليها تمتاز بالدقة في تصويرها للتغيرات التي طرأت على الأسعار (أو غيرها من الظواهر محل الدراسة).

من الواضح أن الأمر يتطلب الموازنة بين الجانبين مع ملاحظة أنه قد يكون من الأفضل الاقتصار على عدد محدود من أسعار السلع الرئيسة والهامة في مجال البحث القائم بدلا من إضافة أسعار سلع قليلة الأهمية أو ذات أهمية فرعية مقارنة بالنسبة للسلع الرئيسة التي تم إضافتها للسلة ، وبعبارة أخرى ، يلزم اختيار عدد من المفردات ذات الأهمية النسبية المرتفعة بحيث تشكل مجموعة متجانسة تعكس جزءا كبيرا من التغيرات التي شهدتها الظاهرة محل الدراسة ، وعلى سبيل المثال ، إذا سعى الباحث لبناء رقم قياسي لأسعار المواد الغذائية فعليه أن يقسم هذه المواد إلى أقسامها الرئيسة مثل الخضروات والفاكهة ، واللحوم ، والأسماك ، ويسعى للحصول على أسعار الأصناف الرئيسة في كل قسم وأن يختار عددا من السلع في كل مجموعة يعكس الأهمية النسبية للمجموعة فمثلا إذا كان من المعروف أن المجتمع محل الدراسة يفضل الأسماك فيجب إعطاء وزن أكبر والحصول على أسعار أكثر لأصناف هذه الفئة.

ب) فترة الأساس:

عند اختيار فترة الأساس للرقم القياسي هناك عدة اعتبارات من اللازم مراعاتها وأخذها في الحسبان ومنها:

1. يجب أن تكون فترة الأساس إحدى الفترات العادية الخالية من الأحداث غير العادية مثل الزلازل أو الفيضانات أو غيرها من الكوارث وأن لا تكون سنة استثنائية بالنسبة لوفرة المحاصيل والمراعي بسبب توفر مياه الأمطار في ذلك الموسم. يرجع ذلك إلى أن الهدف الأساسي وراء تركيب الأرقام القياسية المختلفة هو مقارنة الظاهرة محل الدراسة في سنة المقارنة بما كانت عليه في النقطة التي اختيرت كأساس وتؤدي المقارنة بقيمة شاذة غير معتادة إلى فقدان الرقم القياسي لمدلول معناه العام ، فمثلا عند حساب الأرقام القياسية للأسعار لا يصح اختيار فترة أساس يعاني فيها الاقتصاد من التضخم أو من الكساد مما يؤثر في نتائج التحليل بل يجب أن تمتاز فترة الأساس المختارة باستقرار اقتصادي نسبي.

2. بالإضافة إلى كون فترة الأساس فترة عادية يجب أن تمتاز بقربها من فترات المقارنة ، ويرجع ذلك إلى التغير المستمر في الظروف والأحوال الاقتصادية فعند استخدامنا لفترة أساس تبعد كثيرا عن فترة المقارنة فإن الأحوال الاقتصادية تكون قد تغيرت كثيرا وظهر العديد من السلع الجديدة التي يتم استخدامها وتلاشت سلع أخرى كانت تستخدم بكثرة في فترة الأساس كما أن تغير عادات الاستخدام السائدة وأنماطه ينعكس في الأوزان النسبية اللازم استخدامها لترجيح الظاهرة محل الدراسة ، ولعل التطورات الهائلة والسريعة في مجال الالكترونيات والاتصالات وما توفره من منتجات جديدة يسعى الفرد في الحصول عليها يؤيد هذه النقطة.

مما سبق نلاحظ أنه يجب أن تمتاز فترة الأساس التي يتم اختيارها واستخدامها للمقارنات بخلوها من الأحداث غير المعتادة وكذلك بعدم ابتعادها عن فترة المقارنة.

ج) اختيار الصيغة التي تستخدم:

يعني استخدام الصيغة التي يستخدمها الباحث في بناء الرقم القياسي تحديد الأوزان الملائمة لكل فئة بل ولكل بند من بنود الفئات التي قسمت إليها الظاهرة عند حساب الرقم القياسي واختيار العناصر الداخلة في تركيبه فلابد من إعطاء كل عنصر أهمية نسبية تتماشى مع دوره الفعلي حيث تكون النتائج المحسوبة على أساس الرقم أكثر تمثيلا للواقع والتغيرات التي شهدتها الظاهرة محل الدراسة.

وتختلف الصيغ طبقا لنوع الأوزان النسبية التي تستخدم في الترجيح وكما أوضحنا فإنّه يمكننا في مجال حساب الأرقام القياسية للأسعار استخدام البيانات المتعلقة بالكميات أو باستخدام النسب المخصصة للعنصر في أبواب الإنفاق المختلفة وذلك إما في فترة الأساس أو في فترة المقارنة ، وهناك مؤشرات أخرى يمكن استخدامها كأوزان ، والنقطة الأساسية اللازم توضيحها هي أن المساواة في المعاملة بين جميع عناصر الرقم القياسي الداخلة في تركيبه تجعله بعيدا عن وصف الواقع الفعلي حيث تختلف تلك العناصر من حيث أهميتها بالنسبة لموضوع البحث ولذا يلزم استخدام عملية الترجيح بالأوزان حتى تعكس الاختلاف في الأهمية النسبية.

ويتوقف اختيار الأوزان على الهدف من البحث ومدى توفر البيانات والإحصائيات المطلوبة ، ولذا فإنه أمر متروك لتقدير الباحث وظروف الدراسة من حيث: الوقت والموارد المتاحة والهدف المنشود من الدراسة.

3-2 تغير أساس الأرقام القياسية:

كثيرا ما يلجأ الباحث إلى تعديل سنة الأساس التي استخدمت في بناء الأرقام القياسية ويتم هذا التعديل بطريقة سهلة لا تحتاج إلى كثير من المجهود ولكن ما هي المبررات التي تدفع الباحث إلى تغيير سنة الأساس؟

السبب الأول هو:

أن تباعد الفارق الزمني بين سنة المقارنة وسنة الأساس يجعل المقارنات على أساس تلك الأرقام محدودة الفائدة وذلك نظرا لحدوث تغيرات هيكلية في الاقتصاد.

السبب الثاني هو:

إنه كثيرا ما يحتاج الباحث إلى المقارنة بين أرقام قياسية تصف التغيرات التي حدثت في كثير من الظواهر وغالبا ما تكون سنة الأساس المحسوب على أساسها كل رقم مختلفة عن سنة الأساس للأرقام الأخرى ، ولكي تكون المقارنة صحيحة يلزم توحيد سنة الأساس لكافة الأرقام.

ولتوضيح كيفية تعديل سنة الأساس نستخدم المثال التالي:

مثـــال (14):

عدّل سنة أساس الأرقام القياسية الموضحة بالجدول التالي والتي بنيت على أساس 1985م ، لجعل سنة الأساس في عام 1990م.

السنة	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
الرقم القياسي	121	135	150	162	170	189	199

الحلّ:

لتعديل سنة الأساس إلى عام 1990م ، نقوم بقسمة الرقم القياسي لكل سنة على الرقم القياسي للسنة التي نود جعلها أساسا جديدا ونضرب في مائة وبتطبيق هذا الأسلوب نحصل على التالي:

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1989 = $\frac{121}{135} \times 100 = 89.63$ %

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1990 = $\frac{135}{135} \times 100 = 100.00$ %

(بالطبع لأن 1990 هي سنة الأساس الجديدة).

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1991 = $\frac{150}{135} \times 100 = 111.11$ %

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1992 = $\frac{162}{135} \times 100 = 120.00$ %

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1993 = $\frac{170}{135} \times 100 = 125.93$ %

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1994 = $\frac{189}{135} \times 100 = 140.00$ %

الرقم القياسي المعدل لأسعار 1995 = $\frac{199}{135} \times 100 = 147.41$ %

أسئلة الفصل الثّاني

السؤال الأول:

احسب المؤشر النسبي البسيط لأسعار السلعة من البيانات التالية وذلك باستخدام عام **1995** م. كأساس .

السنة	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
السعر	120	114	108	105	110	100	95	95

السؤال الثاني:

توفرت للباحث بيانات عن أسعار سلة من السلع مكونة من ستة أنواع وذلك في عامي **1993**م ، **2000**م والمطلوب حساب الرقم القياسي غير المرجح لأسعار هذه السلة باعتبار عام **1993**م نقطة أساس وفقا للجدول التالي:

السلعة	سنة 1993	سنة 2000
أ	3	4
ب	5	7
جـ	8	9
د	12	15
هـ	9	12
و	8	10

السؤال الثالث:

إذا علمت أن أسعار سلعة ما تغيرت خلال السنوات **93-98** بالشكل التالي:

السنة	1993	1994	1995	1996	1997	1998
السعر	26	29	28	30	36	40

احسب المؤشر النسبي البسيط لأسعار السلعة وذلك باستخدام:

1) عام **1993** كأساس.   **2)** عام **1995** كأساس.

ثم اشرح مدلول النتائج التي توصلت إليها.

السؤال الرابع:

إذا علمت أن:

السلعة	أ	ب	جـ	د	هـ	و
السعر 1990	3	6	12	20	11	15
السعر 1999	2	5	10	12	15	21

أ) احسب المؤشر النسبي البسيط لكل سلعة.

ب) احسب الرقم القياسي غير المرجح لأسعار هذه المجموعة من السلع.

السؤال الخامس:

توفرت لدى الباحث بالإضافة إلى المعلومات السابقة بالمسألة **(4)** أن تلك السلع كانت تشكل على الترتيب **4**، **3**، **2**، **5**، **7**، **11** بالمائة من ميزانية المستهلك فاحسب الرقم القياسي المرجح لأسعار مجموعة السلع السابقة.

السؤال السادس:

احسب الرقم التجميعي البسيط لأسعار مجموعة السلع التالية:

السلعة	أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز
السعر 1990	3	17	8	7	36	12	20
السعر 1999	5	19	12	6	45	18	25

السؤال السابع:

إذا علمت أن:

السلعة	أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز
السعر 1990	6	24	7	18	7	12	9
الكمية 1990	100	10	20	30	7	80	10
السعر 1999	7	27	5	18	6	18	12
الكمية 1999	90	8	30	30	10	60	60

المطلوب حساب رقم لاسبير للأسعار ثم حساب رقم باشي للأسعار علما بأن عام **1990** هو الأساس

السؤال الثامن:

باستخدام بيانات المسألة (7) أعلاه احسب رقم مارشال - أدجوورث للأسعار.

السؤال التاسع:

كانت أسعار سلة مكونة من خمسة أصناف وكمياتها في كل من سنة المقارنة وسنة الأساس كالتالي:

السلعة	الأسعار		الكميات	
	سنة الأساس	سنة المقارنة	سنة الأساس	سنة المقارنة
أ	12	18	100	90
ب	8	10	20	30
جـ	18	25	80	90
د	7	6	30	30
هـ	20	25	75	90

فاحسب الرقم القياسي التجميعي البسيط لكل من الأسعار والكميات للمجموعة السابقة.

السؤال العاشر:

باستخدام بيانات السؤال (9) احسب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار باستخدام أسلوب: لاسبير ، باشي ، مارشال - أدجوورث.

الفصل الثّالث

الفصل الثّالث

(3) السّلاسل الزّمنية

1-3 تعريف السلاسل الزمنية:

السلسلة الزمنية لظاهرة ما هي مجموعة القيم التي تأخذها هذه الظاهرة في فترات زمنية متعاقبة طبقا لزمن حدوثها ، وغالبا ما تتصف الفترات الزمنية بالانتظام من حيث نقطة تسجيل قيمة الظاهرة محل البحث.

بعبارة أخرى السلاسل الزمنية هي تتبع قيمة ظاهرة معينة وما تتعرض له من تقلبات عبر فترة زمنية طويلة ، وتتكون السلسلة الزمنية من متغيرين الأول هو الزمن وهو المتغير المستقل والثاني هو قيمة الظاهرة وكيفية تغيرها مع مرور الزمن وهو المتغير التابع.

ويمكننا توضيح فكرة السلسلة الزمنية بافتراض أن هناك نقطة ضوئية تتحرك عبر الزمن تاركة وراءها خطا رفيعا يرتفع وينخفض طبقا لقيمة الظاهرة ويسمى الخط الرفيع المذكور بالمنحنى التاريخي للسلسلة. وقد جرى العرف على تسجيل قيمة الظاهرة محل البحث على فترات زمنية متساوية وذلك في منتصف وحدة الزمن المستخدمة ، فمثلا يتطلب تتبع قيم ظاهرة معينة على أساس سنوي (أي جمع بيانات سنوية عن قيمها) وأن تسجيل قيمة الظاهرة في منتصف العام أي في بداية الشهر السابع أما إذا جمعت البيانات والمشاهدات على أساس ربع سنوي ، شهري ، أسبوعي طبقا للظاهرة فإنه يتم تسجيل قيمة الظاهرة في منتصف تلك الوحدات الزمنية على إنها تعكس قيمة الظاهرة خلال تلك الوحدات الزمنية .

وهناك العديد من الأمثلة للسلاسل الزمنية التي تتناول العديد من الظواهر سواء الاقتصادية أو غير الاقتصادية. فهناك سلاسل زمنية عن الكميات المنتجة من المحاصيل الزراعية أو السلع الصناعية المختلفة أو عن قيم تلك المحاصيل أو المنتجات الصناعية ، وعن الصادرات أو الواردات بمختلف أنواعها. وكذلك عن المستوى العام للأسعار ، وعن مختلف عناصر الإنفاق الاستهلاكي أو الاستثماري في الاقتصاد وغيرها ، كما توجد سلاسل زمنية عن ظواهر غير اقتصادية مثل أعداد المواليد والوفيات وأعداد الطلبة في مختلف مراحل التعليم وحالات الزواج أو الطلاق وغير ذلك.

2-3 توضيح بياني للسلاسل الزمنية:

يعد التوضيح البياني للمنحنى التاريخي للظاهرة محل الدراسة الخطوة الأولى في دراسة أي سلسلة زمنية بعد تحديد مقياس الرسم الملائم ولتوضيح المشاهدات المختلفة المتاحة عن قيم الظاهرة في سنوات السلسلة. فإننا نستخدم المحور الأفقي لتمثيل عنصر الزمن والمحور الرأسي لتمثيل قيمة الظاهرة.

وفي مقابل كل وحدة زمنية نحدد نقطة توضح قيمة الظاهرة في ذلك الزمن وبتوصيل تلك النقاط سويا باستخدام خط منكسر فإننا نحصل على المنحنى التاريخي للظاهرة.

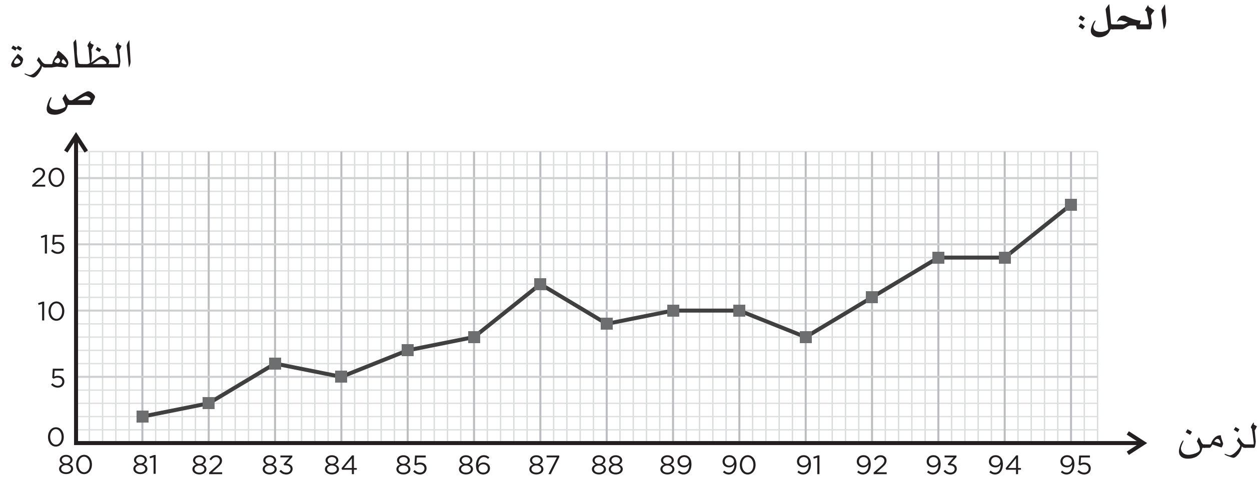
ولتوضيح الخطوات المطلوبة نستخدم المثال التالي:

مثـــال (1):

ارسم المنحنى التاريخي للسلسة الزمنية التالية التي توضح كمية الصادرات في اقتصاد ما من سلعة معينة.

السنة	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
ص	2	3	6	5	7	8	12	9	10	10	8	11	14	14	18

الحلّ:



المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية

3-3 التغيرات الأساسية في السلاسل الزمنية :

تهدف دراسة السلسلة الزمنية إلى التعرف على العناصر الرئيسة التي حددت سلوك الظاهرة خلال الفترة الزمنية السابقة وما تعرضت له من تقلبات ، وذلك لغرض تحديد السلوك المحتمل الذي تشهده الظاهرة في المستقبل وبعبارة أخرى ، من الضروري للتنبؤ بقيمة ظاهرة ما خلال الفترة الزمنية القادمة من دراسة التغيرات التي شهدتها الظاهرة خلال الفترات السابقة ، وماهي أسبابها ونتائجها على الظاهرة ، وتتمثل الخطوة الأولى في هذا الصدد في تقسيم السلسلة إلى العناصر المشتركة التي تتعرض لها كل الظواهر وإن اختلفت الأهمية النسبية لكل عنصر من ظاهرة إلى أخرى.

تتمثل هذه العناصر المشتركة في القوى الأربع التالية:

أ) التغيرات الاتجاهية.

ب) التغيرات الموسمية.

ج) التغيرات الدورية.

د) التغيرات العشوائية (التغيرات العارضة).

ونتناول كلا منها على حدة.

أ) التغيرات الاتجاهية:

يوضح هذا العنصر المسار العام الذي تتجه إليه الظاهرة عبر فترة طويلة من الزمن ، فعلى الرغم من وجود تعرجات في المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية إلا أننا نجد أن هناك نمطا يميل نحو هذا المنحنى وهذا هو ما يشكل الاتجاه العام للظاهرة فقد نلاحظ أن هذه الظاهرة تتجه إلى التزايد في المدى الطويل رغم وجود فترات تنخفض فيها قيم الظاهرة فيكون الاتجاه العام للظاهرة تصاعديا. وقد نجد أن الظاهرة تميل إلى الهبوط عبر فترة زمنية طويلة على الرغم من تزايدها في بعض الأحيان لذا فإن الاتجاه العام للظاهرة يكون تنازليا ، ولا يعني ذلك أن الاتجاه العام لا يتغير وقد يصبح الاتجاه العام متزايدا بعد أن كان متنازلا أو العكس بالعكس غير أن هذا التغيير يحتاج لفترة زمنية طويلة بناءً عليه ، فإن تحديد الاتجاه العام لظاهرة ما يتطلب توفر بيانات ومشاهدات عن تلك الظاهرة لفترة زمنية طويلة ، والاتجاه العام هو القوى الطويلة المدى التي تحدد المسار العام للظاهرة.

ب) التغيّرات الموسميّة:

وهـي تغيـرات منتظمـة الحـدوث تؤثـر علـى قيمـة الظاهـرة خـلال فتـرة زمنيـة أقـل مـن السنة ويطلق عليها الموسم. وتتمثل الميزة الأساسية في تلك التغيرات في كونها منتظمة الحدوث أي أنها تتكرر في كل موسم ، ويختلف طول الموسم طبقا للظاهرة محل الدراسة فقد يكون أسبوعيًّا مثل: مبيعات تذاكر المتنزهات ودور العرض التي تتزايد في نهاية كل أسبوع أو قد يكون شهريًّا مثل: تزايد الإنفاق الاستهلاكي في الأيام الأولى من كل شهر عند تسلّم الدخل وقد يكون ربع سنوي مثل تزايد مبيعات الأدوات الترفيهية والرياضية مع حلول موسم الصيف من كل عام.

ج) التغيّرات الدوريّة:

هـي تغيرات تتعرض لها الظاهرة بانتظام ، ولكن على فترات زمنية أطول من السنة ويتمثل الفارق الأساسي بين التغيرات الدورية والتغيرات الموسمية في طول الفترة الزمنية التي تمر بين ظهورها ثم عودتها مرة أخرى ، حيث تظهر التغيرات الدورية على فترات متباعدة تتجاوز السنة ، وقد تتطلب عدة سنوات ، بينما تعود التغيرات الموسمية للظهور خلال السنة ، غير أن كلا من التغيرات الدورية والموسمية تمتاز بالتكرار والعودة للظهور ، ومن المعلوم أن النشاط الاقتصادي للدول يمر بفترات رواجٍ وزيادةٍ في الكميات المنتجة وفي التوظيف وغيره من مؤشرات ذلك النشاط بصفة عامة ثم تتبعها فترات تباطؤ وكساد وينخفض فيها مستوى النشاط الاقتصادي وتستمر كل مرحلة من هذه المراحل لعدة سنوات وهذا مايسمى بالدورة الاقتصادية ، وتؤثر الدورة الاقتصادية على العديد من الظواهر وهي مصدر التغيرات الدورية.

د) التغيّرات غير المنتظمة (العشوائيّة):

هـي التغيرات في الظاهرة محل الدراسة التي تنشأ عن ظروف طارئة مفاجئة لايمكن تحديدها مقدما ، ولايمكن تحديد حجمها أو بقائها ومدى استمرارها ، ومن المؤكد أن حدوث زلزال أو قيام حالة من التوتر والحروب في دولة ما يؤثر على العديد من الظواهر ، ولاتخضع التغيرات العشوائية بحكم تعريفها لقاعدة معينة بل تعود إلى عناصر غير منتظمة تؤثر بطريقة عارضة وعشوائية في قيد الظواهر ، ومن الأمثلة الأخرى على هذه التغيرات والتقلبات في الأحوال المناخية فقد تكون ممتازة في إحدى السنوات وتؤدي إلى زيادة الإنتاج الزراعي كثيرًا ، بينما في سنة أخرى تكون سيِّئة ، وذات أثر سلبي واضح وكبير في الإنتاج.

4-3 دراسة الاتجاه العام في بيانات السلاسل الزمنية:

يشكل الاتجاه العام العنصر الرئيسي من العناصر السابقة الذكر والتي تؤثر في قيمة الظاهرة محل الدراسة والبحث ، ومن الضروري دراسة كيفية تقدير هذا العنصر وهناك عدة طرق لتعيين الاتجاه العام لسلسلة زمنية ، وتختلف هذه الطرق من حيث درجة دقتها في تحديد المطلوب ، ونتناول الطرق التالية:

أ) طريقة التمهيد اليدوي.

ب) طريقة أشباه المتوسطات.

ج) طريقة المربعات الصغرى.

أ) طريقة التمهيد اليدوي:

تعد هذه الطريقة أبسط طرق تحديد الاتجاه العام ، وهي طريقة تفتقر إلى الدقة ، وتستخدم كخطوة تمهيدية فحسب ، ومن الضروري أن تدعم ما تتوصل إليه من نتائج باستخدام طرق أخرى ، وتختلف النتائج المحسوبة على أساس طريقة التمهيد اليدوي طبقا للمهارة الشخصية ومدى خبرة الباحث ، ولذا لايمكن الاعتماد على طريقة التمهيد اليدوي هذه في التنبؤ ، وتضم هذه الطريقة الخطوات التالية:

1. رسم المنحنى التاريخي للظاهرة محل الدراسة خلال الفترة المتوفر عنها مشاهدات وبيانات لتحديد ما إذا كان الاتجاه العام للظاهرة مستقيما أم منحنيا.
2. نرسم الخط أو المنحنى الذي يمر وسط أكبر عدد من البيانات ويشكل هذا المنحنى الاتجاه العام أو خطه.

ونوضح الخطوات السابقة باستخدام المثال التالي:

مثـــال (2):

أوجد معادلة خط الاتجاه العام باستخدام طريقة التمهيد اليدوي للسلسلة الزمنية التالية التي توضح قيمة الظاهرة (**ص**) خلال الفترة **1980-1993**.

السنة	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
ص	7	10	12	15	10	18	20	16	18	20	22	25	23	28

الحلّ:

طريقة التمهيد اليدوي في حساب الاتجاه العام

ب) طريقة أشباه المتوسطات:

تعتمد هذه الطريقة على تقسيم السلسلة الزمنية إلى نصفين متساويين (إذا كان عدد المشاهدات بالسلسلة فرديا نهمل قيمة الظاهرة الواردة في السنة الوسطى) ، ثم نحسب المتوسط الحسابي للقسم الأول الذي يشتمل على قيم الظاهرة في السنوات الأولى من السلسلة.

يعد هذا المتوسط القيمة الاتجاهية المناظرة للنقطة الوسطى بهذا القسم.

نحسب المتوسط الحسابي للقسم الثاني الذي يشتمل على قيم الظاهرة في النصف الأخير من السلسلة ، ويعد هذا المتوسط القيمة الاتجاهية المناظرة للنقطة الوسطى بالقسم الثاني. نحدد موقع النقطتين السابقتين على الرسم البياني وبتوصيلهما نحصل على خط الاتجاه العام.

يوضح المثال التالي الخطوات الضرورية لتطبيق طريقة أشباه المتوسطات.

مثـــال (3):

احسب معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الواردة بالمثال السابق وذلك باستخدام طريقة أشباه المتوسطات.

الحلّ:

تتلخص الخطوات المطلوبة لحل هذا المثال فيما يلي:

1. نقسم السلسلة إلى جزأين ، يشمل الأول سبع السنوات الأولى ، أما الثاني فيشمل سبع سنوات الأخيرة ، نحسب المتوسط الحسابي للجزء الأول فنجد أنه يساوي:

$$\frac{20 + 18 + 10 + 15 + 12 + 10 + 7}{7} = 13.14$$

2. يعد هذا المتوسط القيمة الاتجاهية للظاهرة في النقطة الوسطى للسبع سنوات الأولى ، أي أنها تكون القيمة الاتجاهية في عام 1983م.

3. نحسب المتوسط الحسابي للجزء الثاني من السلسلة يساوي:

$$\frac{28 + 23 + 25 + 22 + 20 + 18 + 16}{7} = 21.71$$

4. يعد هذا المتوسط القيمة الاتجاهية للظاهرة في النقطة الوسطى للسبع سنوات الثانية ،

أي أنها تكون القيمة الاتجاهية في عام 1990.

5. نحسب الميل لخط الاتجاه باستخدام ظل الزاوية حيث نجد أن المقابل هو الفرق بين القيمتين السابقتين والمجاور هو الفارق بين السنتين أي أنه:

$$= \frac{21.71 - 13.14}{1990 - 1983} = \frac{8.57}{7} = 1.22$$

6. يمكننا استخدام عام 1983 (أي النقطة الوسطى للمجموعة الأولى) كنقطة الأصل ، وبذلك تكون معادلة خط الاتجاه العام هي:

ص = 13.4 + 1.22 س

(نقطة الأصل: 1983 ، وحدة القياس: سنة)

أما عند استخدامنا لعام 1990 (أي النقطة الوسطى للمجموعة الثانية) كنقطة الأصل ، فإن معادلة خط الاتجاه العام هي:

ص = 21.71 + 1.22 س

(نقطة الأصل: 1990 ، وحدة القياس: سنة)

وفي الحالات التي يكون فيها عدد السنوات في كل قسم زوجيًّا فإن القيمة الاتجاهية أي المتوسط الحسابي لكل قسم تواجه نقطة في منتصف المسافة الزمنية بين سنتين ولا تؤثر هذه الحقيقة في طريقة حساب معادلة خط الاتجاه غير أن نقطة الأصل تكون في بداية العام الثاني.

ج) طريقة المربعات الصغرى:

تعد هذه الطريقة أفضل وأوسع استخداما لتقدير معادلة خط الاتجاه العام وتقوم هذه الطريقة على أساس توفيق خط يتوسط المشاهدات المتاحة أي أن يكون مجموع الفروق بين المشاهدات والخط يساوي الصفر ، غير أن هذا الشرط بمفرده لا يكفي ، لذا تقدم الطريقة أيضا على أساس أن مجموع مربعات تلك الفروق يكون أصغر مايمكن (ومن هنا جاءت التسمية) ، ومن الشرطين السابقين يمكننا حساب كل من ميل خط الاتجاه العام ($\hat{أ}$) وكذلك الجزء المقطوع من المحور الرأسي ($\hat{ب}$) حيث نجد أن:

$$\hat{أ} = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - (مجـ\ س)\ (مجـ\ ص)}{ن\ مجـ\ س^2 - (مجـ\ س)^2}$$

$$\hat{ب} = \overline{ص} - \hat{أ}\ \overline{س}$$

حيث **ن** ترمز لعدد القيم (عدد السنوات).

وبذلك تكون معادلة خط الاتجاه العام كالتالي:

$$\hat{ص} = \hat{ب} + \hat{أ}\ س$$

وتمتاز طريقة المربعات الصغرى بإمكانية تسهيل العمليات الحسابية المطلوبة عن طريق تغيير نقطة الأصل أو وحدة قياس الزمن المستخدمة.

ونوضح الخطوات المطلوبة لحساب معادلة خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى في عدة حالات ، وذلك باستخدام عدد من الأمثلة التوضيحية.

مثـــال (4):

احسب باستخدام طريقة المربعات الصغرى معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة التالية ، وذلك باعتبار أن السنة الأولى منها (1985) هي نقطة الأصل ، ثم قدِّر القيم الاتجاهية للظاهرة في عام 1999م.

السنة	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
ص	13	16	17	22	18	23	20	25	22	27	31

الحلّ:

بناء على ما ورد بالسؤال من اعتبار عام **1985** نقطة الأصل فإن ذلك يعني أن المتغير **س** مساوٍ للصفر في ذلك العام ثم يتزايد بمقدار وحدة لكل عام نظرا لأن وحدة قياس الزمن هي السنة ، وللتعويض في الصيغ الموضحة أعلاه لحساب الميل والجزء المقطوع من المحور الرأسي نحتاج إلى الأعمدة الموضحة بالجدول التالي ، حيث الصف الأخير في الجدول يمثل مجاميع الأعمدة:

السنة	س	ص	س ص	$س^2$
1985	0	13	0	0
1986	1	16	16	1
1987	2	17	34	4
1988	3	22	66	9
1989	4	18	72	16
1990	5	23	115	25
1991	6	20	120	36
1992	7	25	175	49
1993	8	22	176	64
1994	9	27	243	81
1995	10	31	310	100
المجموع	55	234	1327	385

وبالتعويض نحصل على:

$$\hat{أ} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= \frac{11\,(1327) - (55)\,(234)}{11\,(385) - (55)^2} = \frac{1727}{1210} = 1.43$$

$$\hat{ب} = \overline{ص} - \hat{أ}\ \overline{س}$$

$$= \frac{234}{11} - 1.43\left(\frac{55}{11}\right) = 21.27 - 1.43\ (5) = 14.12$$

إذًا معادلة خط الاتجاه هي:

$$\hat{ص} = 14.12 + 1.43\ س$$

(نقطة الأصل: **1985** ، وحدة القياس: سنة)

أما عن حساب المطلوب الثاني وهو تقدير القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام **1999** ، فإننا نعوض في معادلة خط الاتجاه العام السابقة مستخدمين الفارق الزمني بين نقطة الأصل والعام المطلوب ، للتعويض به عن قيمة المتغير **س** أي أن:

$$س = 1999 - 1985 = 14$$

إذا

$$\hat{ص}\ 1999 = 14.12 + 1.43\ (14) = 34.14$$

لتبسيط العمليات الحسابية المطلوبة عند تطبيق طريقة المربعات الصغرى يمكننا أن ننقل نقطة الأصل من بداية السلسلة إلى نقطة المنتصف بها ، في هذه الحالة يكون مجموع قيم المتغير **س** مساويا للصفر ، نظرا لأن بعض قيم **س** ستكون سالبة والأخرى موجبة حيث أننا نستخدم الفارق الزمني بين نقطة الأصل والسنوات المختلفة لتحديد قيم **س** ، ونلاحظ أن النتائج التي نتوصل إليها لا تتغير مع تغييرنا لنقطة الأصل ونحقق تبسيطا كبيرا في العمليات الحسابية والأرقام.

مثـــال (5):

احسب معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الواردة بالمثال **(4)** وذلك باستخدام الانحرافات عن النقطة الوسطى للسلسلة ، ثم احسب القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام **1999**.

الحلّ:

حيث أن عدد السنوات الواردة بالسلسلة فردي فإن النقطة الوسطى لها هي عام **1990** ، ويكون الفارق الزمني بين هذه النقطة والسنوات السابقة لها سالبا ، أما الفارق الزمني للسنوات التالية للنقطة الوسطى يكون موجبا وهكذا نجد قيم المتغير **س** موضحة بالجدول

التالي ، ثم نحسب قيم بقية الأعمدة الواردة بالجدول فنحصل على ما يلي:

السنة	س	ص	س ص	$س^2$
1985	5-	13	65-	25
1986	4-	16	64-	16
1987	3-	17	51-	9
1988	2-	22	44-	4
1989	1-	18	18-	1
1990	0	23	0	0
1991	1	20	20	1
1992	2	25	50	4
1993	3	22	66	9
1994	4	27	108	16
1995	5	31	155	25
المجموع	0	234	157	110

عند التعويض في الصيغ السابقة لحساب كل من ميل خط الاتجاه العام وكذلك الجزء المقطوع من المحور الرأسي نجد أن تلك الصيغ تختصر حيث أن **مجـ س** قد أصبح مساويا للصفر ونجد أنها تصبح:

$$\hat{أ} = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{مجـ س}^2}$$

$$\hat{ب} = \frac{\text{مجـ ص}}{ن} = \overline{ص}$$

بالتعويض:

$$\hat{أ} = \frac{157}{110} = 1.43$$

$$\hat{ب} = \frac{234}{11} = 21.27$$

إذا معادلة خط الاتجاه العام:

$$\hat{ص} = 21.27 + 1.43 \text{ س}$$

(نقطة الأصل: **1990** ، وحدة القياس: سنة)

لتقدير القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام 1999 ، نستخدم الأسلوب السابق نفسه غير أن الفارق الزمني بين السنة المطلوبة ونقطة الأصل قد تغير بالنظر لتغييرنا لنقطة الأصل ، والفارق الزمني بين 1999 ونقطة الأصل الجديدة هو **(9)** سنوات و بالتعويض في المعادلة نحصل على:

$$\hat{ص}\ 1999 = 21.27 + 1.43\ (9) = 34.14$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها في المثال السابق عند استخدام سنة **1985** كنقطة أصل وبالتالي فإن تغيير نقطة الأصل لايؤثر في النتائج المحسوبة.

أما إذا تكونت السلسلة من عدد زوجي من المشاهدات ، أي أن عدد السنوات بها زوجي ، فإنه يمكننا حساب معادلة خط الاتجاه العام لهذه السلسلة باعتبار أن السنة الأولى بها هي نقطة الأصل ونعطي المتغير **س** عندها قيمة الصفر ثم نتبع الخطوات نفسها التي وردت بالمثال **(4)**.

ونستخدم المثال التالي لتوضيح الطريقة المطلوبة وكذلك لتوضيح عدم تغير النتائج عند استخدامنا للطريقة المختصرة التي تبسط العمليات الحسابية لاحقا.

مثـــال (6):

احسب معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية التالية مستخدما طريقة المربعات الصغرى وعام **1980**م كنقطة أصل ، ثم احسب القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام **1995**م.

السنة	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
ص	3	7	9	10	13	12	15	18	20	20

الحلّ:

نعطي للزمن **س** القيمة **0** في نقطة الأصل ثم نزيد قيمتها بمقدار **1** لكل سنة ثم نحسب بقية أعمدة الجدول التالي وذلك للتعويض في صيغ حساب الميل والجزء المقطوع من المحور الرأسي.

السنة	س	ص	س ص	$س^2$
1980	0	3	0	0
1981	1	7	7	1
1982	2	9	18	4
1983	3	10	30	9
1984	4	13	52	16
1985	5	12	60	25
1986	6	15	90	36
1987	7	18	126	49
1988	8	20	160	64
1989	9	20	180	81
المجموع	45	127	723	285

$$\hat{أ} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= \frac{10\ (723) - (45)\ (127)}{10\ (285) - (45)^2}$$

$$= \frac{7230 - 5715}{2850 - 2025} = \frac{1515}{825} = 1.84$$

$$\hat{ب} = \overline{ص} - \hat{أ}\ \overline{س}$$

$$= 12.7 - 1.84\ (4.5) = 4.42$$

معادلة خط الاتجاه العام:

$$\hat{ص} = 4.42 + 1.84\ س$$

(نقطة الأصل: **1980** ، وحدة القياس: سنة)

أما القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام **1995**م ، فيتم احتسابها بالتعويض في المعادلة السابقة بالفارق الزمني بين نقطة الأصل والعام المطلوب ، أي أن:

$$\hat{ص}\ 1999 = 4.42 + 1.84\ (15) = 32.02$$

ويمكننا تبسيط العمليات الحسابية باختيار نقطة المنتصف للسلسلة كما أوضحنا سلفا ، غير أنه بالنظر لوقوع نقطة الوسط في حالة وجود عدد زوجي من المشاهدات بين سنتين وليس في مقابل سنة بعينها فإن الفروق الزمنية بين نقطة الوسط وبقية السنوات تحتوي على كسور ، فعلى سبيل المثال يكون الفارق الزمني بين النقطة الوسطى للسلسلة وقيمة الظاهرة في السنة التالية (أي بينها وبين المشاهدة التالية) سنة ونصف وهكذا بالنسبة لبقية السنوات. ونستطيع التخلص من تلك الكسور وذلك بتغيير وحدة القياس الزمنية من السنة التي اعتدنا على استخدامها حتى الآن إلى نصف السنة وبالتالي فإننا نضرب الفروق السابقة المعبر عنها بالسنوات في 2 ؛ لأن كل سنة تحتوي على وحدتين من وحدة القياس الجديدة نصف السنة وبذلك نتخلص من الكسور ، ونبسط العمليات الحسابية كثيرا ، وهنا نذكر مرة أخرى بضرورة ذكر نقطة الأصل ووحدة القياس المستخدمة وإلا تصبح المعادلة عديمة الجدوى نظرا لأن هذه المعلومات لاتظهر بالمعادلة ومن الضروري إضافتها بجانب المعادلة ونوضح الخطوات المطلوبة باستخدام المثال التالي:

مثـــال (7):

احسب معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الواردة بالمثال (6) وذلك باستخدام الانحرافات عن نقطة المنتصف لها ، ثم احسب القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام 1995.

الحلّ:

تقع النقطة الوسطى لهذه السلسلة بين العامين 84 ، 85 وحيث إنّنا نقيس قيمة الظاهرة من كل عام في وسطه أي في بداية الشهر السابع من العام ، فإن نقطة المنتصف المطلوبة تقع في الشهر الأول من العام التالي وهي يناير 1985 ، وإذا حسبنا الفارق الزمني بين سنوات السلسلة ونقطة المنتصف ، فإننا نحصل على المتغير **س** الموضح بالجدول اللاحق ، ونلاحظ فورا أنها تحتوي على كسور عشرية وإنه إذا ضربنا هذه القيم في 2 فإننا نتخلص من الكسور وتعني عملية الضرب هذه تحويل وحدة القياس إلى نصف سنة بدلا من استخدام السنة الكاملة. فبدلا من أن يكون الفارق الزمني بين النقطة الوسطى وسنة معينة ، 25 سنة مثلا: يصبح ذلك الفارق 50 أنصاف سنة وهكذا نتخلص من الكسور ، ويمكننا إذًا التخلص من الكسور الواردة بالعمود **س** بضرب قيمتها في 2 وهكذا نتحصل على العمود **سً** الموضح بالجدول ونستكمل بقية أعمدة الجدول باستعمال **سً** أي نحسب (**سً ص**) وكذلك **سً**^{2} وبذلك نحصل على الجدول التالي:

السنة	س	س*	ص	س* ص	$س*^2$
1980	4.5-	9-	3	27-	81
1981	3.5-	7-	7	49-	49
1982	2.5-	5-	9	45-	25
1983	1.5-	3-	10	30-	9
1984	0.5-	1-	13	13-	1
1985	0.5	1	12	12	1
1986	1.5	3	15	45	9
1987	2.5	5	18	90	25
1988	3.5	7	20	140	49
1989	4.5	9	20	180	81
المجموع	0	0	127	303	330

$$\hat{أ} = \frac{\text{مجـ س* ص}}{\text{مجـ س*}^2}$$

$$= \frac{303}{330} = 0.92$$

$$\hat{ب} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{127}{10} = 12.7$$

فتكون معادلة خط الاتجاه العام المطلوبة هي:

$$\hat{ص} = 12.70 + 0.92 \text{ س}$$

(نقطة الأصل: 1985 ، وحدة القياس: نصف سنة)

لتقدير القيمة الاتجاهية في عام 1995 ، نحسب الفارق الزمني بين منتصف عام 1995 ، وبين نقطة الأصل فنجد أنه عشر سنوات ونصف ، أي (21) وحدة باستخدام نصف السنة كوحدة قياس ، وبالتعويض في المعادلة نحصل على:

$$\hat{ص}\ 1995 = 12.7 + 0.92\ (21) = 32.02$$

وهـي نفـس النتيجـة الـتي توصلنـا إليهـا باسـتخدام الطريقـة السـابقة ، ممـا يوضـح أن تغيير وحدات قياس الزمن لا يؤثر في النتائج الـتي تحصلنا عليها من استخدام معادلة خط الاتجـاه العـام في حسـاب القيـم الاتجاهيـة.

مثـــال (8):

احسـب باسـتخدام طريقـة المربعـات الصغـرى وباعتبـار أن السـنة الأولى الـواردة بالسلسـلة هـي سـنة الأسـاس مـن البيانـات التاليـة الـتي تصنـف الظاهـرة **ص** خـلال الفـترة **1992 - 1999**. ثم قـدر القيمـة الاتجاهيـة في عـام **2005**.

السنة	92	93	94	95	96	97	98	99
الظاهرة **ص**	3	5	7	8	9	11	12	15

الحلّ:

باسـتخدام سـنة **92** كنقطـة أسـاس والسـنة كوحـدة قيـاس فـإن المتغـير **س** الـذي يصـف الزمـن سـيكون وبقيـة الخانـات المطلوبـة كمـا هـو موضـح بالجـدول التـالي:

السنة	س	ص	س ص	$س^2$
1992	0	3	0	0
1993	1	5	5	1
1994	2	7	14	4
1995	3	8	24	9
1996	4	9	36	16
1997	5	11	55	25
1998	6	12	72	36
1999	7	15	105	49
المجموع	28	70	311	140

بالتعويض في صيغة الحصول على ميل خط الاتجاه العام $\hat{أ}$.

$$\hat{أ} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= \frac{8\,(311) - (28)\,(70)}{8\,(140) - (28)^2}$$

$$= \frac{2488 - 1960}{1120 - 784} = \frac{528}{336} = 1.6$$

أما الجزء المقطوع من المحور الرأسي $\hat{ب}$ فيحسب من الصيغة:

$$\hat{ب} = \overline{ص} - \hat{أ}\,\overline{س}$$

$$= 8.75 - 1.6\,(3.5) = 8.75 - 5.6 = 3.15$$

ومن ثَمّ فإن معادلة خط الاتجاه العام للظاهرة محل الدراسة هي:

$$\hat{ص} = 3.15 + 1.6\ \text{س}$$

(نقطة الأصل: 1992 ، وحدة القياس: سنة)

القيمة الاتجاهية للظاهرة في عام 2005:

$$\hat{ص}_{2005} = 3.15 + 1.6\,(2005 - 1992)$$

$$= 3.15 + (1.6)\,(13) = 23.95$$

مثـــال (9):

احسب معادلة خط الاتجاه العام للظاهرة ع التي توفرت عنها بيانات للفترة 1991-1999 ، وذلك باستخدام أسلوب الانحرافات عن نقطة المنتصف للسلسلة ثم قدِّر القيمة الاتجاهية للظاهرة ع في عام 2000.

السنة	91	92	93	94	95	96	97	98	99
الظاهرة ع	3	5	1	3	7	10	9	11	13

الحلّ:

السنة	س	ع	س ع	$س^2$
1991	4-	3	12-	16
1992	3-	5	15-	9
1993	2-	1	2-	4
1994	1-	3	3-	1
1995	0	7	0	0
1996	1	10	10	1
1997	2	9	18	4
1998	3	11	33	9
1999	4	13	52	16
المجموع	0	62	81	60

بالتعويض في الصيغ نحصل على:

$$\hat{أ} = \frac{\text{ن مجـ س ع} - (\text{مجـ س})\,(\text{مجـ ع})}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

$$= \frac{9\,(81) - 0}{9\,(60) - 0} = 1.35$$

$$\hat{ب} = \bar{ع} - \hat{أ}\ \bar{س}$$

$$= \frac{62}{9} = 6.89$$

ومن ثَمّ فإن معادلة خط الاتجاه العام هي:

$$\hat{ع} = 6.89 + 1.35 \text{ س}$$

(نقطة الأصل: 1995 ، وحدة القياس: سنة)

القيمة الاتجاهية للظاهرة ع في عام 2000:

$$\hat{ع}\ 2000 = 6.89 + 1.35\,(5) = 13.64$$

مثـــال (10):

وضّـح عـدم اختـلاف القيمـة الاتجاهيـة المقـدرة للظاهـرة ع عـام 2000 ، بالمثـال (9) السـابق حـتى إذا تغـيرت نقطـة الأصـل إلى السـنة الأولى الـواردة بالسلسـلة ، أي عـام 1991.

الحلّ:

باستخدام عام 1991 م ، كنقطة الأصل نجد أن:

السنة	س	ع	س ع	$س^2$
1991	0	3	0	0
1992	1	5	5	1
1993	2	1	2	4
1994	3	3	9	9
1995	4	7	28	16
1996	5	10	50	25
1997	6	9	54	36
1998	7	11	77	49
1999	8	13	104	64
المجموع	36	62	329	204

وبالتعويض في صيغ حساب كل مـن ميل خط الاتجاه العام والجزء المقطوع مـن المحـور الرأسـي نحصـل علـى:

$$\hat{أ} = \frac{ن\ مجـ\ س\ ع - (مجـ\ س)\ (مجـ\ ع)}{ن\ مجـ\ س^2 - (مجـ\ س)^2}$$

$$= \frac{9\ (329) - (36)\ (62)}{9\ (204) - (36)^2}$$

$$= \frac{2961 - 2231}{1836 - 1296} = \frac{729}{540} = 1.35$$

$$\hat{ب} = \frac{62}{9} - 1.35\ (\frac{36}{9}) = 6.89 - 5.4 = 1.49$$

ومن ثَمّ فإن معادلة خط الاتجاه العام هي:

$$\hat{ع} = 1.49 + 1.35 \text{ س}$$

(نقطة الأصل: 1991 ، وحدة القياس: سنة)

القيمة الاتجاهية للظاهرة ع في عام 2000:

$$\hat{ع}_{2000} = 1.49 + 1.35\ (9) = 13.64$$

وهي نفس القيمة الاتجاهية التي حصلنا عليها باستخدام أسلوب الانحرافات عن نقطة المنتصف للسلسلة ، مما يوضح عدم تغير قيمة القيم الاتجاهية مع تغير نقطة الأصل.

5-3 التغيرات الموسمية والدورية:

1-5-3 التغيرات الموسمية:

يتناول هذا الجزء الطرق المختلفة التي تستخدم لتقدير التغيرات الموسمية التي تتعرض لها العديد من الظواهر محل البحث ، وقد سبق وأوضحنا أن التغيرات الموسمية هي تغيرات في الظاهرة تتصف بانتظام حدوثها وتكرارها من موسم لآخر. يعني تقدير التغيرات الموسمية تحديد قيمة الظاهرة عندما تكون خاضعة للتأثيرات والقوى الموسمية فحسب ، الأمر الذي يتطلب استبعاد أثر بقية العناصر المؤثرة في الظاهرة ، والعوامل الأخرى المؤثرة هي الاتجاه العام ، والتغيرات الدورية ، والتغيرات غير المنتظمة ، ولعل أهم العوامل الأخرى المذكورة وأقواها هو الاتجاه العام. ومن طرق حساب التغيرات الموسمية ندرس الطريقة الآتية:

طريقة المتوسطات البسيطة:

تقوم هذه الطريقة بحساب متوسط عام للمواسم كافة يستعمل كقيمة اتجاهية وكذلك تحسب الطريقة متوسطا حسابيا لكل موسم من مواسم السلسلة ، في الخطوة الثانية نقسم متوسط كل موسم على القيمة الاتجاهية مع الضرب في مائة لكي نستنتج الدليل الموسمي ، وتعد هذه الأدلة الموسمية متوسطا حسابيا للقيم المخلصة من أثر الاتجاه العام في كل موسم ، وتوضح الخطوات المطلوبة بالمثال التالي:

مثـــال (11):

قدّر الحركة الموسمية باستخدام طريقة المتوسطات البسيطة للسلسلة الزمنية التالية التي توضح المبيعات الربع سنوية لإحدى الشركات خلال الأعوام **1995-1998**. ثم وضح مدلول النتائج التي تتوصل إليها.

الربع	السنة			
	1995	1996	1997	1998
الأول	5	7	8	12
الثاني	8	11	14	19
الثالث	7	8	10	15
الرابع	6	7	9	10

الحلّ:

أ) نحسب الوسط الحسابي لكل موسم وكذلك المتوسط العام (أي متوسط المتوسطات الموسمية السابقة).

متوسط الموسم الأول $= \frac{12 + 8 + 7 + 5}{4} = 8$

متوسط الموسم الثاني $= \frac{19 + 14 + 11 + 8}{4} = 13$

متوسط الموسم الثالث $= \frac{15 + 10 + 8 + 7}{4} = 10$

متوسط الموسم الرابع $= \frac{10 + 9 + 7 + 6}{4} = 8$

المتوسط العــــــام $= \frac{8 + 10 + 13 + 8}{4} = 9.75$

ب) نحسب الأدلة الموسمية كما يلي:

الدليل الموسمي الأول $= \frac{8}{9.75} \times 100 = 82.1\ \%$

الدليل الموسمي الثاني $= \frac{13}{9.75} \times 100 = 133.3\ \%$

الدليل الموسمي الثالث $= \frac{10}{9.75} \times 100 = 102.6\ \%$

الدليل الموسمي الرابع $= \frac{8}{9.75} \times 100 = 82.1\ \%$

توضح النتائج السابقة أن الموسم الثاني هو أهم المواسم لهذه الشركة ، حيث تزداد مبيعاتها خلاله بنحو الثلث على القيمة الاتجاهية ، أي المتوسط العام للمبيعات. أما عن زيادة المبيعات في الموسم الثالث ، فهي بمقدار أقل حيث إنه لايتجاوز 2.6 % عن القيمة الاتجاهية ، كما نلاحظ أنه في الموسمين الأول والأخير تنخفض المبيعات عن المتوسط ، حيث نجد أن الأدلة الموسمية بها تقل عن 100 % مما يعكس تأثيرا سالبا للموسم. تشكل هذه المعلومة قاعدة مهمة لأصحاب الشركات سواء عند تخطيط الإنتاج وزيادته في المواسم ذات التأثير الموسمي الموجب وخفضه في المواسم الأخرى أم أن تعمل على تخفيض الأثر السالب للموسم ، بمنح تخفيضات أو حوافز أخرى في تلك المواسم.

مثـــال (12):

قدّر الحركة الموسمية باستخدام طريقة المتوسطات البسيطة للبيانات الربع سنوية التالية التي توضح مستوى الإنتاج من سلعة ما في إحدى الشركات ، ثم وضح مدلول تلك النتائج.

الربع	السنة				
	1993	1994	1995	1996	1997
الأول	8	10	12	15	20
الثاني	1	2	5	5	7
الثالث	3	3	4	4	6
الرابع	2	2	2	3	6

الحلّ:

متوسط الموسم الأول $= \frac{20 + 15 + 12 + 10 + 8}{5} = 13$

متوسط الموسم الثاني $= \frac{7 + 5 + 5 + 2 + 1}{5} = 4$

متوسط الموسم الثالث $= \frac{6 + 4 + 4 + 3 + 3}{5} = 4$

متوسط الموسم الرابع $= \frac{6 + 3 + 2 + 2 + 2}{5} = 3$

المتوسط العـــــــام $= \frac{3 + 4 + 4 + 13}{4} = 6$

ومن ثَمّ فإن الأدلة الموسمية هي:

الدليل الموسمي للربع الأول $= \frac{13}{6} \times 100 = 217\ \%$

الدليل الموسمي للربع الثاني $= \frac{4}{6} \times 100 = 67\ \%$

الدليل الموسمي للربع الثالث $= \frac{4}{6} \times 100 = 67\ \%$

الدليل الموسمي للربع الرابع $= \frac{3}{6} \times 100 = 50\ \%$

نلاحظ أن الأثر الموجب كبير جدا في الربع الأول من كل سنة ، حيث نجد أن الدليل الموسمي للربع الأول أكبر من **(100)** في حين أن أثر الموسم سالب في بقية الأرباع ، حيث إن الأدلة الموسمية لها كلها تقل عن **(100)** ويكون هذا الأثر السلبي أكبر في الربع الأخير عنه في الربعين الثاني والثالث.

أسئلة الفصل الثّالث

السؤال الأول:

وضّح المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية التالية التي توضح قيم الظاهرة خلال الفترة 1980 - 1995.

السنة	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
ص	1	3	4	6	7	8	8	13	15	18	20	21	19	23	25	27

السؤال الثاني:

باستخدام نقطة المنتصف للسلسلة التالية ، احسب معادلة خط الاتجاه العام.

السنة	89	90	91	92	93	94	95
ص	18	20	21	19	23	25	27

السؤال الثالث:

بالإضافة إلى البيانات الموضحة بالمسألة **(2)** تمكن الباحث من الحصول على البيانات التالية.

السنة	96	97	98
ص	18	20	21

فاحسب معادلة الاتجاه العام للسلسلة **1989-1998** ، باستخدام عام **1989** كنقطة الأصل.

السؤال الرابع:

احسب معادلة الاتجاه العام للسلسلة **1989-1998** للبيانات الواردة في المسألة **(3)** ، باستخدام نقطة المنتصف للسلسلة:

السؤال الخامس:

احسب معادلة الاتجاه العام وذلك باستخدام كل من:

أ) سنة **90** كنقطة أساس.

ب) نقطة المنتصف للسلسلة كنقطة أساس.

علما بأن البيانات المتاحة هي:

السنة	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
الكمية	2	5	7	10	9	12	15	17	20	20

السؤال السادس:

قدّر القيمة الاتجاهية للظاهرة م في عام 2000 علما بأن الباحث تحصل على السلسلة التالية:

السنة	92	93	94	95	96	97	98	99
م	35	32	30	28	25	26	24	22

السؤال السابع:

احسب الأدلة الموسمية باستخدام طريقة المتوسطات البسيطة من الجدول التالي:

الربع	السنة		
	1	2	3
الأول	13.1	12.3	15.4
الثاني	10.0	8.8	11.8
الثالث	8.6	8.2	10.4
الرابع	12.3	10.7	14.4

السؤال الثامن:

احسب الادلة الموسمية باستخدام طريقة المتوسطات البسيطة من بيانات الجدول التالي:

الربع	السنة					
	1	2	3	4	5	6
الأول	20	15	25	28	30	35
الثاني	8	7	15	20	25	30
الثالث	6	4	8	9	10	12
الرابع	4	4	7	7	9	10

الفصل الرّابع

الفصل الرّابع

(4) الإحصاءات السكانية

1-4 مقدمة :

بتقدم وتطور العلوم المختلفة عبر العصور وتعدد فروعها كثرت الأنشطة البشرية المصاحبة لهذا التطور الأمر الذي أدى إلى الحاجة لوضع الخطط والبرامج المناسبة لتحقيق التقدم والرخاء للمجتمعات البشرية في جميع المجالات.

وحتى تكون هذه البرامج هادفة وتحقق الغرض المطلوب منها لابد من الحصول على بيانات ومعلومات واقعية حول هذه الأنشطة الأمر الذي أدى إلى التفكير في أسلوب الإحصاءات العامة التي سوف توفر مثل هذه البيانات. وقد بدأ مفهوم الإحصاءات العامة بالتعدادات السكانية ثم تطور بعد ذلك ليشمل مجالات أخرى في الزراعة والصناعة والاقتصاد وغيرها. علم الإحصاء بدأ مفهومه وتطبيقاته منذ القدم بالتعدادات العامة حيث كان يطلق على البيانات التي يتم جمعها عن السكان من قبل الدول – إحصاء. ثم تطور هذا المفهوم ووضعت له قواعد وأسس رياضية وسمي بعد ذلك بعلم الديموجرافيا ، وهو مصطلح إغريقي يقصد به الدراسات الإحصائية للمجتمعات البشرية أو الدراسات السكانية ، داخل حدود جغرافيا معينة. أي أنه يختص بجمع وتبويب وتحليل البيانات ذات العلاقة بالسكان من حيث النقص أو الزيادة وتوزيعهم من حيث العمر والنوع ومايكتنف حياتهم من وقائع حيوية مثل الولادات والوفيات والهجرة والزواج والطلاق وشؤونهم الصحية وأنشطتهم في شتّى المجالات المختلفة كالتعليم والزراعة والصناعة ...إلخ ، وحيث أن هذه العوامل جميعها في تغير مستمر لكل المجتمعات فقد دعت الحاجة إلى وجود طرق علمية تبين لنا هذه التغيرات من ناحية الاتجاه والمقدار فهذه الطرق هي ما يسمى بالإحصاءات السكانية وفي الواقع الإحصاءات السكانية يمكن تقسيمها إلى نوعين:

النوع الأول:

التعدادات السكانية وهي تختص بحصر وعد العناصر المكونة للمجتمع في زمن معين ، لذلك تقوم كل الدول بتعدادات دورية الغرض منها الحصول على بيانات عن عدد أفرادها

وكيفية توزيعهم حسب صفات عامة مثل العمر والنوع. ولقد أقيم أول تعداد بليبيا سنة **1931** وفي انجلترا سنة **1701** وفي السويد سنة **1771** وفي أمريكا سنة **1790** وفي مصر سنة **1881** وفي الواقع يقدر في الوقت الحاضر بأن حوالي أكثر من **80 %** من سكان العالم يشملهم تعداد السكان.

النوع الثاني:

الإحصاءات الحيوية وهي تختص بحصر الوقائع الحيوية التي يمارسها الأفراد بالمجتمع مثل المواليد والوفيات والزواج والطلاق ... إلخ ، وقد وضعت جميع الدول مؤسسات رسمية مهمتها القيام بتسجيل هذه الوقائع عند حدوثها.

وسوف نتعرض هنا إلى دراسة موجزة عن هذين النوعين من الإحصاءات السكانية.

1-1-4 أهمية الإحصاءات السكانية:

حيث إن الإحصاءات السكانية تتعلق بالحصول على بيانات عن المجتمعات البشرية من عدة جوانب فهي تعتبر الحجر الأساسي اللازم والمهم لاتخاذ قرارات سليمة تتعلق بالتخطيط الواقعي لشؤون الدولة في جميع المجالات المختلفة من شؤون تعليمية وزراعية واقتصادية واجتماعية ... الخ .

ويمكن تلخيص أهمية الإحصاءات السكانية في النقاط التالية:

1. التوزيع الجغرافي للسكان له أهمية كبرى في رسم السياسة الخاصة بالشؤون التعليمية من حيث توفير مستلزمات العملية التعليمية من مدارس ومعلمين وغيرها حسب المناطق المختلفة. كذلك يساعد في وضع خطط المشاريع التنموية في المجالات الاقتصادية والصناعية والزراعية وغيرها. كما يساعد في معرفة التقلبات التي تطرأ على هذه التوزيعات نتيجة تأثير عوامل مثل الهجرة وغيرها على تعديل خطط التنمية بما يكفل التوازن بين هذه المؤثرات حيث غالبا ما تسبب هذه التقلبات مشاكل عدة في تنفيذ خطط التنمية.
2. كيفية توزيع السكان حسب العمر والنوع له دور كبير في التخطيط للمجموعات المختلفة من الأعمار والأنواع مثل المسنين والمعاقين لما تحتاجه من مستلزمات حياتية مثل التعليم ، والسكن ، والخدمات العامة ، والسلع الاستهلاكية.

3. تساهم معرفة توزيع القوى العاملة وكيفية تركيبها في التخطيط لاستغلال الموارد البشرية والطبيعية الاستغلال الأمثل والسليم وتوفير فرص العمل والتدريب بما يكفل نجاح البرامج المختلفة.
4. بيانات الإحصاءات الحيوية من الأمور الهامة في دراسة الوقائع الحيوية التي تلم بالمجتمع. حيث تبين معدلات هذه الوقائع من مواليد ووفيات وزواج وطلاق وأمراض مختلفة التغيرات التي تطرأ على هذه الأحداث فيتم الاستفادة منها في وضع البرامج الهادفة لتحقيق الغرض المعمول من أجلها وتقويم هذه البرامج بناء على تلك المعدلات.

2-4 التعداد العام للسكان:

إن عملية الحصر الشامل لأفراد المجتمع للحصول على بيانات وتحليل وتقويم ونشر هذه البيانات هو ما يسمى بالتعداد العام للسكان في زمن معين. وكما ذكرنا أنه من المستحيل وضع خطط وبرامج هادفة تحقق النمو والتقدم للمجتمع في جميع المجالات دون الحصول على هذه البيانات التي يوفرها تعداد السكان في أزمنة متتابعة يمكننا من خلالها تقييم الماضي والاطلاع على الحاضر وتقدير المستقبل في كل القطاعات. والتعداد العام للسكان يجرى عادة بإحدى الطريقتين:

1. التعداد الفعلى:

وفيه نقوم بعد السكان حسب مناطق تواجدهم الفعلية زمن إجراء التعداد بغض النظر على أنهم من سكان هذه المناطق أو مجرد زوار لها وقت إجراء التعداد . فمثلا المتواجدون بمدينة ما زمن التعداد يعتبرون من سكان هذه المدينة حتى ولو أنهم ليسوا من أهلها .

2. التعداد الحقيقي:

وفيه نقوم بعد السكان حسب مناطق إقامتهم الأصلية بغض النظر عن أماكن تواجدهم المؤقت وقت إجراء التعداد.

ولكل من هاتين الطريقتين مزايا وعيوب يمكن تلخيصها فيما يلي:

المزايا		العيوب	
التعداد الفعلي	**التعداد الحقيقي**	**التعداد الفعلي**	**التعداد الحقيقي**
1. سهل التطبيق. 2. أقل عرضة في الزيادة أو النقص في عدد الأفراد.	1. يعطي صورة حقيقية عن عدد السكان الدائمين حسب المناطق.	1. قد يصعب الحصول على بيانات من المسافرين. 2. قد يصعب تطبيقه في الدول واسعة المساحة وقليلة الكثافة السكانية.	1. قد يؤدي إلى زيادة أو نقص في عدد الأفراد. 2. البيانات عن الأفراد الغائبين قد لا تكون دقيقة. 3. يتطلب مستوى وعي قد لايتوفر في جميع الأحوال.

4-2-1 متطلبات القيام بالتعداد:

عند القيام بالتعداد يجب اتخاذ الإجراءات التالية:

1. تقسيم الوحدات الإدارية إلى مناطق عدّ ووضع الخرائط والقوائم الضرورية لذلك مع ترقيم المحلات والشوارع والمباني لتفادي التكرار في عملية الحصر ، وتقدير عدد العاملين والتكلفة والزمن اللازم للقيام بهذه المهمة على الوجه الأفضل.
2. التشاور مع الجهات المستفيدة من نتائج التعداد لتحديد نوعية البيانات وتفصيلاتها لتحقيق الفائدة المرجوة والمناسبة لاحتياجاتهم.
3. القيام بحملة توعية عن طريق الصحف والإذاعات والندوات لتوضيح أهداف التعداد لضمان تعاون المواطنين وإثارة اهتمامهم حتى تتحقق أهدافه.
4. إعداد استمارة التعداد ، يتم جمع البيانات من الإفراد عن طريق استمارة تحتوي مجموعة أسئلة إجاباتها تؤدي إلى الحصول على المعلومات المطلوبة وعليه يجب تصميم هذه الاستمارة بعناية فائقة ودقة تامة ووضوح كامل لجميع أسئلتها وحتى تحقق استمارة التعداد هذا الهدف يجب مراعاة النقاط التالية:

أ. أن تشمل الاستمارة كافة الأسئلة اللازمة للحصول على البيانات المطلوبة.

ب. يجب أن تكون الأسئلة واضحة المعنى سهلة المفهوم لا تحتمل التأويل وبعيدة عن الإحراج.

ج. أن تكون الأسئلة لها إجابات محددة مثل صح أو خطأ أو اختيار إجابة من عدة إجابات مطروحة حتى لا يتسرب الملل لدى الفرد المجيب فيدلي بإجابات غير دقيقة.

5. تصميم الجداول وفقًا لأسئلة استمارة التعداد بحيث تخدم المستفيدين من بيانات التعداد.

6. تدريب العاملين في جميع مراحل التعداد والإشراف عليهم.

7. القيام باختبار تجريبي تؤدي نتائجه إلى الكشف على نقاط الضعف في استمارة التعداد والإجراءات المصاحبة لذلك من دقة العاملين وتعاون الأفراد.

8. رصد الميزانية اللازمة لعملية التعداد.

2-2-4 بعض المصطلحات المتعلقة بدراسة الإحصاءات السكانية:

عند تحليل البيانات السكانية لاستنباط بعض النتائج منها نحتاج إلى بعض المؤشرات الإحصائية التي تمكننا من قياس وتوضيح ما تدل عليه هذه البيانات للمجتمع الواحد واستخدامها في المقارنة بين المجتمعات أو الأزمنة المختلفة. من هذه المقاييس الكثافة السكانية التي توضح درجة الازدحام السكاني بالبلد وزيادة عدد السكان في تعداد معين مقارنة بتعداد سابق ونسبة نوع معين إلى نوع آخر بالمجتمع.

1. كثافة السكان:

الكثافة السكانية لبلد ما هي عبارة عن خارج قسمة عدد سكانه على مساحته بالكيلومتر (أو ميل) مربع أي أن:

$$\text{الكثافة السكانية} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة}}$$

وإذا ضربنا الناتج في **100** نتحصل على الكثافة السكانية لكل **100** كيلومتر مربع أو (ميل مربع) حيث يعكس هذا المقياس درجة ازدحام ذلك البلد بالسكان. والجدير بالملاحظة هنا أنه عند مقارنة الكثافة السكانية في بلدين أو أكثر فإن القياس السابق قد يعطي نتائج مضللة ما لم نستبعد الأراضي غير الصالحة للسكن (الصحراوية) وعليه يجب قسمة عدد السكان على المساحة القابلة للسكن. فمثلا عدد سكان ليبيا في سنة **1973**م كان **2,249,237**

نسمة والمساحة الكلية هي 1,760,000 كيلومتر مربع وبالتالي فإن الكثافة السكانية لليبيا في سنة 1973م هي:

$$\text{الكثافة السكانية} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة}} \times 100$$

$$= \frac{2,249,237}{1,760,000} \times 100 = 128$$ مواطن لكل 100 كيلو متر مربع

مثـــال:

إذا كان عدد السكان في دولة ما يبلغ 2 مليون نسمة ومساحتها بالكيلومتر المربع مليون كيلومتر مربع فما كثافة السكان في هذه الدولة وماذا تعني؟

الحلّ:

$$\text{الكثافة السكانية} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة}} \times 100$$

$$= \frac{2000000}{1000000} \times 100 = 200$$

هذا يعني أن كل 200 من السكان يعيشون في 100 كيلومتر مربع.

وبالطريقة نفسها يمكن حساب الكثافة السكانية حسب المناطق المختلفة.

2. نسبة تغير السكان (نسبة النمو):

أ) النسبـة:

في كثير من الأحيان نريد معرفة قيمة حدث معين إلى حدث آخر فيكون ذلك باستخدام النسبة ، والنسبة هي عبارة عن قسمة حدث على حدث آخر والضرب في 100 بحيث تكون النسبة مئوية ، فإذا كانت $ن_1$ ترمز لقيمة الحدث الأول و $ن_2$ ترمز لقيمة الحدث الثاني فتكون نسبة الحدث الأول إلى الحدث الثاني على الصورة:

$$\frac{ن_1}{ن_2} \times 100$$

ومن أهم نتائج التعداد معرفة نسبة الزيادة في السكان بين تعدادين متتاليين التي تستخدم في تقدير عدد السكان في فترات زمنية متتابعة وتحسب نسبة الزيادة كما يلي:

1. نحسب النسبة المئوية لعدد السكان في السنة المدروسة بالنسبة لعددهم في السنة السابقة:

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{عدد السكان في السنة المدروسة}}{\text{عدد السكان في السنة السابقة}} \times 100$$

2. نطرح العدد 100 من النسبة المئوية السابقة فيكون الناتج هو نسبة الزيادة فمثلا عدد سكان ليبيا سنة 1964م هو 1,564,369 نسمة وفي سنة 1973 م أصبح 2,249,237 نسمة فيمكننا إيجاد نسبة الزيادة في عدد السكان كالتالي:

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{عدد السكان في السنة المدروسة}}{\text{عدد السكان في السنة السابقة}} \times 100$$

$$= \frac{2,249,237}{1,564,369} \times 100 = 144\ \%$$

وبذلك فإن نسبة الزيادة المئوية خلال الفترة 1964 - 1973

$$= 144\ \% - 100\ \% = 44\ \%$$

مثـــال:

إذا كان عـدد المواليـد في سـنة مـا في ليبيـا **61995** وكان منهـم **13788** حالـة ولادة عـن طريق العمليـات الجراحيـة فأوجد نسـبة المواليـد الذيـن أنجبـوا بالعمليـات الجراحيـة.

الحلّ:

$$\text{النسبة} = \frac{ن_1}{ن_2} \times 100$$

حيث $ن_1$ تمثـل عـدد المواليـد بالعمليـات الجراحيـة ، $ن_2$ تمثـل عـدد المواليـد الكلـي وعليـه تكون النسـبة على الشـكل التـالي:

$$\text{النسبة} = \frac{13788}{61995} \times 100 = 22\ \%$$

وهذا يعني أن حوالي **22** حالة من بين **100** تم إنجابهم بالعمليات الجراحية.

ب) نسبة النوع:

إن توضيـح نسـبة النـوع بالمجتمـع مـن الأمـور الهامـة الـتي تبـين كيفيـة تركيـب المجتمـع حسـب النـوع. فيمكـن حسـاب نسـبة الذكـور إلى الإنـاث أو الذكـور إلى العـدد الكلـي أو أي نـوع آخـر. كمـا يمكـن توضيـح هـذه النسـب حسـب فـترات مختلفـة مـن الأعمـار ، أو حسـب المناطـق. ويمكـن حسـاب نسـبة النـوع عـن طريـق تقسـيم عـدد الذكـور أو عـدد الإنـاث علـى العـدد الإجمـالي للسـكان في مجتمـع معـين أو في منطقـة معينـة ، وقـد يتـم حسـاب هـذه النسـبة بقسـمة عـدد الذكـور علـى عـدد الإنـاث أو عـدد الإنـاث علـى عـدد الذكـور ، ويتعـين علـى الباحـث أن يحـدد أيـة نسـبة يختـار حتـى لا يكـون هنـاك خلـط علـى القـارئ.

فمثـلا إذا أردنـا معرفـة نسـبة النـوع في المجتمـع (أ) فإنـه يمكـن أن نقـوم بقسـمة عـدد الذكـور أو الإنـاث علـى العـدد الإجمـالي للسـكان في المجتمـع (أ) في نفـس السـنة أو المـدة الـتي نـود معرفـة نسـبة النـوع فيهـا ، فـإذا قمنـا بقسـمة عـدد الذكـور علـى العـدد الإجمـالي للسـكان فـإن الناتـج في هـذه الحالـة يسـمى (نسـبة الذكـورة). أمـا إذا قسّـمنا عـدد الإنـاث علـى العـدد الإجمـالي للسـكان فـإن الناتـج يسـمى (نسـبة الأنوثـة). وكمـا ذكـر سـابقا يمكـن أيضـا قسـمة عـدد الذكـور علـى عـدد الإنـاث أو عـدد الإنـاث علـى عـدد الذكـور للحصـول علـى نسـبة النـوع الشـائع علـى أي حـال.

وأيّـا كانـت الطريقـة المتّبعـة لحسـاب نسـبة النـوع فإنـه يجـب النـص الصريـح علـى تعريـف الطريقـة المتّبعـة.

ويمكن لنا حساب نسبة النوع بالطرق المختلفة على النحو التالي:

$$\text{نسبة الذكورة} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{العدد الاجمالي للسكان}} \times 100$$

$$\text{نسبة الأنوثة} = \frac{\text{عدد الإناث}}{\text{العدد الاجمالي للسكان}} \times 100$$

$$\text{نسبة النوع} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد الإناث}} \times 100$$

مثـــال:

إذا كان عدد سكان بلد ما سنة **1984** هو **3237160** نسمة ، كان عدد الذكور **1653330** وعدد الإناث **1583830** ، وفي سنة **1995** بلغ عدد السكان لهذه المدينة **4389739** وكان عدد الذكور **2231079** وعدد الإناث **2158660** ، فما نسبة كل من الذكورة والأنوثة ونسبة النوع في كلا التعدادين.

الحلّ:

أولا: بالنسبة لسنة **1984**.

$$\text{نسبة الذكورة} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{العدد الاجمالي للسكان}} \times 100$$

$$= \frac{1653330}{3237160} \times 100 = 51.07\ \%$$

$$\text{نسبة الأنوثة} = \frac{\text{عدد الإناث}}{\text{العدد الاجمالي للسكان}} \times 100$$

$$= \frac{1583830}{3237160} \times 100 = 48.93\ \%$$

$$\text{نسبة النوع} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد الإناث}} \times 100$$

$$= \frac{1653330}{1583830} \times 100 = 104\ \%$$

وذلك يعني أن كل **100** أنثى يقابلها **104** من الذكور.

ثانيا: بالنسبة لسنة 1995

$$\text{نسبة الذكورة} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{العدد الاجمالي للسكان}} \times 100$$

$$= \frac{2231079}{4389739} \times 100 = 50.83\ \%$$

$$\text{نسبة الأنوثة} = \frac{\text{عدد الإناث}}{\text{العدد الاجمالي للسكان}} \times 100$$

$$= \frac{2158660}{4389739} \times 100 = 49.18\ \%$$

$$\text{نسبة النوع} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد الإناث}} \times 100$$

$$= \frac{2231079}{2158660} \times 100 = 103\ \%$$

وذلك يعني أن كل 100 أنثى يقابلها 103 من الذكور.

3-4 الإحصاءات الحيوية:

الإحصاءات الحيوية تهتم بصورة أساسية بالظواهر الحيوية التي تتبادل الأطوار المهمة المختلفة في حياة الإنسان حيث وضعت الدول مؤسسات رسمية تقوم بهذا النوع من الإحصاءات وذلك للحصول على مؤشرات ومقاييس إحصائية يمكن الاستفادة منها في وضع وتقييم البرامج المختلفة في المجالات الصحية وغيرها ذات العلاقة بالظواهر الحيوية.

ومما لاشك فيه معرفة الأعداد المطلقة لهذه الوقائع غير ذي جدوى دون وضعها في شكل يسهل المعرفة والفائدة وهذا الشكل هو ما يعرف بالنسبة و المعدل.

1-3-4 المعدل:

يحسب لأي حدث حيوي وذلك بقسمة عدد هذا الحدث على العدد الكلي للمجتمع خلال فترة زمنية محدودة عادة ماتكون سنة ويضرب المعدل في 100 ليكون التعبير لكل 100 وفي 1000 ليكون التعبير لكل 1000 وهكذا لسهولة التعبير.

فإذا كان عدد أفراد حدث معين هو $ن_1$ وعدد أفراد المجتمع هو $ن_2$ فإن المعدل لهذا الحدث يكون على النحو التالي:

$$\text{المعدل} = \frac{ن_1}{ن_2} \times 100$$ لكل 100 أو

$$= \frac{ن_1}{ن_2} \times 1000$$ لكل 1000 وهكذا.

مع ملاحظة أنّ عدد الأفراد غير ثابت وعليه يكون دائما عدد الأفراد في منتصف السنة.

مثـــال (1):

إذا كان عدد سكان مدينة ما في منتصف سنة 1973 م هو 707438 وبلغ عدد الوفيات فيها في نفس السنة هو 6249 فإن معدل الوفيات لها هو:

$$\text{معدل الوفيات} = \frac{\text{عدد الوفيات}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

$$= \frac{6249}{707438} \times 1000 = 8.83$$ لكل 1000 سنة

وهذا يدل على أن الوفيات تحصل بمعدل تقريبا 9 لكل 1000 شخص.

مثـــال (2):

الجدول التالي يبين عدد الإصابات بكل مرض من الأمراض الموضحة خلال الفترة الزمنية من **1971** إلى **1975**:

المـــرض	السنة				
	1971	1972	1973	1974	1975
التهاب الكبد الوبائي	1939.49	3936.56	2236.69	1179.86	102.45
شلل الأطفال	80.01	49.70	58.68	59.92	313.04
الحصبة	2132.61	1560.71	3827.87	1068.28	7298.53
التهاب السحايا الوبائي	13.79	273.37	88.02	163.24	39.84
السعال الديكي	297.96	27.34	164.76	61.99	2121.07
دفتيريا	9.93	79.53	36.11	78.52	415.49
عدد السكان	1897200	2066300	2257000	2485200	2758882

والمطلوب حساب معدلات الأمراض لكل سنة.

الحلّ:

في هذه الحالة نضرب النسبة في 100000

$$= \frac{ن_1}{ن_2} \times 100000$$

وكذلك $ن_1$ تمثل نوع المرض في كل مرة و $ن_2$ تمثل عدد السكان لكل سنة ومن ذلك تكون معدلات الأمراض كما بالجدول التالي:»

المـــرض	السنة				
	1971	1972	1973	1974	1975
التهاب الكبد الوبائي	102.23	190.51	99.10	47.48	3.71
شلل الأطفال	4.22	2.41	2.60	2.41	11.35
الحصبة	112.41	75.53	169.60	43	264.55
التهاب السحايا الوبائي	0.73	13.23	3.90	6.57	1.44
السعال الديكي	15.71	1.32	7.30	2.49	76.88
دفتيريا	0.52	3.85	1.60	3.16	15.06

من الجدول نلاحظ في سنة 1971م بأن عدد الإصابات حوالي 102 حالة مصابة بمرض التهاب الكبد الوبائي و 4 حالات بشلل الأطفال و 112 حالة بالحصبة و تقريبا حالة واحدة التهاب السحايا الوبائي و 16 حالة بالسعال الديكي وتقريبا حالة واحدة دفتيريا لكل 100000 نسمة.

مع ملاحظة أن المعدلات والنسب تكون دائما مقترنة بثلاثة أشياء:

1. الصفة للحدث مثل: مواليد ، وفيات ، خصوبة و... الخ
2. زمن سجل البيانات مثل : السنة.
3. المنطقة التي جمعت عنها البيانات: قرية ، مدينة.

2-3-4 المعدلات الخام (المعدلات الإجمالية) (معدلات الخصوبة):

الغرض الأساسي للمعدل الخام هو قياس تكرار ظهور واقعة حيوية معينة في مجتمع ما خلال فترة زمنية محدودة عادة ما تكون سنة ومنها:

أولا: إحصاءات المواليد:

تُعدّ من العناصر الأساسية في الإحصاءات الحيوية وكذلك في تقدير عدد السكان ومعدلات النمو في السكان ولهذا تهتم بها جميع دول العالم وتستخدم في إحصاءات المواليد وفي حساب معدل المواليد العام (الخام) ومعدل الخصوبة العام ومعدل الخصوبة المحدد بالعمر ومعدل التوالد العام (معدل الخصوبة للمتزوجات).

1. **معدل المواليد الخام (المعدل الإجمالي للمواليد)**

يعتبر من أبسط وأسهل معدلات الخصوبة مفهوما وحسابا والذي يقيس المقدرة الفعلية على الإنجاب ويمكن إيجاده باستخدام القانون التالي:

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

2. **معدل الخصوبة العام (المعدل الإجمالي للخصوبة)**

في الواقع الإنجاب محدد لفئة معينة من السكان ولهذا تم تعديل القانون إلى الصورة التالية وهو ما يسمى بمعدل الخصوبة العام:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء في السنة}}{\text{عدد الإناث في سن الحمل}} \times 1000$$

وعادة ما تكون سن الحمل بين 15 و 49 سنة.

3. **المعدل الخام للزيادة الطبيعية للسكان**

وهي الفرق بين معدلي المواليد الخام والوفيات الخام

المعدل الخام للزيادة الطبيعية (المعدل الإجمالي للزيادة الطبيعة)

= معدل المواليد الخام - معدل الوفيات الخام

$$= \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال السنة - عدد الوفيات خلال السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

مثـــال:

إذا كانت البيانات التالية تمثل بيانات إحدى الدول خلال سنة 1980م فأوجد منه معدل المواليد الخام – معدل الخصوبة العام.

.1	عدد السكان في منتصف سنة 1980	42000
.2	عدد المواليد الأحياء خلال سنة 1980	2300
.3	عدد النساء المتزوجات في سن الحمل في سنة 1980	9400
.4	عدد النساء في سن الحمل في سنة 1980	12100

الحلّ:

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

$$= \frac{2300}{42000} \times 1000 = 54.762$$ لكل ألف نسمة.

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء في السنة}}{\text{عدد الإناث في سن الحمل}} \times 1000$$

$$= \frac{2300}{12100} \times 1000 = 190.08$$ لكل ألف نسمة.

ثانيا : إحصاءات الوفيات:

تعتبر إحصاءات الوفيات من العناصر المهمة في الإحصاء الحيوي فهي تعطي مؤشرًا هامًّا لقياس الوعي والمستوى الصحي للدولة وتُعدّ من العوامل التي تدخل في تقدير عدد السكان ومنها يمكن حساب المعدلات الآتية:

معدل الوفيات الخام ، معدل الوفاة المحدد بالعمر ، معدل وفيات حديثي الولادة ، ومعدل وفيات الرضع.

1. **معدل الوفيات الخام (المعدل الإجمالي للوفيات):**

يمكن حساب معدل الوفيات الخام على غرار معدل المواليد الخام:

$$\text{معدل الوفيات الخام} = \frac{\text{عدد الوفيات في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

2. **معدل الوفيات العمرية:**

لما كان تأثير وطأة الوفيات يختلف من فئة عمرية إلى فئة أخرى وهي مسالة طبيعية باعتبار أن الوفيات للفئات العمرية الأولى والأخيرة تكون مرتفعة ، حيث أن الفئة العمرية الأولى تتأثر بعوامل وراثية وصحية للأبوين ، والوفيات في الفئات العمرية الأخيرة تتأثر بعوامل الشيخوخة ، ولإيجاد معدل الوفيات العمرية لا بد لنا من معرفة عدد حالات الوفيات لكل فئة عمرية وتقديرات عدد السكان حسب الفئات العمرية في منتصف السنة.

$$\text{معدل الوفيات المحدد بالعمر} = \frac{\text{عدد الوفيات في السنة لفئة عمر ما}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة في عمر ما}} \times 1000$$

مثـــال (1):

إذا كان عـدد الوفيـات في مدينـة مـا في سـنة مـا والذيـن أعمارهـم تقـع في الفئـة العمريـة **(60 - 70)** سـنة هـو **360** حالـة. أوجـد معـدل الوفـاة العمريـة إذا علمـت أن عـدد سـكان المدينـة في منتصـف السـنة والذيـن أعمارهـم تنتمـي إلى نفـس الفئـة العمريـة هـو **72000** نسـمة.

الحلّ:

معدل الوفيات المحدد بالعمر (60-70)

$$= \frac{\text{عدد الوفيات في السنة للفئة العمرية (60-70)}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة للفئة العمرية (60-70)}} \times 1000$$

$$= \frac{360}{72000} \times 1000 = 5 \text{ لكل ألف نسمة.}$$

مثـــال (2):

إذا كان عـدد السـكان لإحدى المدن في منتصـف السـنة هـو **42000** نسـمة وعـدد الوفيـات خـلال نفس السـنة **600** حالـة وفـاة فمـا هـو معدل الوفيـات الخـام.

الحلّ:

$$\text{معدل الوفيات الخام} = \frac{\text{عدد الوفيات في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times 1000$$

$$= \frac{600}{42000} \times 1000 = 14.286 \text{ لكل ألف نسمة.}$$

أسئلة الفصل الرّابع

السؤال الأول:

اشرح أهمية الإحصاءات السكانية.

السؤال الثاني:

اذكر فوائد الإحصاءات الحيوية.

السؤال الثالث:

إذا كان عدد السكان في منتصف عام **1974** في إحدى المدن **100,000** نسمة وبلغت المواليد فيها **3000** حالة في تلك السنة كما بلغت الوفيات **1200** حالة فأوجد:

أ) معدل المواليد الخام.

ب) معدل الوفيات الخام.

ج) نسبة الوفيات إلى المواليد

السؤال الرابع:

إذا كان معدل المواليد الخام في إحدى المدن في سنة ما هو **18 %**، وبلغ عدد المواليد الأحياء لتلك المدينة للسنة نفسها **270,000** نسمة. فما هو عدد سكان هذه المدينة في منتصف تلك السنة؟

السؤال الخامس:

إذا كان عدد السكان في منتصف عام **2002** م في إحدى المدن هو **50,000** نسمة وبلغ معدل المواليد الخام في تلك السنة **30 %**، كما بلغ عدد الوفيات في نفس السنة **1500** متوفي ، فأوجد:

أ) عدد المواليد الأحياء

ب) نسبة الوفيات إلى المواليد.

السؤال السادس:

البيانات التالية تبين عدد السكان التقديري (منتصف السنة) حسب النوع في الفترة (1964 - 1967) م.

السنة	النوع	
	ذكور	إناث
1964	78600	72500
1965	95700	893000
1966	1179000	1113000
1967	1413700	1384300

والمطلوب إيجاد نسبة الذكور إلى الإناث في كل سنة مع التعليق على النتائج.

السؤال السابع:

الجدول التالي يبين عدد السكان التقديري لليبيا في منتصف السنة وعدد المواليد الأحياء وعدد الوفيات خلال الفترة (1969 - 1977) والمطلوب حساب كل من:

أ) معدل المواليد الخام. ب) معدل الوفيات الخام. جـ) المعدل الخام للزيادة الطبيعية للسكان.

السنة	عدد		
	السكان التقديري في منتصف السنة	المواليد الأحياء	الوفيات
1969	1829087	75055	12422
1970	1928781	72300	13083
1971	2010000	97633	17507
1972	2108000	94377	16653
1973	2257000	92500	16486
1974	2348359	98734	18175
1975	2584600	127373	17811
1976	2711700	129562	15990